

119-033

# ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

SOUS LE CONTRÔLE SCIENTIFIQUE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

1000

FASCICULE 2. — COMPENSATION DES ANGLES — CALCUL DES TRIANGLES.



GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

Quai des Grands-Augustins, 55.

1912.











**MESURE**  
**D'UN**  
**ARC DE MÉRIDIEŒ ÉQUATORIAL**  
**EN AMÉRIQUE DU SUD**

## N. B.

Le calcul définitif des différences d'altitude, par rapport à l'ellipsoïde de référence, des points de la triangulation de premier ordre, (effectué encore, il est vrai, sans tenir compte de l'influence des déviations de la verticale sur les distances zénithales observées), n'a été terminé que fort peu de temps avant l'impression du présent fascicule. Ces différences d'altitude ont subi d'ailleurs une compensation.

Les altitudes absolues données dans le texte et sur les planches de ce fascicule résultent donc seulement : 1° d'un calcul provisoire du nivellement de précision exécuté de Salinas au terme est de la base de Riobamba; 2° d'un calcul provisoire des différences d'altitude précitées, sans compensation de ces différences, effectué par logarithmes à 7 décimales et basé sur le calcul provisoire des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques, par logarithmes à 7 décimales, dont il est parlé page 135. Les altitudes absolues ainsi obtenues, très approchées, sont plus que suffisamment exactes pour les divers objets qu'on se propose en les citant ou les divers calculs dans lesquels elles ont été introduites.

Par contre, les altitudes moyennes  $H_m$  des portées de chaque base, par rapport à l'ellipsoïde de référence, qui interviennent dans le calcul des réductions ( $B_1 - B$ ) de ces bases à l'ellipsoïde (§ 66), résultent du calcul définitif des différences d'altitude, avec compensation, récemment terminé. Pour toutes les déductions qui en dépendent, il était en effet nécessaire d'avoir ces altitudes avec la plus grande précision possible. (Voir page 84.)

Les nombres précédant les noms des stations correspondent à leur rang de classement, par ordre de latitudes décroissantes, adopté dans le fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*.

MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

---

119 069  
- 3,2

MISSION DU SERVICE GÉOGRAPHIQUE DE L'ARMÉE

POUR LA MESURE D'UN

# ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

EN AMÉRIQUE DU SUD

SOUS LE CONTRÔLE SCIENTIFIQUE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

1899-1906

---

TOME 3

FASCICULE 2. — COMPENSATION DES ANGLES — CALCUL DES TRIANGLES.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1912,





## ERRATA.

---

Page A.37, ligne 8 en remontant, au lieu de  $+ 2,5$  (8), lire  $- 2,5$  (8).

Page B.27, première ligne de la première colonne, au lieu de (124), lire (123).

## INTRODUCTION.





---

# INTRODUCTION.

---

On rappellera d'abord les données théoriques essentielles sur lesquelles sont basés la compensation des angles (ou directions) et le calcul des longueurs des côtés d'un réseau géodésique tracé sur un ellipsoïde de révolution, puis on indiquera comment l'application en a été faite au réseau du nouvel arc équatorial. Le lecteur n'éprouvera dès lors aucune difficulté pour l'intelligence des Tableaux numériques contenus dans les deux Parties du présent fascicule.

---

## PREMIÈRE SECTION.

---

### COMPENSATION D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE, CALCUL DES TRIANGLES GÉODÉSQUES.

(RAPPEL DE THÉORIES ET NOTATIONS).

#### I. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

##### 1. PROBLÈME DE LA COMPENSATION D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE ENVISAGÉ DANS TOUTE SA GÉNÉRALITÉ.

1. Considérons le réseau <sup>(1)</sup> dit *géodésique* (c'est-à-dire constitué par des lignes géodésiques), qui correspond sur l'ellipsoïde de référence au réseau établi sur la surface géographique terrestre. Les valeurs des angles (ou directions) sur l'ellipsoïde, déduites des angles (ou directions) observés, sont affectées par les erreurs inévitables des observations azimutales. Les valeurs des bases du réseau, c'est-

---

<sup>(1)</sup> L'expression courante, qui fait image, de *chaîne méridienne*, a fréquemment servi dans le fascicule 1 du Tome III (*Angles azimutaux*) pour désigner la triangulation du nouvel arc équatorial. Dans le présent fascicule, il est particulièrement important de bien définir les termes employés pour exposer les questions relatives à la compensation et au calcul des triangles; aussi réservera-t-on la dénomination de *chaîne* aux triangulations dans lesquelles une seule et unique suite de triangles s'impose pour calculer un côté quelconque en fonction de la base de départ, et celle de *réseau* aux triangulations présentant des côtés surabondants, dans lesquelles plusieurs suites de triangles sont utilisables pour ce calcul. La triangulation du nouvel arc équatorial est donc à proprement parler un *réseau*.

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

à-dire des lignes géodésiques de l'ellipsoïde qui correspondent aux bases du terrain, sont déduites des longueurs mesurées de ces dernières, et entachées des erreurs également inévitables de ces mesures. Il est, par suite, impossible de constituer géométriquement, sur l'ellipsoïde de référence, un réseau géodésique dont les angles (ou directions) et les bases aient les valeurs en question. On ne peut y parvenir que si l'on fait subir à ces valeurs certaines corrections.

La *compensation du réseau* a pour objet de déterminer ces corrections, qui permettent, pour employer l'expression couramment adoptée, de *rendre le réseau géométrique*.

Envisagé ainsi dans toute sa généralité, le problème de la compensation d'un réseau étendu et comprenant plusieurs bases offre des difficultés presque inextricables. Il oblige, en effet, à la recherche des corrections  $\nu$  à apporter aux quantités directement déterminées par l'observation, corrections dont les unes sont des angles, les autres des longueurs. Les poids  $p$  des angles (ou directions) observés et des bases mesurées interviennent alors dans la condition générale

$$\sum p\nu^2 = \text{minimum},$$

impliquée par le traitement des équations de condition au moyen de la méthode des moindres carrés. La détermination de ces poids, inversement proportionnels aux carrés des erreurs moyennes des quantités correspondantes, est des plus délicates et ouvre souvent un large champ à l'arbitraire, surtout en ce qui concerne les bases : d'une part, en effet, à l'inverse des mesures angulaires, le nombre des mesures de bases est toujours très restreint; d'autre part, il n'est pas rare qu'elles aient été faites avec des instruments et des procédés très variables.

## 2. SIMPLIFICATION DU PROBLÈME OBTENUE EN LE LIMITANT À LA COMPENSATION DES ANGLES (OU DIRECTIONS).

2. Mais on peut se demander s'il est logique de faire porter indifféremment, sur les deux espèces de quantités mesurées, les corrections indispensables pour rendre le réseau géométrique. Le rôle de ces quantités dans la détermination du réseau est tout différent, et les erreurs commises sur les bases sont loin d'avoir une influence comparable à celles dont sont affectés les angles (ou directions). En effet, l'erreur moyenne relative d'une base mesurée à notre époque ne dépasse pas normalement 1 : 500 000 et, par suite, l'erreur qui en résulte sur les logarithmes des côtés déduits de la base ne peut atteindre 0,000 001 <sup>(1)</sup>; au contraire, si l'on étudie

---

(<sup>1</sup>) Voir les considérations développées §§ 44 et 45, p. 41 et 42. Si l'on suppose que les observations d'angles (ou directions) ne sont entachées d'aucune erreur, c'est-à-dire  $\eta_i = 0$ , on a, d'après la formule (130),  $e_i = \beta_i$ .

Si  $(\beta) = \frac{1}{500\,000}$ ,  $\beta_i = \frac{\text{module}}{500\,000} = 10^{-6} \times 0,87 = 0,000\,001$  environ.

la loi suivant laquelle varient, à mesure qu'on s'éloigne de la base, les erreurs à craindre sur ces logarithmes par suite des erreurs commises dans les observations azimutales, on constate, même dans les meilleures triangulations, qu'elles augmentent rapidement, en atteignant bientôt 0,000 005 et même 0,000 01 (<sup>1</sup>). Il serait donc irrationnel de faire supporter aux bases, non seulement les conséquences de leurs propres erreurs, mais encore celles beaucoup plus graves de l'imperfection des mesures angulaires, et il est loisible, pour éviter de laborieux calculs hors de proportion avec les avantages obtenus, de considérer les bases comme exactes et de prendre comme seules inconnues les angles (ou directions).

Le problème ainsi simplifié, il s'agit, en premier lieu, de former les équations de condition indépendantes auxquelles doivent satisfaire les inconnues. Le nombre de ces équations est évidemment égal à celui des observations surabondantes faites dans le but d'augmenter la précision des résultats. Si les observations pouvaient être rigoureusement affranchies de toute erreur, on se bornerait à exécuter celles qui sont strictement indispensables à la détermination du réseau; il n'y aurait ni équations de condition, ni compensation.

### 3. DEUX MANIÈRES D'ENVISAGER LE RÔLE DES BASES, SUIVANT QU'ON RÉALISE OU NON LEUR ACCORD PAR LA COMPENSATION.

3. Quand le réseau géodésique comprend plusieurs bases,  $n$  par exemple, et qu'on veut les utiliser toutes pour sa détermination, ce qui paraît à première vue logique, il est nécessaire qu'après compensation on obtienne toujours les mêmes longueurs des côtés, quelle que soit la base de départ adoptée pour le calcul. En faisant alors arbitrairement choix d'une des bases comme base de départ, les  $n - 1$  autres bases surabondantes fournissent  $n - 1$  équations de condition, obtenues en égalant pour chacune sa longueur mesurée à sa longueur calculée en partant de la base ainsi choisie.

La question de savoir s'il faut ou non introduire, dans la compensation, les équations de condition qui expriment l'*accord des bases*, est des plus controversées; elle a donné lieu, au sein de l'Association géodésique internationale, à des enquêtes et à des discussions du plus haut intérêt (<sup>2</sup>). Il y a lieu ici, non point de reprendre ce débat, mais d'en rappeler les grandes lignes.

(<sup>1</sup>) Consulter par exemple les Tableaux § 101, p. C.10 et C.11 du présent fascicule.

(<sup>2</sup>) Consulter notamment les *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence géodésique internationale pour la mesure des degrés en Europe*, réunie à Stuttgart du 25 septembre au 2 octobre 1877, rédigés par les secrétaires C. BRUNNS, A. HIRSCH, Berlin, Georg Reimer, 1878, p. 198 à 256; Annexe III<sub>a</sub>: *Berichte der Special-Commission über die Punkte 5a und 5b des Programms der im Jahre 1876 in Brüssel vereinigten permanenten Commission der europäischen Gradmessung*, et Annexe III<sub>b</sub>: *Voten über die unter 5a und 5b des Brüsseler Programms ausgeführten geodätischen Fragen*.



La compensation générale d'un réseau, avec accord des bases, est le plus souvent rendue impraticable par la complication des calculs résultant du nombre considérable des équations de condition. Comme, d'autre part, les angles (ou directions) d'un réseau déjà compensé sans avoir égard aux équations de condition exprimant l'accord des bases, ne souffrent, du fait d'une nouvelle compensation réalisant cet accord, que des corrections extrêmement faibles, bien inférieures aux erreurs d'observation, on est en droit de considérer ces corrections comme pratiquement superflues.

Dès lors, le plus souvent, on considère une des bases, de préférence située au centre du réseau et mesurée avec une haute précision, comme *base fondamentale*. Elle seule est utilisée dans le calcul du réseau. Les autres, dites *bases de vérification*, servent uniquement à donner une idée de la précision de la triangulation, par la grandeur des écarts qui existent entre leurs longueurs mesurées et leurs longueurs calculées en partant de la base fondamentale. Les équations de condition qui expriment l'accord des bases ne sont pas comprises parmi celles qui interviennent dans la compensation du réseau. Il est possible alors, pour diminuer la complexité des calculs, de diviser celui-ci en des réseaux partiels plus aisés à compenser indépendamment les uns des autres.

Après que l'ensemble du réseau a été ainsi rendu applicable sur l'ellipsoïde de référence dans l'hypothèse où une seule base aurait été mesurée, on peut, si on le juge utile, effectuer l'accord des bases, soit par des procédés seulement approchés, soit par une nouvelle compensation rigoureuse, et toujours, bien entendu, sans que les conditions géométriques déjà réalisées par la première compensation cessent d'être satisfaites. La compensation avec accord des bases est, pour ainsi dire, obtenue en deux temps.

C'est, en somme, un procédé analogue qu'employaient Bouguer <sup>(1)</sup> et La Condamine <sup>(2)</sup>, lorsque chacun utilisait d'abord dans ses calculs uniquement la base de Yaruqui et affectait ensuite la longueur trouvée pour la méridienne d'une correction ayant pour objet de tenir compte de la base de Tarqui. Après eux, Cassini de Thury <sup>(3)</sup> et Delambre <sup>(4)</sup> devaient aussi tenter de faire *a posteriori* concourir au même titre toutes leurs bases au calcul de leurs triangles, mais en altérant tout à fait arbitrairement les angles mesurés. C'est en 1818 que, le premier,

(1) BOUGUER, *La Figure de la Terre*, Paris, Jombert, 1749, p. 112, 113 et 150, 151.

(2) LA CONDAMINE, *Mesure des trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphère austral*, Paris, Imprimerie royale, 1751, 1<sup>re</sup> Partie, art. XXV et XXVI, p. 93 à 101.

(3) CASSINI DE THURY, *La méridienne de l'Observatoire royal de Paris, vérifiée dans toute l'étendue du royaume par de nouvelles observations* (suite des Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année 1740), Paris, H.-L. et J. Guérin, 1744, p. 46, 48, 49, 55, etc.

(4) DELAMBRE, *Base du Système métrique décimal*, Paris, Baudouin; t. II, juillet 1807, p. 704 et suivantes : *Changemens imperceptibles faits aux angles pour accorder les deux bases*.

Laplace <sup>(1)</sup> a soumis le problème de l'accord des bases dans une simple chaîne de triangles à une rigoureuse analyse, plus tard développée et simplifiée par Puissant <sup>(2)</sup>. On sait quel bel exemple d'accord des bases, pour une chaîne d'étendue considérable, a été fourni par Struve dans la mesure de l'arc méridien qui s'étend du Danube à la Mer Glaciale <sup>(3)</sup>.

## II. — COMPENSATION DES ANGLES (OU DIRECTIONS) SANS ACCORD DES BASES ET CALCUL DES CÔTÉS DES TRIANGLES D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE.

### 1. ÉQUATIONS DE CONDITION EN GÉNÉRAL. ÉQUATIONS AUX ANGLES ET ÉQUATIONS AUX CÔTÉS, LEUR NATURE ET LEUR NOMBRE.

4. Quand on ne veut point réaliser l'accord des bases, les équations de condition de la compensation des angles (ou directions) comprennent seulement les *équations aux angles* et les *équations aux côtés* <sup>(4)</sup>.

Les équations aux angles sont de deux sortes :

Les premières expriment que la somme des angles adjacents, formés par les directions successives issues d'un sommet quelconque du réseau géodésique, est égale à 400 grades. En général, cette condition a été préalablement réalisée en chaque station, soit parce que l'observateur s'est servi de la méthode des directions (avec emploi de séries complètes ou de séries partielles, associées de manière à constituer des séries complètes), soit, s'il s'est servi de la méthode des angles, grâce à une compensation des observations effectuées à la station, dite *compensation*

<sup>(1)</sup> LAPLACE, *Théorie analytique des probabilités*. Deuxième supplément : *Application du calcul des probabilités aux opérations géodésiques*. Troisième supplément : *Application des formules géodésiques de probabilité à la méridienne de France*. (Tome VII de l'édition des *Œuvres complètes* de LAPLACE, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences par MM. les Secrétaires perpétuels, Paris, Gauthier-Villars, 1886.) Le premier de ces Mémoires, lu à l'Académie des Sciences le 4 août 1817, a paru l'année suivante comme *Addition* à la *Connaissance des Temps pour l'an 1820*, Paris, Courcier, 1818, p. 422 à 440. Le second a été imprimé pour la première fois dans la 3<sup>e</sup> édition de la *Théorie analytique des probabilités, revue et augmentée par l'auteur*, Paris, Courcier, 1820.

<sup>(2)</sup> PUISSANT, *Mémorial du Dépôt général de la Guerre*, t. VI : *Nouvelle description géométrique de la France*, 1<sup>re</sup> Partie; Paris, Picquet, 1832, Chap. VI, p. 136 et suiv.

PUISSANT, *Traité de Géodésie*, 3<sup>e</sup> édition, Paris, Bachelier, t. I, 1842, p. 404 à 414 : *Moyens d'évaluer, aussi exactement que possible, la longueur d'une ligne géodésique et celle de ses différentes parties, à l'aide d'un réseau de triangles appuyé sur deux bases qui présentent entre elles une petite discordance*.

<sup>(3)</sup> F.-G.-W. STRUVE, *Arc du méridien de 25° 20' entre le Danube et la Mer Glaciale, mesuré depuis 1816 jusqu'en 1855, sous la direction de C. de Tenner, N.-H. Selander, Chr. Hansteen et F.-G.-W. Struve*, Saint-Petersbourg (Eggers), Riga (Schmidt) et Leipzig (Voss), t. I, 1860, p. 157 et suiv.

<sup>(4)</sup> Il convient d'ailleurs de remarquer que les équations de condition exprimant l'accord des bases sont en somme des équations aux côtés. Voir § 61, p. 64 et suiv.

*de station.* Il n'y a pas alors à introduire ce groupe d'équations aux angles dans la compensation du réseau. On supposera toujours dans ce qui suit qu'il en est effectivement ainsi.

Les seules équations aux angles à considérer sont alors celles exprimant que, dans tout triangle du réseau géodésique, la somme des angles compensés est égale à 200 grades, plus l'excès du triangle et que, plus généralement, dans tout polygone du réseau ayant  $n$  côtés, la somme des angles compensés est égale à  $(n - 2) \times 200$  grades, plus l'excès du polygone. Mais il est facile de se rendre compte que le système des équations aux angles indépendantes que peut fournir un polygone, par la considération de sa figure totale aussi bien que de tous les polygones partiels en lesquels on peut le décomposer, est toujours équivalent à un système moins compliqué d'équations indépendantes relatives à de simples triangles. Il y a donc, dans tous les cas, avantage à ne considérer que les équations aux angles fournies par les triangles du réseau, et c'est ce qu'on fera par la suite.

Une équation aux côtés exprime, pour un côté du réseau susceptible d'être calculé par deux enchaînements différents en fonction d'un autre côté, l'égalité des valeurs obtenues par ces deux enchaînements.

Si l'on suppose formées toutes les équations aux angles et aux côtés possibles, il convient de ne conserver dans la compensation que des équations indépendantes. Le nombre de celles-ci est fourni par des formules qu'il est utile de rappeler ici <sup>(1)</sup> :

### Notations.

- $l$ , nombre total des côtés du réseau géodésique;
- $l'$ , nombre de côtés le long desquels les observations ont été faites dans une direction seulement;
- $s$ , nombre total des sommets du réseau géodésique;
- $s'$ , nombre de sommets seulement intersectés par des visées directes, ou seulement relevés par des visées inverses;
- $\alpha$ , nombre d'angles mesurés;
- $\delta$ , nombre de directions observées;
- $a$ , nombre d'équations aux angles indépendantes;
- $c$ , nombre d'équations aux côtés indépendantes;
- $r$ , nombre total d'équations de condition indépendantes.

---

<sup>(1)</sup> Les formules (2) et (4) ont été données comme *formules de Gauss* et démontrées par GERLING (*Die Ausgleichungsrechnungen der praktischen Geometrie oder die Methode der kleinsten Quadrate mit ihrer Anwendung auf geodätische Aufgaben*, Hambourg et Gotha, 1843, p. 273 et 277). Les formules plus générales (1) et (3), envisageant le cas où  $l'$  et  $s'$  ne sont pas nuls, ont été données par W. JORDAN, *Handbuch der Vermessungskunde*, I Band, IV Auflage, Stuttgart, Metzler, 1895, Kapitel II, § 58, p. 170 et suiv.).



*Premier cas. — Compensation des angles.*

$$(1) \quad \begin{cases} a = (l - l') - (s - s') + 1 \\ c = l - 2s + 3 \\ \hline r = 2l - l' - 3s + s' + 4 = \alpha - 2s + 4 \end{cases}$$

Si  $l' = s' = 0$  :

$$(2) \quad \begin{cases} a = l - s + 1 \\ c = l - 2s + 3 \\ \hline r = 2l - 3s + 4 = \alpha - 2s + 4 \end{cases}$$

*Deuxième cas. — Compensation des directions.*

$$(3) \quad \begin{cases} a = (l - l') - (s - s') + 1 \\ c = l - 2s + 3 \\ \hline r = 2l - l' - 3s + s' + 4 \end{cases}$$

Si  $l' = s' = 0$  :

$$(4) \quad \begin{cases} a = l - s + 1 \\ c = l - 2s + 3 \\ \hline r = 2l - 3s + 4 = \delta - 3s + 4 \end{cases}$$

On a enfin, en ne comprenant pas dans le nombre  $s$  les points seulement intersectés par des visées directes :

$$(5) \quad \alpha = \delta - s.$$

## 2. FORMATION DES ÉQUATIONS DE CONDITION.

5. Les équations de condition de la compensation sont en général formées en prenant pour inconnues les angles <sup>(1)</sup>. Si l'on désire effectuer la compensation des directions (méthode de calcul la plus fréquemment employée dans le cas de la compensation d'ensemble d'un réseau étendu), il est facile de transformer ensuite ces équations en introduisant comme inconnues les directions <sup>(2)</sup>, tout angle étant égal à la différence de deux directions, et toute correction à un angle étant égale à la différence des deux corrections aux directions correspondantes <sup>(3)</sup>.

Les développements suivants, relatifs à la formation des équations de condition, supposent donc qu'on prend pour inconnues les angles.

*a. — Calcul des excès des triangles géodésiques.*

6. La formation des équations aux angles exige le calcul préalable des excès

<sup>(1)</sup> Ou mieux les corrections aux angles; voir plus loin § 22, p. 23 et 24.

<sup>(2)</sup> Ou mieux les corrections aux directions; voir plus loin § 22, p. 23 et 24.

<sup>(3)</sup> Il en résulte évidemment que dans toute équation de condition écrite en adoptant comme inconnues les directions (ou les corrections aux directions), la somme algébrique des coefficients des inconnues est nulle.

des triangles géodésiques. On verra d'ailleurs plus loin qu'il en est de même pour la formation des équations aux côtés <sup>(1)</sup>.

7. *Théorème de Legendre généralisé.* — On sait que le théorème de Legendre <sup>(2)</sup> relatif aux triangles sphériques, déjà étendu par ce géomètre <sup>(3)</sup> aux triangles géodésiques tracés sur un ellipsoïde de révolution, a été complètement généralisé par Gauss <sup>(4)</sup> dans le cas de triangles géodésiques tracés sur une surface quelconque, de sorte que tout triangle géodésique, dont les côtés ne dépassent pas les  $\frac{5}{100}$  du rayon de courbure moyen de la surface sur laquelle il est tracé, peut se calculer comme un triangle plan ayant mêmes côtés et ayant pour angles ceux du triangle géodésique diminués chacun du tiers de son excès. Le lecteur trouvera dans les Mémoires et Traités spéciaux la théorie des triangles sphériques et celle des triangles géodésiques tracés sur un ellipsoïde de révolution avec tous les développements qu'elle comporte <sup>(5)</sup>. Il convient ici seulement de préciser les notations employées par la suite et d'indiquer sur quelles considérations est basée la légitimité du mode de calcul habituel des excès des triangles géodésiques.

8. *Notations.* — On adoptera les notations suivantes :

$a_0$ , demi grand axe de l'ellipsoïde de référence;

$e$ , excentricité de cet ellipsoïde;

$L$ , latitude d'un point situé à la surface de l'ellipsoïde de référence;

En ce point :

$$\left\{ \begin{array}{ll} R_1 = \frac{a_0(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 L)^{\frac{3}{2}}}, & \text{rayon de courbure minimum (dans la section} \\ & \text{normale méridienne);} \\ R_2 = \frac{a_0}{(1-e^2\sin^2 L)^2}, & \text{rayon de courbure maximum (dans la section} \\ & \text{normale perpendiculaire au méridien);} \\ R = \sqrt{R_1 R_2} = \frac{a_0(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-e^2\sin^2 L)}, & \text{rayon de courbure moyen;} \\ \frac{1}{R^2}, \text{ courbure, égale à } \frac{K}{a_0^2}, \text{ en posant } K = \frac{a_0^2}{R^2}; \end{array} \right.$$

<sup>(1)</sup> § 13, p. 13 et 14.

<sup>(2)</sup> LEGENDRE, *Mémoire sur les opérations trigonométriques dont les résultats dépendent de la figure de la Terre*, Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, 1787, p. 352 à 383.

<sup>(3)</sup> LEGENDRE, *Analyse des triangles tracés sur la surface d'un sphéroïde*, Mémoire lu à la séance de la classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut, le 3 mars 1806, Paris, Baudouin, juin 1806.

<sup>(4)</sup> GAUSS, *Disquisitiones generales circa superficies curvas* (Commentationes Societatis regiae scientiarum Göttingensis recentiores, oct. 8, 1827, vol. VI), Göttingæ, 1828, réimprimé dans CARL FRIEDRICH GAUSS, *Werke, herausgeben von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, vierter Band, 1880, p. 217 à 258.

<sup>(5)</sup> Notamment dans HELMERT, *Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie*, I Teil : *Die mathematischen Theorien*, Leipzig, Teubner, 1880, Kapitel 2, 8, 11.

$A, B, C,$	angles	{ d'un triangle géodésique tracé sur l'ellipsoïde de référence;
$\varepsilon = A + B + C - 200^G,$	excès	
$a, b, c,$	côtés	
$m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3},$	moyenne des carrés des trois côtés de ce triangle;	
$n^4 = \frac{a^4 + b^4 + c^4}{3},$	moyenne des quatrièmes puissances de ces côtés;	
$K_1, K_2, K_3,$	valeurs de $K$ aux trois sommets du triangle;	
$K_m = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3},$	moyenne de ces trois valeurs;	
$R_m = \frac{a_0}{\sqrt{K_m}},$	valeur de $R$ correspondant à $K_m$ ;	
$A', B', C',$	angles	{ du triangle sphérique ayant mêmes côtés $a, b, c$ , que le triangle géodésique et tracé sur une sphère de rayon
$\varepsilon' = A' + B' + C' - 200^G,$	excès sphérique	
$S,$	surface	$R_m = \frac{a_0}{\sqrt{K_m}};$
$A'', B'', C'',$	angles du triangle plan ayant mêmes côtés $a, b, c$ , que le triangle géodésique.	

On considérera comme quantité du premier ordre un côté géodésique rapporté au rayon terrestre moyen.

9. *Formules fondamentales.* — Les formules fondamentales suivantes donnent les expressions des différences  $A - A', \dots; A - A'', \dots$  et de l'excès  $\varepsilon$  (1) :

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} A - A' = \frac{1}{12 \sin 1''} \frac{S}{a_0^2} (K_1 - K_m) + \text{des termes du 6}^\circ \text{ ordre,} \\ B - B' = \frac{1}{12 \sin 1''} \frac{S}{a_0^2} (K_2 - K_m) + \text{des termes du 6}^\circ \text{ ordre,} \\ C - C' = \frac{1}{12 \sin 1''} \frac{S}{a_0^2} (K_3 - K_m) + \text{des termes du 6}^\circ \text{ ordre.} \end{array} \right.$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} A - A'' = \frac{\varepsilon}{3} \left( 1 + \frac{m^2 - a^2}{20 a_0^2} K_m + \frac{K_1 - K_m}{4 K_m} + \text{des termes du 4}^\circ \text{ ordre} \right), \\ B - B'' = \frac{\varepsilon}{3} \left( 1 + \frac{m^2 - b^2}{20 a_0^2} K_m + \frac{K_2 - K_m}{4 K_m} + \text{des termes du 4}^\circ \text{ ordre} \right), \\ C - C'' = \frac{\varepsilon}{3} \left( 1 + \frac{m^2 - c^2}{20 a_0^2} K_m + \frac{K_3 - K_m}{4 K_m} + \text{des termes du 4}^\circ \text{ ordre} \right). \end{array} \right.$$

$$(8) \quad \varepsilon = \frac{S}{\sin 1'' a_0^2} K_m \left( 1 + \frac{m^2}{8 a_0^2} K_m + \text{des termes du 4}^\circ \text{ ordre} \right).$$

(1) HELMERT, *loc. cit.*, p. 358 et 362.

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

En additionnant membre à membre les égalités (6), on voit que l'excès du triangle géodésique est, à des termes du sixième ordre près, égal à celui du triangle sphérique correspondant. Ce dernier est fourni par le développement suivant (1) :

$$(9) \quad \varepsilon' = \frac{S}{\sin 1'' R_m^2} \left( 1 + \frac{m^2}{8 R_m^2} + \frac{n^4 + 3m^4}{240 R_m^4} + \text{des termes du 6}^\circ \text{ ordre} \right).$$

On démontre aisément que, si l'on considère tous les triangles pour lesquels  $m^2$  a une valeur constante donnée, chacun des trois premiers termes de  $\varepsilon'$  est maximum pour le triangle équilatéral (2). Dans ce cas du triangle équilatéral la formule (9) devient :

$$(10) \quad \varepsilon' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4 \sin 1'' R_m^2} \left( 1 + \frac{a^2}{8 R_m^2} + \frac{a^4}{60 R_m^4} + \text{des termes du 6}^\circ \text{ ordre} \right).$$

Si  $\frac{a}{R_m} = \frac{1}{60}$ , ce qui, pour  $R_m = 6370^{\text{km}}$  environ, donne  $a = 106^{\text{km}}$  environ, les valeurs de ces trois termes sont respectivement :

$$76'', 573 \quad 0'', 003 \quad 10^{-7} \times 1''.$$

La précision que l'on peut espérer des observations azimutales étant bien loin d'atteindre  $0'', 003$ , on peut toujours, dans le cas d'un triangle géodésique ayant les dimensions ordinairement usitées, employer pour le calcul de son excès  $\varepsilon$ , la formule réduite au premier terme :

$$(11) \quad \varepsilon = \frac{S}{\sin 1'' R_m^2},$$

dans laquelle la surface  $S$  du triangle plan correspondant est calculée au moyen des deux côtés et de l'angle compris :

$$(12) \quad S = \frac{1}{2} ab \sin C''.$$

10. *Calcul des excès par approximations successives.* — Le calcul s'effectue, en général, comme il suit, par approximations successives :

*Première approximation.* — Un premier calcul des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques est fait par logarithmes à 5 décimales, en prenant pour angles de chaque triangle les angles observés (ce qui revient à supposer que les observations ne sont entachées d'aucune erreur et à négliger les excès). On en déduit pour les surfaces des triangles plans des valeurs provisoires  $S_1$ .

Il faut obtenir ensuite les  $R_m$ . A cet effet, on exécute un premier calcul des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts) des sommets du réseau.

(1) HELMERT, *loc. cit.*, p. 93.

(2) *Ibid.*, p. 95.

Basé sur le calcul de triangles précédent, ce calcul des coordonnées est effectué par logarithmes à 5 décimales, en partant d'une latitude et d'un azimut origines, astronomiquement déterminés. Il donne des valeurs provisoires pour les latitudes des sommets, latitudes dont les  $R_m$  sont des fonctions. Mais au lieu d'employer, dans la formule (11), la quantité  $R_m$  donnée par l'expression  $R_m = \frac{\alpha_0}{\sqrt{K_m}}$  ( $K_m$  étant la moyenne des valeurs que prend, aux trois sommets du triangle, la quantité  $K$ , fonction de la latitude), il suffit de prendre désormais pour  $R_m$ , dans cette formule, le rayon de courbure moyen  $R'_m$  correspondant à la latitude moyenne  $L'_m$  des trois sommets, rayon qui s'obtient immédiatement en consultant une table des rayons de courbure moyens  $R$ , ayant la latitude  $L$  comme argument, et préalablement dressée pour l'ellipsoïde de référence adopté. En pratique, pour plus de commodité, on dresse une table fournissant à première vue les logarithmes des quantités  $\frac{1}{2 R^2 \sin 1''}$ , appelées *facteurs de l'excès* (1).

Soit, en effet,  $L_m$  la valeur de la latitude correspondant à la valeur  $R_m = \frac{\alpha_0}{\sqrt{K_m}}$  du rayon de courbure moyen  $R$ . On a employé dans le calcul  $L'_m$  au lieu de  $L_m$ , c'est-à-dire une latitude erronée de la quantité  $L'_m - L_m = \delta L_m$ . A cette erreur correspondent une erreur  $\delta K_m$  sur  $K_m$  et une erreur  $\delta \varepsilon$  sur  $\varepsilon$ . Or la formule (8) donne :

$$(13) \quad \delta \varepsilon = \varepsilon \frac{\delta K_m}{K_m},$$

et comme :

$$(14) \quad K_m = \frac{\alpha_0^2}{R_m^2} = \frac{(1 - e^2 \sin^2 L_m)^2}{(1 - e^2)},$$

on a :

$$(15) \quad \frac{\delta K_m}{K_m} = - \frac{2 e^2 \sin 2 L_m}{1 - e^2 \sin^2 L_m} \delta L_m,$$

d'où sans erreur sensible :

$$(16) \quad \delta \varepsilon \text{ (en secondes)} = - \varepsilon \cdot 2 e^2 \sin 2 L_m \cdot \delta L_m \text{ (en secondes)} \sin 1'' + \dots$$

En se plaçant dans des conditions extrêmement défavorables :  $\varepsilon = 76'',573$  (valeur correspondant à un triangle équilatéral pour lequel  $\alpha = \frac{R_m}{60} = 106\text{km}$  environ, longueur rarement atteinte dans la pratique courante de la Géodésie) et  $L_m = 45^\circ$  (d'où  $\sin 2 L_m = 1$ ), pour  $e^2 = 0,0068035$  et  $\log e^2 = \bar{3}.83273$  (Clarke, 1880), une erreur  $\delta L_m = 0'',25$  ne cause qu'une erreur  $\delta \varepsilon = 0'',004$ , déjà bien inférieure à la précision sur laquelle on peut compter dans les observations azimutales.

(1) Voir § 63, p. 80 et 81.

Pour des triangles de dimensions ordinaires, l'erreur  $\delta\epsilon$  devient complètement négligeable.

Ayant les valeurs provisoires  $S_1$  des  $S$ , et les valeurs qu'on peut le plus souvent considérer comme définitives des  $R'_m$ , on calcule par les formules (11) et (12) des valeurs provisoires  $\epsilon_1$  des  $\epsilon$ .

11. *Deuxième approximation.* — Un second calcul des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques est ensuite effectué par logarithmes à 7 décimales, en prenant pour angles de chaque triangle les angles observés diminués chacun du tiers de l'excès  $\epsilon_1$ .

On en déduit pour les surfaces de ces triangles des valeurs  $S_2$ , plus approchées que les valeurs  $S_1$ .

Si l'on craint d'avoir employé, dans la recherche des  $R'_m$ , des valeurs trop erronées des latitudes des sommets, on vérifie alors ces valeurs par un nouveau calcul des coordonnées, effectué par logarithmes à 7 décimales, et l'on peut être conduit à modifier les  $R'_m$  adoptés. Comme on le voit, en se reportant à une démonstration qui vient d'être faite <sup>(1)</sup>, il faut des erreurs considérables sur les latitudes primitivement employées pour que ce nouveau calcul soit nécessaire.

Enfin, à l'aide des valeurs  $S_2$  et des valeurs  $R'_m$  adoptées, on calcule par les formules (11) et (12) des valeurs  $\epsilon_2$  des excès qui peuvent être considérées comme définitives. Ainsi que ces formules le montrent en effet facilement, en supposant même sur les côtés  $a$  et  $b$  une erreur relative  $\frac{1}{50\,000}$ , hypothèse admissible seulement dans des régions du réseau éloignées de la base fondamentale, pour des triangulations de haute précision dans lesquelles l'erreur moyenne relative des bases mesurées ne dépasse pas  $\frac{1}{500\,000}$  et dans lesquelles l'erreur moyenne d'un angle final observé est à peine supérieure à  $1''$  <sup>(2)</sup>, l'erreur commise, en calculant ainsi l'excès d'un triangle équilatéral pour lequel  $a = \frac{R_m}{60} = 106\text{km}$  environ, atteint seulement  $0'',003$ .

12. *Nombre de décimales à employer dans le calcul.* — Toutes les considérations précédentes s'accordent pour montrer que dans le cas d'un triangle équilatéral de  $106\text{km}$  de côté, c'est-à-dire atteignant des dimensions rarement usitées, l'excès calculé, comme il vient d'être expliqué, au moyen des formules (11) et (12), ne peut être entaché d'une erreur dépassant  $0'',004$ . Il serait d'ailleurs illusoire de vouloir, pour les excès, atteindre une précision d'un petit nombre de millièmes de seconde centésimale, hors de proportion avec celle des observations azimutales. On adopte donc la méthode ci-dessus en employant des logarithmes à 6 décimales seulement dans l'application des formules (11) et (12), ce qui, pour le cas de triangles ordinaires, permet d'obtenir  $\epsilon$  avec les trois décimales suffisantes.

<sup>(1)</sup> P. 11.

<sup>(2)</sup> Voir §§ 31 à 47, p. 31 à 45, §§ 96 à 99, p. C.3 à C.7.

*b. — Notations.*

13. On appellera désormais :

- A, B, C, D, ... les inconnues choisies, vraies valeurs de certains angles du réseau géodésique tracé sur l'ellipsoïde de référence;
- $A_1, B_1, C_1, D_1, \dots$  les valeurs fournies par les observations azimutales pour ces angles;
- $\varepsilon$  les excès des triangles du réseau géodésique, préalablement calculés comme il vient d'être expliqué;
- $E$  les erreurs de ces triangles, obtenues avec leurs signes en retranchant pour chaque triangle  $(200^G + \varepsilon)$  de la somme des valeurs observées pour les angles :

$$E = (L_1 + N_1 + P_1) - (200^G + \varepsilon);$$

- I, II, III, IV, ... les sommets des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques, triangles dont les angles s'obtiennent en retranchant des angles A, B, C, ..., ou de combinaisons de ces angles par sommes ou différences, le tiers de l'excès correspondant.

*c. — Formation des équations aux angles.*

14. La formation des équations aux angles n'offre aucune difficulté. Elles sont linéaires par rapport aux inconnues. On a déjà remarqué <sup>(1)</sup> qu'il suffit et qu'il est avantageux, pour les former, de se borner à considérer les triangles du réseau, à l'exclusion de toute autre espèce de polygone. En désignant par L, N, P trois angles d'un même triangle géodésique (angles compris parmi les inconnues choisies ou égaux à des combinaisons par sommes ou différences de ces inconnues), les équations aux angles se présentent sous la forme générale suivante :

$$(17) \quad (200^G + \varepsilon) - (L + N + P) = 0.$$

*d. — Formation des équations aux côtés.*

15. *Forme générale non linéaire des équations aux côtés.* — Toute équation aux côtés exprime l'égalité des valeurs obtenues pour un côté, lorsqu'on le calcule en fonction d'un même autre côté, par la proportion des sinus appliquée successivement de proche en proche aux triangles de deux enchaînements différents; elle s'écrit donc en égalant à l'unité le rapport de deux produits composés chacun d'un même nombre de sinus. Il importe de ne pas oublier que le calcul des côtés s'effectuant par les triangles plans, en vertu du théorème de Legendre généralisé, les angles qui interviennent dans les équations aux côtés sont ceux de ces triangles, et non les angles des triangles géodésiques comme pour les équations aux angles <sup>(2)</sup>.

<sup>(1)</sup> § 4, p. 6.

<sup>(2)</sup> La proportion des sinus des angles aux côtés ou aux sinus des côtés, vraie pour les triangles plans et sphériques, l'est encore pour les triangles géodésiques tracés sur l'ellipsoïde de révolution, à des termes près

La forme générale des équations aux côtés est donc, en désignant par L et R, N et T, P et V, ... des angles appartenant deux à deux à un même triangle géodésique (angles compris parmi les inconnues choisies ou égaux à des combinaisons par sommes ou différences de ces inconnues), par  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots$  les excès des triangles correspondants :

$$(19) \quad 1 = \frac{\sin\left(L - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(N - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(P - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \dots}{\sin\left(R - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(T - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(V - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \dots}.$$

Cette équation peut se représenter par :

$$(20) \quad F(L, N, P, \dots; R, T, V, \dots) = 0,$$

F étant une fonction non linéaire des inconnues.

de l'ordre du carré de l'excentricité. En désignant par :

$L'_1$ , la *latitude réduite* du sommet B, définie par la relation  $\tan L'_1 = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \tan L_2$ ,

$E_2$ , la quantité  $\frac{1}{6} e^2 \sin 2 L'_1$ ,

$Z_{BA}$ , l'azimut du côté BA, en B,   
 $Z_{BC}$ , l'azimut du côté BC, en B,   
 $Z_{AB}$ , l'azimut du côté AB, en A,   
 } comptés de 0 à 400°, du sud vers l'ouest,

cette proportion s'écrit, en prenant pour unité de longueur le demi grand axe  $a_0$  (HELMERT, *loc. cit.*, p. 352) :

$$(18) \quad \frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\sin\left[\frac{c\sqrt{K_2}}{a\sqrt{K_2}}\right]}{\sin\left[\frac{a\sqrt{K_2}}{a\sqrt{K_2}}\right]} \left[ 1 + \frac{3}{4} E_2 (a^2 - c^2) (a \cos Z_{BA} + c \cos Z_{BC}) + \frac{1}{4} E_2 b^3 \cos Z_{AB} + \text{des termes du 6° ordre} \right].$$

Tant que les côtés sont assez petits par rapport au rayon de courbure moyen  $\frac{a_0}{\sqrt{K_m}}$  pour qu'on puisse les considérer comme égaux à leurs sinus, la formation des équations aux côtés à l'aide des angles des triangles géodésiques fournit absolument les mêmes équations que leur formation à l'aide des angles des triangles plans correspondants.

A tout rapport de la forme :

$$\frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\sin[C_1 + \{3\}]}{\sin[A_1 + \{1\}]},$$

relatif à un triangle géodésique, correspond en effet un rapport de la forme :

$$\frac{\sin\left(C - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)} = \frac{\sin\left[C_1 - \frac{\varepsilon}{3} + \{3\}\right]}{\sin\left[A_1 - \frac{\varepsilon}{3} + \{1\}\right]},$$

relatif au triangle plan, et ces deux rapports sont égaux entre eux comme tous deux égaux à  $\frac{c}{a}$ .

Mais tel n'est point le cas dans la pratique courante de la Géodésie. Des côtés de 32<sup>km</sup> dépassent déjà le 1 : 200 du rayon de courbure. Il est donc essentiel de former les équations aux côtés à l'aide des angles des triangles plans.



16. *Forme générale linéaire des équations aux côtés.* — En vue de rendre praticables les calculs ultérieurs, toute semblable équation de condition non linéaire doit être transformée de manière à le devenir. Cela est toujours possible si l'on connaît des valeurs suffisamment approchées  $L_1, N_1, P_1, \dots, R_1, T_1, V_1, \dots$  des inconnues pour qu'on puisse écrire sans erreur sensible, en employant la formule de Taylor, limitée aux termes du premier degré par rapport aux accroissements des variables :

$$\begin{aligned}
 (21) \quad & F(L, N, P, \dots; R, T, V, \dots) \\
 &= F[L_1 + (L - L_1), N_1 + (N - N_1), P_1 + (P - P_1), \dots; \\
 &\quad R_1 + (R - R_1), T_1 + (T - T_1), V_1 + (V - V_1), \dots] \\
 &= F(L_1, N_1, P_1, \dots; R_1, T_1, V_1, \dots) + (L - L_1) \frac{dF}{dL_1} + (N - N_1) \frac{dF}{dN_1} + (P - P_1) \frac{dF}{dP_1} + \dots \\
 &\quad + (R - R_1) \frac{dF}{dR_1} + (T - T_1) \frac{dF}{dT_1} + (V - V_1) \frac{dF}{dV_1} + \dots
 \end{aligned}$$

L'équation ainsi obtenue :

$$\begin{aligned}
 (22) \quad & + \frac{dF}{dL_1} L + \frac{dF}{dN_1} N + \frac{dF}{dP_1} P + \dots + \frac{dF}{dR_1} R + \frac{dF}{dT_1} T + \frac{dF}{dV_1} V + \dots \\
 & + F(L_1, N_1, P_1, \dots; R_1, T_1, V_1, \dots) \\
 & - \frac{dF}{dL_1} L_1 - \frac{dF}{dN_1} N_1 - \frac{dF}{dP_1} P_1 - \dots - \frac{dF}{dR_1} R_1 - \frac{dF}{dT_1} T_1 - \frac{dF}{dV_1} V_1 - \dots = 0
 \end{aligned}$$

est linéaire par rapport aux inconnues  $L, N, P, \dots, R, T, V, \dots$

Pour appliquer cette transformation plus commodément à l'équation (19), on prend les logarithmes :

$$\begin{aligned}
 (23) \quad & \log \sin \left( L - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) + \log \sin \left( N - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) + \log \sin \left( P - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) + \dots \\
 & - \log \sin \left( R - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) - \log \sin \left( T - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) - \log \sin \left( V - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) - \dots = 0.
 \end{aligned}$$

Chaque coefficient  $\frac{dF}{dL_1}$  de l'équation linéaire correspondante est de la forme

$$\frac{d \log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)}{dL_1}.$$

Or, en appelant  $m$  le module des logarithmes vulgaires, on a :

$$(24) \quad \frac{d \log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)}{dL_1} = m \cot \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right),$$

avec :

$$m = 0,4342944819, \quad \log m = \bar{1}.6377843113.$$

Quelques auteurs forment ainsi les équations aux côtés en employant les cotan-

gentes des angles observés pour les triangles plans, mais il est plus commode d'opérer comme il suit :

Soit  $\Delta_{L_1}$  l'accroissement de  $\log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)$  pour un accroissement de  $\left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)$  égal à une seconde centésimale, accroissement qui est, à un facteur puissance de 10 près, la *différence tabulaire* correspondant à  $\log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)$ . La formule de Taylor, limitée sans erreur sensible à ses deux premiers termes, donne :

$$(25) \quad \log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} + 1'' \right) - \log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) = \text{arc } 1'' \frac{d \log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)}{dL_1},$$

ou :

$$(26) \quad \frac{d \log \sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right)}{dL_1} = \frac{\Delta_{L_1}}{\text{arc } 1''}.$$

L'équation (23) rendue linéaire est donc :

$$(27) \quad + \frac{1}{\text{arc } 1''} (\Delta_{L_1} L_1 + \Delta_{N_1} N_1 + \Delta_{P_1} P_1 + \dots - \Delta_{R_1} R_1 - \Delta_{T_1} T_1 - \Delta_{V_1} V_1 - \dots) \\ + \log \frac{\sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) \sin \left( N_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) \sin \left( P_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) \dots}{\sin \left( R_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) \sin \left( T_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) \sin \left( V_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) \dots} \\ - \frac{1}{\text{arc } 1''} (\Delta_{L_1} L_1 + \Delta_{N_1} N_1 + \Delta_{P_1} P_1 + \dots - \Delta_{R_1} R_1 - \Delta_{T_1} T_1 - \Delta_{V_1} V_1 - \dots) = 0.$$

Dans cette équation, tous les arcs ( $\text{arc } 1''$ ,  $L_1$ ,  $N_1$ ,  $P_1$ , ...,  $R_1$ ,  $T_1$ ,  $V_1$ , ...,  $L$ ,  $N$ ,  $P$ , ...,  $R$ ,  $T$ ,  $V$ , ...) sont rapportés au rayon. En les exprimant en secondes centésimales, elle s'écrit :

$$(28) \quad + (\Delta_{L_1} L_1 + \Delta_{N_1} N_1 + \Delta_{P_1} P_1 + \dots - \Delta_{R_1} R_1 - \Delta_{T_1} T_1 - \Delta_{V_1} V_1 - \dots) \\ + \log \frac{\sin \left( L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) \sin \left( N_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) \sin \left( P_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) \dots}{\sin \left( R_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) \sin \left( T_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) \sin \left( V_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) \dots} \\ - (\Delta_{L_1} L_1 + \Delta_{N_1} N_1 + \Delta_{P_1} P_1 + \dots - \Delta_{R_1} R_1 - \Delta_{T_1} T_1 - \Delta_{V_1} V_1 - \dots) = 0.$$

17. *Exemple : Équation aux côtés d'un quadrilatère.* — Prenons l'exemple du quadrilatère [Fierro Urcu-Chilla Cocha-Minas-Tinajillas] qui fait partie du réseau géodésique représenté sur la figure a <sup>(1)</sup>.

Les observations azimutales ont fourni les valeurs suivantes pour les angles du réseau géodésique :

---

(1) C'est la figure 9 du réseau primordial, p. A.36 à A.38.

$A_1 = 37.6115,744$	$H_1 = 102.2803,226$
$B_1 = 19.3321,029$	$I_1 = 41.1420,446$
$C_1 = 41.2204,215$	$J_1 = 37.2465,668$
$D_1 = 68.7720,267$	$K_1 = 79.2945,940$
$E_1 = 33.4309,046$	$L_1 = 50.0295,882$
$F_1 = 19.3114,385$	$M_1 = 33.0660,321$
$G_1 = 37.2669,787$	

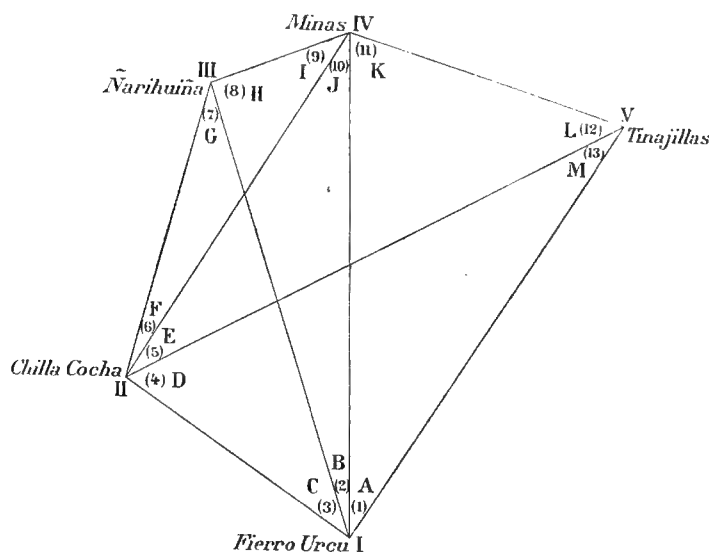


Figure a.

Les excès préalablement calculés sont :

*Triangles géodésiques :*

[Fierro Urcu-Tinajillas-Minas].....	$\varepsilon_1 = 19,961 = (A + K + L + M)$	$- 200^G$	$\frac{\varepsilon_1}{3} = 6,654$
[Chilla Cocha-Tinajillas-Minas].....	$\varepsilon_2 = 16,583 = (E + J + K + L)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_2}{3} = 5,528$
[Fierro Urcu-Tinajillas-Chilla Cocha].....	$\varepsilon_3 = 19,793 = (A + B + C + D + M)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_3}{3} = 6,598$
[Narihuña-Fierro Urcu-Minas].....	$\varepsilon_4 = 10,296 = (B + H + I + J)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_4}{3} = 3,432$
[Narihuña-Chilla Cocha-Minas].....	$\varepsilon_5 = 5,356 = (F + G + H + I)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_5}{3} = 1,785$
[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Minas].....	$\varepsilon_6 = 16,415 = (B + C + D + E + J)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_6}{3} = 5,472$
[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Narihuña].....	$\varepsilon_7 = 11,475 = (C + D + E + F + G)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_7}{3} = 3,825$

On doit obtenir la même valeur pour le côté (Chilla Cocha-Minas) calculé en fonction du côté (Fierro Urcu-Chilla Cocha), soit par les triangles I.II.V et II.IV.V, soit par le triangle I.II.IV.

*Arc de méridien équatorial, t. III, (2).*

(3)

Les triangles I.II.V et II.IV.V donnent :

$$(29) \quad \text{II.V} = \text{I.II} \frac{\sin \text{II.I.V}}{\sin \text{I.V.II}} \quad \text{et} \quad \text{II.IV} = \text{II.V} \frac{\sin \text{II.V.IV}}{\sin \text{II.IV.V}},$$

d'où :

$$(30) \quad \text{II.IV} = \text{I.II} \frac{\sin \text{II.I.V} \sin \text{II.V.IV}}{\sin \text{I.V.II} \sin \text{II.IV.V}}.$$

Le triangle I.II.IV donne :

$$(31) \quad \text{II.IV} = \text{I.II} \frac{\sin \text{II.I.IV}}{\sin \text{I.IV.II}}.$$

On doit donc avoir :

$$(32) \quad 1 = \frac{\sin \text{II.I.V} \sin \text{II.V.IV} \sin \text{I.IV.II}}{\sin \text{I.V.II} \sin \text{II.IV.V} \sin \text{II.I.IV}}.$$

Or, on a :

$$\text{II.I.V} = A + B + C - \frac{\varepsilon_3}{3},$$

$$\text{II.V.IV} = L - \frac{\varepsilon_2}{3},$$

$$\text{I.IV.II} = J - \frac{\varepsilon_6}{3},$$

$$\text{I.V.II} = M - \frac{\varepsilon_3}{3},$$

$$\text{II.IV.V} = J + K - \frac{\varepsilon_2}{3},$$

$$\text{II.I.IV} = B + C - \frac{\varepsilon_6}{3}.$$

En substituant dans l'équation précédente, on obtient une équation aux côtés à laquelle doivent satisfaire les inconnues A, B, C, J, K, L, M :

$$(33) \quad 1 = \frac{\sin \left( A + B + C - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) \sin \left( L - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) \sin \left( J - \frac{\varepsilon_6}{3} \right)}{\sin \left( M - \frac{\varepsilon_3}{3} \right) \sin \left( J + K - \frac{\varepsilon_2}{3} \right) \sin \left( B + C - \frac{\varepsilon_6}{3} \right)}.$$

On la met comme il suit sous une forme analogue à celle de l'équation (28) :

$A_1 + B_1 + C_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} =$	$98.1634^{\text{G}}, 390$	$\log \sin =$	$1.99981926$	$\Delta = +$	$2,0 \times 10^{-8}$
$L_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} =$	$50.0290, 354$	$\gg$	$1.84968299$	$\Delta = +$	$68,1 \times 10^{-8}$
$J_1 - \frac{\varepsilon_6}{3} =$	$37.2460, 197$	$\gg$	$1.74213467$	$\Delta = +$	$103,0 \times 10^{-8}$
			$1.59163692$		

$$\begin{array}{lll}
M_1 - \frac{e_3}{3} = 306.0653^{\text{''}}724 & \log \sin = 1.69578835 & \Delta = + 119,3 \times 10^{-8} \\
J_1 + K_1 - \frac{e_2}{3} = 116.5406,080 & \text{»} = 1.98517329 & \Delta = - 18,1 \times 10^{-8} \\
B_1 + C_1 - \frac{e_6}{3} = 60.5519,772 & \text{»} = 1.91066862 & \Delta = + 48,7 \times 10^{-8} \\
& & \begin{array}{l} - 1.59163026 \\ + 1.59163692 \\ + 10^{-8} \times 666 \end{array}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
(34) \quad & + 10^{-8} [ + 2,0 \times (A + B + C) + 68,1 \times L + 103,0 \times J \\
& - 119,3 \times M + 18,1 \times (J + K) - 48,7 \times (B + C) ] \\
& + 10^{-8} \times 666 \\
& - 10^{-8} ( + 2,0 \times 98.1640^{\text{''}},988 + 68,1 \times 50.0295^{\text{''}},882 + 103,0 \times 37.2465^{\text{''}},668 \\
& - 119,3 \times 33.0660^{\text{''}},321 + 18,1 \times 116.5411^{\text{''}},608 - 48,7 \times 60.5525^{\text{''}},244 ) = 0.
\end{aligned}$$

18. *Remarque : On a le droit de multiplier ou de diviser les équations aux côtés linéaires par un nombre quelconque, ce qui facilite les calculs.* — Pour la commodité des calculs de compensation, il est avantageux que les coefficients des inconnues soient autant que possible du même ordre de grandeur dans toutes les équations de condition. Or, on peut multiplier ou diviser une de ces équations linéaires par un nombre quelconque, sans rien changer aux résultats <sup>(1)</sup>. Pour que les coefficients des équations aux côtés se rapprochent de ceux des équations aux angles, on multiplie les équations telles que (34) par  $10^6$ , ce qui revient à exprimer le terme constant et les coefficients des inconnues dans les équations aux côtés en unités du sixième ordre décimal du logarithme.

L'équation (34) devient, en la multipliant par  $10^6$  et ordonnant par rapport aux inconnues :

$$\begin{aligned}
(35) \quad & + 0,020A - 0,467B - 0,467C + 1,211J + 0,181K + 0,681L - 1,193M \\
& + 6,66 \\
& - ( + 0,020 \times 98.1640^{\text{''}},988 + 0,681 \times 50.0295^{\text{''}},882 + 1,030 \times 37.2465^{\text{''}},668 \\
& - 1,193 \times 33.0660^{\text{''}},321 + 0,181 \times 116.5411^{\text{''}},608 - 0,487 \times 60.5525^{\text{''}},244 ) = 0.
\end{aligned}$$

### 3. TRAITEMENT DES ÉQUATIONS DE CONDITION PAR LA MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS.

a. — *Problème général de la compensation de quantités observées assujetties à des équations de condition.*

19. Les équations de condition de la compensation une fois formées en prenant pour inconnues les angles, on peut, si on le désire, les transformer immédiatement en prenant pour inconnues les directions.

---

<sup>(1)</sup> Il suffit, pour s'en rendre compte, de considérer successivement les équations de condition, les équations normales et les équations corrélatives, § 24, p. 25 et 26.





s'obtiennent en formant, au moyen de quantités indéterminées,  $k_1, k_2, k_3, k_4, \dots$ , la fonction

$$(43) \quad F = f + k_1 \varphi + k_2 \chi + k_3 \psi + \dots,$$

et déterminant les  $(n+r)$  inconnues  $(1), (2), (3), (4), \dots, k_1, k_2, k_3, k_4, \dots$  au moyen des  $r$  équations de condition et des  $n$  équations suivantes, qui expriment les conditions du minima de  $F$ , envisagée comme fonction de  $n$  variables  $(1), (2), (3), (4), \dots$ , considérées comme indépendantes :

$$(44) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dF}{d(1)} = 0, \\ \frac{dF}{d(2)} = 0, \\ \frac{dF}{d(3)} = 0, \\ \frac{dF}{d(4)} = 0, \\ \dots\dots\dots \end{array} \right. \quad (n \text{ équations}).$$

c. — Méthode des quantités corrélatives.

21. Dès lors, en posant  $k = -2\lambda$ , multipliant les équations (40) respectivement par  $-2\lambda_1, -2\lambda_2, -2\lambda_3, \dots$ , formant, à l'aide du premier membre  $f$  de l'équation (41) et des premiers membres  $\varphi, \chi, \psi, \dots$  des équations (40), la fonction  $(f - 2\lambda_1 \varphi - 2\lambda_2 \chi - 2\lambda_3 \psi - \dots)$  et égalant à zéro ses dérivées partielles par rapport aux inconnues  $(1), (2), (3), (4), \dots$ , on obtient  $n$  équations dites *corrélatives*, exprimant les corrections en fonction des coefficients  $\lambda$ , appelés *quantités corrélatives* :

$$(45) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1) = \frac{a_1}{p_1} \lambda_1 + \frac{b_1}{p_1} \lambda_2 + \frac{c_1}{p_1} \lambda_3 + \dots, \\ (2) = \frac{a_2}{p_2} \lambda_1 + \frac{b_2}{p_2} \lambda_2 + \frac{c_2}{p_2} \lambda_3 + \dots, \\ (3) = \frac{a_3}{p_3} \lambda_1 + \frac{b_3}{p_3} \lambda_2 + \frac{c_3}{p_3} \lambda_3 + \dots, \\ (4) = \frac{a_4}{p_4} \lambda_1 + \frac{b_4}{p_4} \lambda_2 + \frac{c_4}{p_4} \lambda_3 + \dots, \\ \dots\dots\dots \end{array} \right. \quad (n \text{ équations corrélatives}).$$

(r quantités corrélatives  $\lambda$ ).

Les  $(n+r)$  équations (40) et (45) donnent les  $(n+r)$  inconnues  $(1), (2), (3), (4), \dots, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ . On les résout comme il suit :

On élimine les  $n$  inconnues  $(1), (2), (3), (4), \dots$  en portant leurs expressions (45)



dans les équations (40). En posant :

$$(46) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{aa}{p} \right] = \frac{a_1 a_1}{p_1} + \frac{a_2 a_2}{p_2} + \frac{a_3 a_3}{p_3} + \frac{a_4 a_4}{p_4} + \dots \\ \left[ \frac{ab}{p} \right] = \frac{a_1 b_1}{p_1} + \frac{a_2 b_2}{p_2} + \frac{a_3 b_3}{p_3} + \frac{a_4 b_4}{p_4} + \dots \\ \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

on obtient ainsi les  $r$  équations suivantes, dites *équations normales*, entre les  $r$  inconnues  $\lambda$  :

$$(47) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{aa}{p} \right] \lambda_1 + \left[ \frac{ab}{p} \right] \lambda_2 + \left[ \frac{ac}{p} \right] \lambda_3 + \dots + w_1 = 0, \\ \left[ \frac{ab}{p} \right] \lambda_1 + \left[ \frac{bb}{p} \right] \lambda_2 + \left[ \frac{bc}{p} \right] \lambda_3 + \dots + w_2 = 0, \\ \left[ \frac{ac}{p} \right] \lambda_1 + \left[ \frac{bc}{p} \right] \lambda_2 + \left[ \frac{cc}{p} \right] \lambda_3 + \dots + w_3 = 0, \\ \dots \dots \dots \\ [r \text{ inconnues (quantités corrélatives } \lambda)]. \end{array} \right.$$

Ce système est résolu par l'une des méthodes employées pour des équations du premier degré en nombre égal à celui des inconnues et dont le déterminant des coefficients est symétrique <sup>(1)</sup>. En portant ensuite dans les équations (45) les valeurs ainsi obtenues pour les quantités corrélatives  $\lambda$ , on obtient les corrections (1), (2), (3), (4), .... Les relations (37) donnent enfin les inconnues A, B, C, D....

*d. — Simplification des calculs par la formation immédiate des équations de condition auxquelles doivent satisfaire les corrections cherchées.*

22. Le principe général de la simplification qui résulte, dans toute recherche d'inconnues effectuée par un calcul de compensation, de l'introduction de valeurs approchées des inconnues, trouve ici son application.

Presque toujours les équations de condition (40), auxquelles doivent satisfaire les corrections, sont plus simples, plus faciles à former et à traiter, que les équations de condition (36) auxquelles doivent satisfaire les inconnues (par exemple quand le calcul des résidus  $w$  est immédiat, tandis que celui des termes constants  $a_o$ ,  $b_o$ ,  $c_o$ , ... est compliqué); on part alors directement de ces équations (40) en prenant immédiatement pour inconnues les corrections.

C'est précisément le cas pour la compensation des angles (ou directions) d'un réseau géodésique.

Si (1), (2), (3) sont les corrections à apporter aux valeurs observées  $L$ ,  $N$ , et  $P$ , des trois angles d'un triangle géodésique d'excès  $\varepsilon$ , dont les vraies valeurs sont  $L$ ,  $N$  et  $P$ , l'équation (17) devient, en introduisant les corrections et l'erreur du

<sup>(1)</sup> §§ 23, 26 et 27, p. 26 à 29.

triangle,  $E = L_1 + N_1 + P_1 - (200^6 + \varepsilon) :$

$$(48) \quad (1) + (2) + (3) + E = 0.$$

Telle est la forme générale de l'équation aux angles à laquelle doivent satisfaire les corrections aux angles. Les excès et les erreurs des triangles une fois calculés, la formation de ces équations aux angles est immédiate. Leurs résidus sont les erreurs  $E$ .

L'équation aux côtés (28) peut s'écrire :

$$(49) \quad \begin{aligned} & + [ + \Delta_{L_1}(L - L_1) + \Delta_{N_1}(N - N_1) + \Delta_{P_1}(P - P_1) + \dots \\ & \quad - \Delta_{R_1}(R - R_1) - \Delta_{T_1}(T - T_1) - \Delta_{V_1}(V - V_1) - \dots ] \\ & \quad + \log \frac{\sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(N_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(P_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \dots}{\sin\left(R_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(T_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(V_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \dots} = 0. \end{aligned}$$

Les quantités  $(L - L_1)$ ,  $(N - N_1)$ , ... représentent des corrections (1), (2), ... ou des sommes ou différences de corrections.

Telle est la forme générale de l'équation aux côtés à laquelle doivent satisfaire les corrections aux angles. Les excès des triangles une fois calculés, la formation d'une telle équation exige seulement qu'on calcule le logarithme d'un quotient de deux produits de sinus, en ayant soin de noter les différences tabulaires employées dans ce calcul. Les résidus des équations aux côtés sont les logarithmes de ces quotients.

C'est ainsi que, dans le cas de l'exemple numérique précédemment traité, après avoir préparé le tableau des angles, logarithmes et différences tabulaires p. 18 et 19, on écrit immédiatement, sans passer par l'intermédiaire de l'équation (35), l'équation aux côtés suivante à laquelle doivent satisfaire les corrections aux angles (1), (2), (3), (10), (11), (12), (13) :

$$(50) \quad + 0,020(1) - 0,467(2) - 0,467(3) + 1,211(10) + 0,181(11) + 0,681(12) - 1,193(13) + 6,66 = 0.$$

*e. — Cas où les poids des quantités observées sont inégaux.*

23. Quand les poids  $p$  sont inégaux, il est avantageux, pour simplifier, de prendre comme inconnues auxiliaires les quantités  $A\sqrt{p_1}$ ,  $B\sqrt{p_2}$ ,  $C\sqrt{p_3}$ ,  $D\sqrt{p_4}$ , ..., ou les corrections

$$(51) \quad \begin{aligned} & (1') = (1)\sqrt{p_1}, \\ & (2') = (2)\sqrt{p_2}, \\ & (3') = (3)\sqrt{p_3}, \\ & (4') = (4)\sqrt{p_4}, \\ & \dots \dots \dots \end{aligned}$$





26. *Méthode des éliminations successives.* — Gauss pose :

$$(61) \left\{ \begin{array}{l} [bb.1] = [bb] - \frac{[ab]}{[aa]}[ab], \quad [bc.1] = [bc] - \frac{[ab]}{[aa]}[ac], \quad [bl.1] = [bl] - \frac{[ab]}{[aa]}[al], \\ [cc.1] = [cc] - \frac{[ac]}{[aa]}[ac], \quad [cl.1] = [cl] - \frac{[ac]}{[aa]}[al], \\ [cc.2] = [cc.1] - \frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bc.1], \quad [cl.2] = [cl.1] - \frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bl.1]. \end{array} \right.$$

(Les quantités  $[bl.1]$ ,  $[cl.1]$ ,  $[cl.2]$  peuvent aussi se désigner par  $[\omega_{2.1}]$ ,  $[\omega_{3.1}]$ ,  $[\omega_{3.2}]$ .)

Si l'on élimine  $\lambda_1$  entre les trois équations normales (60), en tirant  $\lambda_1$  de la première et en substituant dans les autres, on obtient le nouveau système :

$$(62) \quad \begin{cases} (II') & [bb.1]\lambda_2 + [bc.1]\lambda_3 + [bl.1] = 0, \\ (III') & [bc.1]\lambda_2 + [cc.1]\lambda_3 + [cl.1] = 0. \end{cases}$$

De même, si l'on élimine  $\lambda_2$  entre ces deux équations, en tirant  $\lambda_2$  de la première et substituant dans l'autre, on obtient le nouveau système :

$$(63) \quad (III'') \quad [cc.2]\lambda_3 + [cl.2] = 0.$$

De l'équation (63) on tire la valeur de  $\lambda_3$ , puis l'une quelconque des équations (62) donne  $\lambda_2$  et l'une quelconque des équations (60) donne  $\lambda_1$ .

Les premières équations de chacun des systèmes successifs considérés [équations (I), (II'), (III'')] sont appelées équations *finales* ou *résolvantes*. Elles constituent un système équivalent à celui des équations normales :

$$(64) \quad \begin{cases} (I) & [aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3 + [al] = 0, \\ (II') & [bb.1]\lambda_2 + [bc.1]\lambda_3 + [bl.1] = 0, \\ (III'') & [cc.2]\lambda_3 + [cl.2] = 0. \end{cases}$$

27. *Méthode des coefficients indéterminés.* — On peut se proposer de mettre les équations normales sous la forme symétrique suivante, les inconnues étant exprimées linéairement en fonction des termes constants de ces équations, à l'aide de six coefficients, de la forme  $[\alpha\alpha]$ ,  $[\alpha\beta]$ ,  $[\alpha\gamma]$ ,  $[\beta\beta]$ ,  $[\beta\gamma]$ ,  $[\gamma\gamma]$ , coefficients qu'il s'agit de déterminer :

$$(65) \quad \begin{cases} -\lambda_1 = [\alpha\alpha][al] + [\alpha\beta][bl] + [\alpha\gamma][cl], \\ -\lambda_2 = [\alpha\beta][al] + [\beta\beta][bl] + [\beta\gamma][cl], \\ -\lambda_3 = [\alpha\gamma][al] + [\beta\gamma][bl] + [\gamma\gamma][cl]. \end{cases}$$

Substituant dans ces expressions les valeurs de  $[al]$ ,  $[bl]$ ,  $[cl]$ , tirées des équations normales (60), il vient :

$$(66) \quad \begin{aligned} \lambda_1 = & +\lambda_1 \{ [aa][\alpha\alpha] + [ab][\alpha\beta] + [ac][\alpha\gamma] \} \\ & +\lambda_2 \{ [ab][\alpha\alpha] + [bb][\alpha\beta] + [bc][\alpha\gamma] \} \\ & +\lambda_3 \{ [ac][\alpha\alpha] + [bc][\alpha\beta] + [cc][\alpha\gamma] \}, \end{aligned}$$

$$(67) \quad \begin{aligned} \lambda_2 = & +\lambda_1 \{ [aa][\alpha\beta] + [ab][\beta\beta] + [ac][\beta\gamma] \} \\ & + \lambda_2 \{ [ab][\alpha\beta] + [bb][\beta\beta] + [bc][\beta\gamma] \} \\ & + \lambda_3 \{ [ac][\alpha\beta] + [bc][\beta\beta] + [cc][\beta\gamma] \}, \end{aligned}$$

$$(68) \quad \begin{aligned} \lambda_3 = & +\lambda_1 \{ [aa][\alpha\gamma] + [ab][\beta\gamma] + [ac][\gamma\gamma] \} \\ & + \lambda_2 \{ [ab][\alpha\gamma] + [bb][\beta\gamma] + [bc][\gamma\gamma] \} \\ & + \lambda_3 \{ [ac][\alpha\gamma] + [bc][\beta\gamma] + [cc][\gamma\gamma] \}. \end{aligned}$$

On peut considérer les  $\lambda$  comme des variables liées par les trois relations (60) ou (65) aux autres variables  $[al]$ ,  $[bl]$ ,  $[cl]$ . Les relations (66), (67), (68) doivent évidemment être identiquement satisfaites pour n'importe quelles valeurs des  $\lambda$ ; on doit, par suite, avoir :

$$(69) \quad \begin{cases} [aa][\alpha\alpha] + [ab][\alpha\beta] + [ac][\alpha\gamma] - 1 = 0, \\ [ab][\alpha\alpha] + [bb][\alpha\beta] + [bc][\alpha\gamma] = 0, \\ [ac][\alpha\alpha] + [bc][\alpha\beta] + [cc][\alpha\gamma] = 0. \end{cases}$$

$$(70) \quad \begin{cases} [aa][\alpha\beta] + [ab][\beta\beta] + [ac][\beta\gamma] = 0, \\ [ab][\alpha\beta] + [bb][\beta\beta] + [bc][\beta\gamma] - 1 = 0, \\ [ac][\alpha\beta] + [bc][\beta\beta] + [cc][\beta\gamma] = 0. \end{cases}$$

$$(71) \quad \begin{cases} [aa][\alpha\gamma] + [ab][\beta\gamma] + [ac][\gamma\gamma] = 0, \\ [ab][\alpha\gamma] + [bb][\beta\gamma] + [bc][\gamma\gamma] = 0, \\ [ac][\alpha\gamma] + [bc][\beta\gamma] + [cc][\gamma\gamma] - 1 = 0. \end{cases}$$

Il est aisé de voir que de ces neuf équations six seulement sont indépendantes. Le problème comportant six inconnues admet donc une solution et une seule.

Le premier des systèmes précédents permet de déterminer  $[\alpha\alpha]$ ,  $[\alpha\beta]$ ,  $[\alpha\gamma]$ ; le second  $[\alpha\beta]$ ,  $[\beta\beta]$ ,  $[\beta\gamma]$ ; le troisième  $[\alpha\gamma]$ ,  $[\beta\gamma]$ ,  $[\gamma\gamma]$ . Chacun des trois coefficients  $[\alpha\beta]$ ,  $[\alpha\gamma]$ ,  $[\beta\gamma]$  peut ainsi être déterminé deux fois à titre de vérification. Il est à remarquer que dans les trois systèmes (69), (70) et (71), les coefficients des inconnues sont les mêmes que dans les équations normales.

On simplifie leur résolution en substituant au second et au troisième les systèmes obtenus en éliminant  $[\alpha\beta]$  dans le second,  $[\alpha\gamma]$  et  $[\beta\gamma]$  dans le troisième. En introduisant les notations (61) de Gauss déjà employées, on a, pour le système (70):

$$(72) \quad \begin{cases} [al] = 0, \\ [bl] = -1, \\ [cl] = 0, \end{cases} \quad \text{d'où:} \quad \begin{cases} [bl, 1] = -1, \\ [cl, 1] = 0; \end{cases}$$

pour le système 71 :

$$(73) \quad \begin{cases} [al] = 0, \\ [bl] = 0, \\ [cl] = -1, \end{cases} \quad \text{d'où:} \quad \begin{cases} [bl, 1] = 0, \\ [cl, 1] = -1, \end{cases} \quad \text{d'où enfin:} \quad [cl, 2] = -1.$$

Les trois systèmes conservés se présentent alors sous la forme :

$$\begin{aligned}
 (74) \quad & \begin{cases} [aa][\alpha\alpha] + [ab][\alpha\beta] + [ac][\alpha\gamma] - 1 = 0, \\ [ab][\alpha\alpha] + [bb][\alpha\beta] + [bc][\alpha\gamma] = 0, \\ [ac][\alpha\alpha] + [bc][\alpha\beta] + [cc][\alpha\gamma] = 0; \end{cases} \\
 (75) \quad & \begin{cases} [bb.1][\beta\beta] + [bc.1][\beta\gamma] - 1 = 0, \\ [bc.1][\beta\beta] + [cc.1][\beta\gamma] = 0; \end{cases} \\
 (76) \quad & [cc.2][\gamma\gamma] - 1 = 0
 \end{aligned}$$

et sont résolus chacun séparément par la méthode des éliminations successives.

Les équations (65) fournissent ensuite les  $\lambda$ .

La méthode qui vient d'être exposée, plus compliquée que celle des éliminations successives, exige toujours la résolution d'un nombre de systèmes auxiliaires égal au nombre des inconnues, mais permet d'avoir, si on le désire, une quelconque des inconnues isolément, en résolvant seulement l'un des systèmes tels que (69), (70) ou (71).

*h. — Différence des résultats de la compensation des angles  
et de la compensation des directions.*

28. Il est essentiel de remarquer que les deux méthodes de compensation, compensation des angles et compensation des directions, tout en comportant les mêmes équations de condition (qui peuvent être indifféremment écrites en introduisant comme inconnues les corrections aux angles,  $\alpha$ , ou les corrections aux directions,  $\delta$ ) ne donnent nullement pour les triangles géodésiques les mêmes angles compensés. En effet, les valeurs ( $\alpha$ ) des corrections aux angles fournies par la première méthode, comme les valeurs ( $\delta$ ) des corrections aux directions fournies par la seconde, satisfont bien les unes et les autres aux conditions géométriques du réseau, exprimées par les équations de condition, mais les valeurs ( $\alpha$ ) rendent minima la somme  $\Sigma\alpha^2$  et les valeurs ( $\delta$ ) rendent minima la somme  $\Sigma\delta^2$ . Il n'y a aucune raison pour que les valeurs des corrections  $\alpha$  déduites des valeurs ( $\delta$ ) correspondantes, par différences deux à deux de ces dernières, soient précisément égales aux valeurs ( $\alpha$ ), c'est-à-dire pour qu'un même système de valeurs correspondantes des  $\alpha$  et  $\delta$  rende à la fois minima les deux sommes  $\Sigma\alpha^2$  et  $\Sigma\delta^2$ .

La compensation du réseau géodésique du nouvel arc équatorial ayant été effectuée en prenant pour inconnues les angles, on supposera désormais implicitement qu'il en est ainsi, chaque fois que le contraire ne sera pas spécifié; mais il doit être bien entendu que toutes les théories et formules, relatives au traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés, seraient applicables au cas où les inconnues représenteraient les corrections aux directions.

## 4. CALCUL DES CÔTÉS DES TRIANGLES GÉODÉSIQUES.

29. Après avoir effectué la compensation des angles, on procède au calcul définitif des côtés des triangles géodésiques en partant d'une base mesurée (ou d'un côté déjà connu).

Parmi les méthodes qui permettent le calcul des côtés inconnus d'un triangle géodésique dont on connaît les angles et un côté, on emploie aujourd'hui exclusivement celle qui est basée sur le théorème de Legendre généralisé et la considération du triangle plan ayant pour angles ceux du triangle géodésique diminués du tiers de l'excès. Quelle que soit la manière dont on forme les équations de condition de la compensation, l'obligation de calculer à cet effet les excès conduit naturellement à calculer ensuite les côtés par la méthode de Legendre, simple et rapide dès que les excès sont connus. Aussi cette méthode s'est-elle substituée partout à celle du triangle des cordes et à celle des appoints (*Additamenten-Methode*), dont Legendre et Delambre <sup>(1)</sup> pour la méridienne de France, et Soldner <sup>(2)</sup> pour la triangulation de Bavière, ont fait respectivement, au début du XIX<sup>e</sup> siècle, les premières applications. On a, dans tout ce qui précède, supposé la méthode de Legendre uniquement employée. Les côtés géodésiques du réseau sont donc calculés en traitant chaque triangle comme s'il était plan et avait pour angles les angles compensés diminués du tiers de l'excès.

## 5. CRITÉRIUMS DE LA PRÉCISION DES OBSERVATIONS.

30. Pour avoir une idée de la précision des observations, on déduit de tout calcul de compensation :

1<sup>o</sup> L'erreur moyenne de la quantité observée dont le poids a été pris comme unité de poids dans les calculs, ou, par abréviation, l'*erreur moyenne de l'unité de poids* ;

2<sup>o</sup> L'erreur moyenne (ou le poids) d'une fonction donnée des quantités compensées.

Les valeurs des inconnues obtenues par une compensation sont en effet, en général, destinées à servir au calcul des valeurs de certaines fonctions de ces inconnues. Par exemple, les valeurs compensées des angles d'un réseau géodésique sont

(1) LEGENDRE et DELAMBRE, *Méthodes analytiques pour la détermination d'un arc du méridien*, Paris, Crapelet, an VII (1899), p. 36 à 42.

DELAMBRE, *Base du Système métrique décimal*, Paris, Baudouin ; t. I, janvier 1806 : *Discours préliminaire*, p. 138 à 145 ; t. II, juillet 1807, p. 691 à 699.

(2) *Die bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage*, München, Straub, 1873, p. 262 et suiv. (rédigé d'après un rapport de Soldner du 5 mai 1810).



utilisées pour le calcul des longueurs des côtés. Il est donc intéressant de savoir calculer l'erreur moyenne ou le poids d'une fonction donnée des quantités compensées.

a. — *Erreur moyenne de l'unité de poids.*

31. *Considérations générales.* — On appellera *angle final observé* ou *direction finale observée* en une station la valeur adoptée comme résultant pour cet angle ou cette direction de l'ensemble des observations azimutales effectuées à la station. Le poids choisi comme unité de poids dans les calculs de compensation peut être soit le poids d'un certain angle final, soit le poids d'une certaine direction finale, observés l'un ou l'autre par une méthode donnée, au moyen d'un instrument déterminé, c'est-à-dire une quantité inversement proportionnelle au carré de l'erreur moyenne de cet angle ou de cette direction.

Si les deux directions finales observées qui constituent un angle final observé ont même erreur moyenne et, par suite, même poids, l'erreur moyenne de l'angle est égale à l'erreur moyenne de la direction multipliée par  $\sqrt{2}$  et son poids est égal à celui de la direction divisé par 2.

Cette condition est généralement satisfaite pour tous les angles finals observés d'un réseau. Si dans ce cas l'on suppose, pour fixer les idées, que dans la compensation effectuée en prenant pour inconnues les corrections aux angles, on a adopté pour unité de poids le poids d'un certain angle final observé, d'erreur moyenne  $M^*$ , constitué par deux directions finales observées, d'erreur moyenne  $m^*$ , on a :

$$(77) \quad M^* = m^* \sqrt{2}.$$

Soient  $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots$  les poids des divers angles finals observés. On a eu à considérer  $r$  équations de condition entre  $n$  erreurs inconnues (1), (2), (3), (4), ..., dont  $(n - r)$  seulement sont indépendantes. L'erreur moyenne de l'observation de poids égal à l'unité, appelée par abréviation *erreur moyenne de l'unité de poids*, est donnée par la formule :

$$(78) \quad M^* = \pm \sqrt{\frac{p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2 + p_4(4)^2 + \dots}{r}}.$$

Le calcul de  $M^*$  se ramène au calcul de la quantité :

$$p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2 + p_4(4)^2 + \dots;$$

mais, d'après ce qui a été dit plus haut <sup>(1)</sup>, il suffit, en prenant pour inconnues auxiliaires (1)  $\sqrt{p_1}$ , (2)  $\sqrt{p_2}$ , (3)  $\sqrt{p_3}$ , (4)  $\sqrt{p_4}$ , ..., de traiter seulement le cas où tous

---

(1) § 23, p. 24 et 25.

les poids sont égaux à l'unité. La formule (78) devient dans ce cas :

$$(79) \quad M^* = \pm \sqrt{\frac{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + \dots}{r}}.$$

La quantité à calculer  $\Sigma = (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + \dots$  peut l'être de quatre manières. Pour simplifier, soient  $n = 4$ ,  $r = 3$ .

32. *Calcul de  $\Sigma$ . Premier procédé.* — On calcule directement la somme des carrés des corrections obtenues :

$$(80) \quad \Sigma = (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2.$$

33. *Deuxième procédé.* — Élevant au carré les équations corrélatives, on obtient :

$$(81) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma = [aa]\lambda_1\lambda_1 + 2[ab]\lambda_1\lambda_2 + 2[ac]\lambda_1\lambda_3 \\ \quad + [bb]\lambda_2\lambda_2 + 2[bc]\lambda_2\lambda_3 \\ \quad + [cc]\lambda_3\lambda_3, \end{array} \right.$$

ou, en tenant compte des équations normales :

$$(82) \quad \Sigma = -[w\lambda].$$

34. *Troisième procédé.* — On vérifie sans difficulté l'identité algébrique suivante, vraie pour n'importe quelles valeurs des variables  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ , et facile à généraliser quel que soit le nombre de celles-ci :

$$(83) \quad \left\{ \begin{array}{l} [aa]\lambda_1\lambda_1 + 2[ab]\lambda_1\lambda_2 + 2[ac]\lambda_1\lambda_3 \\ \quad + [bb]\lambda_2\lambda_2 + 2[bc]\lambda_2\lambda_3 \\ \quad + [cc]\lambda_3\lambda_3 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\{[aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3\}^2}{[aa]} \\ \quad + \frac{\{[bb.1]\lambda_2 + [bc.1]\lambda_3\}^2}{[bb.1]} \\ \quad + \frac{\{[cc.2]\lambda_3\}^2}{[cc.2]}. \end{array} \right.$$

On a donc, pour les valeurs des  $\lambda$  qui satisfont aux équations normales :

$$(84) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma = \frac{[al]^2}{[aa]} + \frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[cl.2]^2}{[cc.2]}, \\ \text{ou :} \\ \Sigma = \frac{w_1^2}{[aa]} + \frac{[w_2.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[w_3.2]^2}{[cc.2]}. \end{array} \right.$$

On peut encore obtenir la même expression comme il suit :

Soient (A), (B<sub>1</sub>), (C<sub>2</sub>), l'ensemble des termes contenant les inconnues dans chacune

des équations finales (64) <sup>(1)</sup> :

$$(85) \quad \begin{cases} (A) = [aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3, \\ (B_1) = [bb.1]\lambda_2 + [bc.1]\lambda_3, \\ (C_2) = [cc.2]\lambda_3. \end{cases}$$

Développant  $\Sigma$  en élevant au carré les équations corrélatives, et développant également  $(A)^2$ ,  $(B_1)^2$ ,  $(C_2)^2$  en élevant au carré leurs expressions ci-dessus, on forme successivement les quantités :

$$(86) \quad \begin{cases} \Sigma - \frac{(A)^2}{[aa]}, \\ \Sigma - \frac{(A)^2}{[aa]} - \frac{(B_1)^2}{[bb.1]}, \\ \Sigma - \frac{(A)^2}{[aa]} - \frac{(B_1)^2}{[bb.1]} - \frac{(C_2)^2}{[cc.2]}. \end{cases}$$

On trouve ainsi identiquement :

$$(87) \quad \Sigma - \frac{(A)^2}{[aa]} - \frac{(B_1)^2}{[bb.1]} - \frac{(C_2)^2}{[cc.2]} = 0.$$

Pour les valeurs de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , satisfaisant aux équations finales et fournissant, par les équations corrélatives, les valeurs (1), (2), (3), (4), qui servent à former  $\Sigma$ , on a :

$$(88) \quad \begin{cases} A = -[al], \\ B_1 = -[bl.1], \\ C_2 = -[cl.2]. \end{cases}$$

Donc :

$$(84) \quad \begin{cases} \Sigma = \frac{[al]^2}{[aa]} + \frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[cl.2]^2}{[cc.2]}, \\ \text{ou :} \\ \Sigma = \frac{w_1^2}{[aa]} + \frac{[w_2.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[w_3.2]^2}{[cc.2]}. \end{cases}$$

$\Sigma$  se calcule ainsi facilement à l'aide des coefficients  $[al]$ ,  $[aa]$ ,  $[bl.1]$ ,  $[bb.1]$ ,  $[cl.2]$ ,  $[cc.2]$ , qu'on doit former au cours de la résolution des équations normales.

35. *Quatrième procédé.* — Mais on peut donner à l'expression (84) de  $\Sigma$  une autre forme remarquable et obtenir sa valeur comme il suit <sup>(2)</sup> :

On ajoute au système des coefficients des équations normales et au-dessous de la colonne des termes constants un coefficient fictif  $[ll]$ , supposé nul, et, en se

<sup>(1)</sup> § 26, p. 27.

<sup>(2)</sup> Voir Tableau V à la fin du fascicule.

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

conformant à la loi de formation des coefficients de Gauss, on calcule les coefficients suivants, au nombre de 2, ( $r-1$  dans le cas général), qui correspondent aux deux systèmes d'équations formés au cours des éliminations successives effectuées pour la résolution des équations normales :

$$(89) \quad \left\{ \begin{array}{l} [ll.1] = [ll] - \frac{[al]}{[aa]}[al], \\ [ll.2] = [ll.1] - \frac{[bl.1]}{[bb.1]}[bl.1]; \\ \text{on calcule en plus le coefficient :} \\ [ll.3] = [ll.2] - \frac{[cl.2]}{[cc.2]}[cl.2]. \end{array} \right.$$

En ajoutant ces égalités membre à membre, comme  $[ll] = 0$ , on trouve :

$$(90) \quad [ll.3] = -\frac{[al]^2}{[aa]} - \frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} - \frac{[cl.2]^2}{[cc.2]};$$

d'où, comparant (84) et (90) :

$$(91) \quad \Sigma = -[ll.3].$$

$\Sigma$  est donc égal au dernier coefficient ainsi calculé changé de signe.

36. *Formule approchée de l'Association géodésique internationale.* — Sans effectuer les calculs précédents, assez laborieux, on peut obtenir un critérium de la précision de la triangulation en appliquant une formule qui donne une valeur approchée de l'erreur moyenne d'un angle final observé, formule due à Ferrero, adoptée par la Commission permanente de l'Association géodésique internationale à sa réunion de Nice, en 1887 (<sup>1</sup>).

La valeur exacte de cette erreur est :

$$(79) \quad M^* = \pm \sqrt{\frac{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + \dots}{r}},$$

(1), (2), (3), (4), ..., corrections aux angles;  $r$ , nombre des équations de condition.

La formule de l'Association géodésique en donne la valeur approchée :

$$(92) \quad M_1^* = \pm \sqrt{\frac{\Sigma E^2}{3N}},$$

---

(<sup>1</sup>) *Comptes rendus des séances de la Commission permanente de l'Association géodésique internationale*, réunie du 21 au 29 septembre 1887, à l'Observatoire de Nice, rédigés par le secrétaire perpétuel A. HIRSCH, Berlin, Reimer, 1888; Procès-verbaux des séances, p. 54 et 55 : *Rapport de la Sous-Commission chargée de préavisier sur la proposition de M. FERRERO, concernant une méthode commune à adopter pour apprécier l'exactitude des mesures d'angles*, par M. le professeur FOERSTER.

$E$ , erreur de fermeture d'un triangle;  $N$ , nombre de triangles.

Pour se rendre compte de ce qu'elle représente exactement, il convient de faire l'application de la théorie générale à un triangle isolé. Soient  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  les poids des angles observés.

*Équation de condition.*

$$(93) \quad (1) + (2) + (3) + E = 0.$$

*Équations corrélatives.*

$$(94) \quad \begin{cases} (1) = \frac{1}{p_1} \lambda, \\ (2) = \frac{1}{p_2} \lambda, \\ (3) = \frac{1}{p_3} \lambda. \end{cases}$$

*Équation normale.*

$$(95) \quad \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right) \lambda + E = 0,$$

d'où :

$$(96) \quad \lambda = \frac{-E}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}}.$$

$$(97) \quad \begin{cases} (1) = \frac{-E}{p_1 \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right)}, \\ (2) = \frac{-E}{p_2 \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right)}, \\ (3) = \frac{-E}{p_3 \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right)}. \end{cases}$$

*Erreur moyenne de l'unité de poids.*

$$(98) \quad M^* = \pm \sqrt{\frac{p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2}{1}} = \pm \sqrt{\frac{E^2}{\left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right)}}.$$

Si  $p_1 = p_2 = p_3 = 1$ , on a :

$$(99) \quad (1) = (2) = (3) = -\frac{E}{3}.$$

$$(100) \quad M^* = \pm \frac{E}{\sqrt{3}}.$$

On voit que, pour un triangle isolé, la valeur fournie par la formule de l'Association géodésique représente exactement l'erreur moyenne de l'unité de poids, erreur moyenne d'un angle final observé. Dans le cas de  $N$  triangles isolés, la formule donne la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés des erreurs moyennes de tous les angles finals observés, au nombre de  $3N$ . Il n'en est plus de même dès que tous les triangles ne sont pas indépendants et constituent un réseau. La valeur approchée  $M_1^*$ , calculée, en somme, en ne tenant compte, parmi les conditions géométriques auxquelles doit satisfaire le réseau, que des équations aux angles des triangles, doit être en général inférieure à la valeur exacte  $M^*$  <sup>(1)</sup>. Néanmoins la formule de l'Association géodésique fournit ainsi rapidement, avec une certaine approximation <sup>(2)</sup>, l'erreur moyenne d'un angle final observé et permet donc facilement de comparer entre elles des triangulations différentes.

37. *Exemple numérique.* — L'exemple numérique de compensation des angles d'un polygone traité à la fin du fascicule donne le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé) effectué par les quatre méthodes indiquées ci-dessus et par la formule approchée de l'Association géodésique internationale. (Tableau IX.)

38. *Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids, calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau.* — Le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé ou direction finale observée), tel qu'il vient d'être exposé, repose sur la compensation des angles (ou des directions) du réseau et exige que cette compensation ait été préalablement faite. Mais il est évidemment possible d'effectuer, avant toute compensation du réseau, un calcul de cette erreur, basé sur la considération des valeurs directement observées pour les angles (ou les directions), valeurs qui, combinées et, s'il y a lieu, compensées en chaque station, ont fourni les angles finals (ou les directions finales) <sup>(3)</sup>.

Il est intéressant de rapprocher les deux valeurs de la même erreur ainsi obtenues, l'une, *a priori*, après les observations et abstraction faite de toute compensation; l'autre, *a posteriori*, déduite des calculs de compensation mêmes. Les comparaisons consignées dans les *Rapports sur les triangulations* présentés à l'Association géodésique internationale <sup>(4)</sup> mettent en évidence un fait constant : la seconde de ces valeurs est supérieure à la première <sup>(5)</sup>. Elles devraient être égales si les observations étaient exclusivement affectées d'erreurs accidentelles : toutes les com-

<sup>(1)</sup> Voir § 97, p. C.6.

<sup>(2)</sup> Pour avoir une idée de cette approximation, comparer les erreurs  $M_1^*$  données § 97, p. C.6, aux erreurs correspondantes  $M^*$  données § 96, p. C.5.

<sup>(3)</sup> Voir, par exemple, t. III, fascicule I : *Angles azimutaux*; troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions*, p. C.1 à C.19.

<sup>(4)</sup> Consulter notamment le *Rapport sur les triangulations présenté à la douzième Conférence générale à Stuttgart*, en 1898, par le général A. FERRERO (t. II des Comptes rendus de la Conférence de Stuttgart, Florence, G. Barbera, 1899).

<sup>(5)</sup> Voir § 84, p. 124 et suiv. et § 98, p. C.6, C.7.

pensations effectuées par la méthode des moindres carrés seraient alors, et seulement dans ce cas, légitimes. La discordance des deux valeurs tient à des erreurs systématiques dues aux instruments, aux signaux, à l'état physiologique des observateurs et aux circonstances des observations (conditions atmosphériques en particulier). L'influence des deux dernières causes ne s'éliminerait des résultats que s'il était pratiquement possible d'observer pendant des laps de temps courts, mais nombreux et répartis dans le courant de l'année sur un grand nombre de journées, à toutes les heures du jour et de la nuit. Des considérations de temps et de crédits obligent malheureusement trop souvent le géodésien à travailler sans relâche durant les périodes, toujours trop rares, favorables aux observations <sup>(1)</sup>. Si le choix lui était permis, il préférerait, à des observations faites sans trêve dans des conditions identiques, des observations, même moins nombreuses, judicieusement espacées, effectuées dans des circonstances aussi variées que possible.

*b. — Erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.*

39. *Théorie générale.* — Soient encore, pour fixer les idées,  $n = 4$ ,  $r = 3$ . Les quatre angles compensés A, B, C, D satisfont aux trois équations de condition :

$$(101) \quad \begin{cases} a_0 + a_1 A + a_2 B + a_3 C + a_4 D = 0, \\ b_0 + b_1 A + b_2 B + b_3 C + b_4 D = 0, \\ c_0 + c_1 A + c_2 B + c_3 C + c_4 D = 0. \end{cases}$$

Supposons que tous les angles finals observés  $A_1, B_1, C_1, D_1$  aient même poids et que la compensation ait été faite en prenant ce poids pour unité. Soit  $M^*$  leur erreur moyenne.

Soit  $\varphi(A, B, C, D)$  la fonction des angles compensés dont il s'agit de déterminer l'erreur moyenne  $\eta$ . On peut toujours la supposer linéaire. En effet, posant :

$$(102) \quad \frac{d\varphi}{dA_1} = \varphi_1, \quad \frac{d\varphi}{dB_1} = \varphi_2, \quad \frac{d\varphi}{dC_1} = \varphi_3, \quad \frac{d\varphi}{dD_1} = \varphi_4,$$

$$(103) \quad \varphi(A_1, B_1, C_1, D_1) - \varphi_1 A_1 - \varphi_2 B_1 - \varphi_3 C_1 - \varphi_4 D_1 = \varphi_0,$$

et négligeant les puissances des corrections  $(A - A_1), (B - B_1), (C - C_1), (D - D_1)$  supérieures à la première, on peut écrire, par la formule de Taylor :

$$(104) \quad \varphi(A, B, C, D) = \varphi_0 + \varphi_1 A + \varphi_2 B + \varphi_3 C + \varphi_4 D.$$

(Il faut expressément remarquer que les  $n$  variables ne sont pas indépendantes, mais liées par les  $r$  équations de condition. On peut donc remplacer, dans  $\varphi$ ,  $r$  variables par leurs valeurs en fonction des  $n - r$  autres, tirées des équations de

---

<sup>(1)</sup> On trouve § 84, p. 119 à 130, des exemples bien nets d'observations azimutales entachées d'erreurs systématiques.

condition. Si l'on suppose que cette opération a toujours été faite préalablement, les coefficients  $\varphi$  correspondant à ces  $r$  variables sont nuls.)

Si l'on avait une expression de  $\varphi$  en fonction linéaire des angles observés :

$$(105) \quad \varphi(A, B, C, D) = \Phi_0 + \Phi_1 A_1 + \Phi_2 B_1 + \Phi_3 C_1 + \Phi_4 D_1,$$

on aurait immédiatement, d'après la loi fondamentale de formation des erreurs :

$$(106) \quad \eta^2 = M^{*2}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \Phi_3^2 + \Phi_4^2) = M^{*2}[\Phi\Phi].$$

Or, on a :

$$(107) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi(A, B, C, D) = \varphi_0 + \varphi_1 A_1 + \varphi_2 B_1 + \varphi_3 C_1 + \varphi_4 D_1 \\ \quad \quad \quad + \varphi_1(1) + \varphi_2(2) + \varphi_3(3) + \varphi_4(4). \end{array} \right.$$

La seconde ligne de cette expression peut s'exprimer en fonction linéaire des angles observés. Les équations corrélatives

$$(108) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1) = a_1 \lambda_1 + b_1 \lambda_2 + c_1 \lambda_3, \\ (2) = a_2 \lambda_1 + b_2 \lambda_2 + c_2 \lambda_3, \\ (3) = a_3 \lambda_1 + b_3 \lambda_2 + c_3 \lambda_3, \\ (4) = a_4 \lambda_1 + b_4 \lambda_2 + c_4 \lambda_3, \end{array} \right.$$

multipliées respectivement par  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  et ajoutées, donnent :

$$(109) \quad \varphi_1(1) + \varphi_2(2) + \varphi_3(3) + \varphi_4(4) = [a\varphi]\lambda_1 + [b\varphi]\lambda_2 + [c\varphi]\lambda_3,$$

d'où :

$$(110) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi(A, B, C, D) = \varphi_0 + \varphi_1 A_1 + \varphi_2 B_1 + \varphi_3 C_1 + \varphi_4 D_1 \\ \quad \quad \quad + [a\varphi]\lambda_1 + [b\varphi]\lambda_2 + [c\varphi]\lambda_3. \end{array} \right.$$

On élimine les quantités corrélatives  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  à l'aide des équations normales

$$(111) \quad \left\{ \begin{array}{l} [aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3 + w_1 = 0, \\ [ab]\lambda_1 + [bb]\lambda_2 + [bc]\lambda_3 + w_2 = 0, \\ [ac]\lambda_1 + [bc]\lambda_2 + [cc]\lambda_3 + w_3 = 0, \end{array} \right.$$

dont les termes constants  $w_1, w_2, w_3$  sont respectivement, d'après les équations (39) :

$$(39) \quad \left\{ \begin{array}{l} w_1 = a_0 + a_1 A_1 + a_2 B_1 + a_3 C_1 + a_4 D_1, \\ w_2 = b_0 + b_1 A_1 + b_2 B_1 + b_3 C_1 + b_4 D_1, \\ w_3 = c_0 + c_1 A_1 + c_2 B_1 + c_3 C_1 + c_4 D_1. \end{array} \right.$$

Pour cela, il suffit de multiplier les équations normales respectivement par trois quantités indéterminées  $r_1, r_2, r_3$  et de les ajouter à l'équation (110) en déterminant  $r_1, r_2, r_3$  par la condition que dans l'équation résultante les coefficients de  $\lambda_1,$



$\lambda_2, \lambda_3$  soient nuls.  $r_1, r_2, r_3$  sont alors donnés par les équations :

$$(112) \quad \begin{cases} [aa]r_1 + [ab]r_2 + [ac]r_3 + [a\varphi] = 0, \\ [ab]r_1 + [bb]r_2 + [bc]r_3 + [b\varphi] = 0, \\ [ac]r_1 + [bc]r_2 + [cc]r_3 + [c\varphi] = 0, \end{cases}$$

et l'expression de  $\varphi$  devient :

$$(113) \quad \begin{aligned} \varphi = & \varphi_0 + a_0 r_1 + b_0 r_2 + c_0 r_3 \\ & + [\varphi_1 + a_1 r_1 + b_1 r_2 + c_1 r_3] A_1 \\ & + [\varphi_2 + a_2 r_1 + b_2 r_2 + c_2 r_3] B_1 \\ & + [\varphi_3 + a_3 r_1 + b_3 r_2 + c_3 r_3] C_1 \\ & + [\varphi_4 + a_4 r_1 + b_4 r_2 + c_4 r_3] D_1, \end{aligned}$$

d'où :

$$(114) \quad \begin{cases} \Phi_1 = \varphi_1 + a_1 r_1 + b_1 r_2 + c_1 r_3, \\ \Phi_2 = \varphi_2 + a_2 r_1 + b_2 r_2 + c_2 r_3, \\ \Phi_3 = \varphi_3 + a_3 r_1 + b_3 r_2 + c_3 r_3, \\ \Phi_4 = \varphi_4 + a_4 r_1 + b_4 r_2 + c_4 r_3. \end{cases}$$

La marche suivie est, on le voit, analogue à celle de la compensation. Les  $\Phi$  jouent le rôle des corrections (1), (2), (3), (4); les  $r$  jouent le rôle des quantités corrélatives  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ .

L'erreur moyenne  $\eta$  de la fonction  $\varphi$  s'obtient par la formule (106) et son poids  $\varpi$  est évidemment, par suite :

$$(115) \quad \varpi = \frac{1}{[\Phi\Phi]}.$$

Si les angles finals observés A, B, C, D ont des poids différents  $p_1, p_2, p_3, p_4$ , il suffit de poser :

$$(116) \quad \left\{ \begin{array}{llll} A' = A \sqrt{p_1}, & B' = B \sqrt{p_2}, & C' = C \sqrt{p_3}, & D' = D \sqrt{p_4}, \\ A'_1 = A_1 \sqrt{p_1}, & B'_1 = B_1 \sqrt{p_2}, & C'_1 = C_1 \sqrt{p_3}, & D'_1 = D_1 \sqrt{p_4}; \\ \hline a'_1 = \frac{a_1}{\sqrt{p_1}}, & a'_2 = \frac{a_2}{\sqrt{p_2}}, & a'_3 = \frac{a_3}{\sqrt{p_3}}, & a'_4 = \frac{a_4}{\sqrt{p_4}}, \\ b'_1 = \frac{b_1}{\sqrt{p_1}}, & b'_2 = \frac{b_2}{\sqrt{p_2}}, & b'_3 = \frac{b_3}{\sqrt{p_3}}, & b'_4 = \frac{b_4}{\sqrt{p_4}}, \\ c'_1 = \frac{c_1}{\sqrt{p_1}}, & c'_2 = \frac{c_2}{\sqrt{p_2}}, & c'_3 = \frac{c_3}{\sqrt{p_3}}, & c'_4 = \frac{c_4}{\sqrt{p_4}}; \\ \hline \varphi'_1 = \frac{\varphi_1}{\sqrt{p_1}}, & \varphi'_2 = \frac{\varphi_2}{\sqrt{p_2}}, & \varphi'_3 = \frac{\varphi_3}{\sqrt{p_3}}, & \varphi'_4 = \frac{\varphi_4}{\sqrt{p_4}}, \\ \Phi'_1 = \frac{\Phi_1}{\sqrt{p_1}}, & \Phi'_2 = \frac{\Phi_2}{\sqrt{p_2}}, & \Phi'_3 = \frac{\Phi_3}{\sqrt{p_3}}, & \Phi'_4 = \frac{\Phi_4}{\sqrt{p_4}}; \end{array} \right.$$

de calculer les  $r$  par les équations :

$$(117) \quad \begin{cases} [a'a']r_1 + [a'b']r_2 + [a'c']r_3 + [a'\varphi'] = 0, \\ [a'b']r_1 + [b'b']r_2 + [b'c']r_3 + [b'\varphi'] = 0, \\ [a'c']r_1 + [b'c']r_2 + [c'c']r_3 + [c'\varphi'] = 0 \end{cases}$$

et les  $\Phi'$  par les équations :

$$(118) \quad \begin{cases} \Phi'_1 = \varphi'_1 + a'_1 r_1 + b'_1 r_2 + c'_1 r_3, \\ \Phi'_2 = \varphi'_2 + a'_2 r_1 + b'_2 r_2 + c'_2 r_3, \\ \Phi'_3 = \varphi'_3 + a'_3 r_1 + b'_3 r_2 + c'_3 r_3, \\ \Phi'_4 = \varphi'_4 + a'_4 r_1 + b'_4 r_2 + c'_4 r_3. \end{cases}$$

L'erreur moyenne de la fonction  $\varphi$  est donnée par la relation :

$$(119) \quad \eta^2 = M^{*2} [\Phi' \Phi'].$$

Le calcul des  $\eta$  se ramène donc au calcul d'une expression de la forme  $[\Phi \Phi]$ . On peut calculer  $[\Phi \Phi]$  de trois manières :

40. *Calcul de  $[\Phi \Phi]$ . Premier procédé.* — On calcule les quantités  $r$  par les équations (112) dans lesquelles les coefficients des inconnues  $r$  sont ceux des inconnues  $\lambda$  dans les équations normales, mais où les termes constants sont  $[a\varphi]$ ,  $[b\varphi]$ ,  $[c\varphi]$ , au lieu d'être  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ . On en déduit les  $\Phi$  par les équations (114). On forme  $[\Phi \Phi]$  :

$$(120) \quad [\Phi \Phi] = \Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \Phi_3^2 + \Phi_4^2.$$

41. *Deuxième procédé.* — Par un procédé de calcul analogue à la seconde démonstration précédemment donnée pour l'expression (84) de  $\Sigma$  (1), on parvient à l'expression suivante de  $[\Phi \Phi]$  :

$$(121) \quad [\Phi \Phi] = [\varphi \varphi] - \left\{ \frac{[a\varphi]^2}{[aa]} + \frac{[b\varphi.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[c\varphi.2]^2}{[cc.2]} \right\},$$

dont la valeur peut se calculer directement à l'aide des coefficients  $[a\varphi]$ ,  $[aa]$ ,  $[b\varphi.1]$ ,  $[bb.1]$ ,  $[c\varphi.2]$ ,  $[cc.2]$ , faciles à former sans résoudre les équations (112).

42. *Troisième procédé.* — Un troisième procédé de calcul de  $[\Phi \Phi]$  est analogue au quatrième procédé qui a été employé pour calculer  $\Sigma$  (2). On ajoute au système des coefficients des équations (112) et au-dessous de la colonne des termes constants le coefficient  $[\varphi \varphi]$  et, en se conformant à la loi de formation des coefficients de

(1) § 34, p. 32 et 33.

(2) § 35, p. 33 et 34.

Gauss, on calcule les coefficients suivants, au nombre de 2 ( $r-1$  dans le cas général), qui correspondent aux deux systèmes d'équations que fournissent les éliminations successives effectuées pour la résolution des équations (112) :

$$(122) \quad \left\{ \begin{array}{l} [\varphi\varphi.1] = [\varphi\varphi] - \frac{[a\varphi]}{[aa]}[a\varphi], \\ [\varphi\varphi.2] = [\varphi\varphi.1] - \frac{[b\varphi.1]}{[bb.1]}[b\varphi.1]; \\ \text{on calcule en plus le coefficient :} \\ [\varphi\varphi.3] = [\varphi\varphi.2] - \frac{[c\varphi.2]}{[cc.2]}[c\varphi.2]. \end{array} \right.$$

En ajoutant ces égalités membre à membre, on voit que :

$$(123) \quad [\varphi\varphi.3] = [\varphi\varphi] - \left\{ \frac{[a\varphi]^2}{[aa]} + \frac{[b\varphi.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[c\varphi.2]^2}{[cc.2]} \right\},$$

d'où, comparant (121) et (123) :

$$(124) \quad [\Phi\Phi] = [\varphi\varphi.3].$$

$[\Phi\Phi]$  est donc égal au dernier coefficient ainsi calculé.

43. *Exemple numérique.* — L'exemple numérique de compensation des angles d'un polygone, traité à la fin du fascicule, donne, comme modèle du calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées : 1° le calcul de l'erreur moyenne d'un angle compensé (Tableau X); 2° le calcul de l'erreur moyenne du logarithme d'un côté compensé et déduit d'un côté de départ supposé exactement connu (Tableau X bis).

44. *Lois de formation des erreurs des côtés dans une triangulation. Rappel de formules fondamentales.* — L'erreur moyenne relative d'une quantité est le rapport de son erreur moyenne à la quantité elle-même. D'après la formule :

$$(125) \quad Lx = \frac{\log x}{M} \quad \left\{ \begin{array}{l} M = \text{module des logarithmes vulgaires} = 0,4342944819, \\ \log M = 1,6377843113, \end{array} \right.$$

on a en différentiant :

$$(126) \quad \frac{dx}{x} = \frac{d \log x}{M}.$$

Donc, sous la réserve essentielle que les erreurs d'une quantité et de son logarithme soient suffisamment faibles pour pouvoir être assimilées à des différentielles, l'erreur moyenne relative d'une quantité est égale au quotient de l'erreur moyenne de son logarithme vulgaire par le module. Connaissant l'erreur moyenne  $e_l$  du logarithme d'une quantité  $Q$ , on en déduit alors immédiatement l'erreur moyenne



Soit  $\beta_l$  l'erreur moyenne de  $\log C_0$ ; soient  $\eta_{l,1}, \eta_{l,2}, \dots, \eta_{l,k}$  les erreurs moyennes de  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$ ; soient  $e_{l,1}, e_{l,2}, \dots, e_{l,k}$  les erreurs moyennes de  $\log c_1, \log c_2, \dots, \log c_k$ ; on a :

$$(133) \quad \begin{cases} e_{l,1}^2 = \beta_l^2 + \eta_{l,1}^2, \\ e_{l,2}^2 = e_{l,1}^2 + \eta_{l,2}^2, \\ \dots\dots\dots, \\ e_{l,k}^2 = e_{l,k-1}^2 + \eta_{l,k}^2, \end{cases}$$

d'où, en additionnant ces égalités :

$$(134) \quad e_{l,k}^2 = \beta_l^2 + \eta_{l,1}^2 + \eta_{l,2}^2 + \dots + \eta_{l,k}^2.$$

On connaît  $\beta_l$ , on sait calculer  $\eta_{l,1}, \eta_{l,2}, \dots, \eta_{l,k}$ ; on a ainsi  $e_{l,k}$ , erreur moyenne du logarithme du côté, et par suite aussi  $(e)_k$ , erreur moyenne relative du côté et  $e_k$ , erreur moyenne du côté.

Si  $\beta_l = 0$ , on a :

$$(135) \quad e_{l,k}^2 = \eta_{l,1}^2 + \eta_{l,2}^2 + \dots + \eta_{l,k}^2.$$

47. *Cas d'une chaîne de triangles.* — Dans le cas d'un triangle ou d'une chaîne de triangles, l'expression  $\eta_l$  prend une forme simple remarquable qu'il convient d'indiquer en vue d'une application ultérieure au réseau du nouvel arc équatorial <sup>(1)</sup>.

Soit le triangle A, B, C (*fig. b*) dont le côté CB a pour longueur connue  $C_0$  et dont

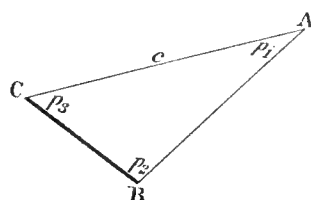


Figure b.

les angles finals observés ont pour poids respectifs  $p_1, p_2, p_3$ .

En posant :

$$(136) \quad \varphi(A, B, C) = \frac{\log \sin \left( B - \frac{\varepsilon}{3} \right)}{\log \sin \left( A - \frac{\varepsilon}{3} \right)},$$

on calcule :

$$(137) \quad \log c = \log C_0 + \varphi(A, B, C).$$

On se propose de déterminer l'erreur moyenne  $e_l$  de  $\log c$ .

---

<sup>(1)</sup> § 101, p. C.9 à C.12.

La fonction  $\varphi$  peut se mettre sous forme linéaire par une transformation déjà souvent appliquée (1) :

$$(138) \quad \varphi(A, B, C) = \varphi_0 - \Delta_A A + \Delta_B B,$$

$\Delta_A, \Delta_B$  désignant les accroissements des logarithmes des sinus correspondant à des accroissements des arcs égaux à 1".

Les coefficients  $\varphi$  sont donc :

$$(139) \quad \begin{cases} \varphi_1 = -\Delta_A, \\ \varphi_2 = +\Delta_B, \\ \varphi_3 = 0. \end{cases}$$

*Calcul de l'erreur  $\eta_l$  (2).*

*Équation de condition :*

$$(140) \quad E + (1) + (2) + (3) = 0.$$

*Équation en  $r$  :*

$$(141) \quad \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right) r - \frac{\Delta_A}{p_1} + \frac{\Delta_B}{p_2} = 0,$$

$$(142) \quad r = \frac{\frac{\Delta_A}{p_1} - \frac{\Delta_B}{p_2}}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}};$$

d'où :

$$(143) \quad \left\{ \begin{aligned} \Phi'_1 &= -\frac{\Delta_A}{\sqrt{p_1}} + \frac{1}{\sqrt{p_1}} \frac{\frac{\Delta_A}{p_1} - \frac{\Delta_B}{p_2}}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}}, \\ \Phi'_2 &= +\frac{\Delta_B}{\sqrt{p_2}} + \frac{1}{\sqrt{p_2}} \frac{\frac{\Delta_A}{p_1} - \frac{\Delta_B}{p_2}}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}}, \\ \Phi'_3 &= \frac{1}{\sqrt{p_3}} \frac{\frac{\Delta_A}{p_1} - \frac{\Delta_B}{p_2}}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}}. \end{aligned} \right.$$

On trouve facilement :

$$(144) \quad [\Phi' \Phi'] = \frac{p_1 \Delta_B^2 + p_2 \Delta_A^2 + p_3 (\Delta_A + \Delta_B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}.$$

Or, des égalités (24) et (26) (3), dans lesquelles  $\left( L, -\frac{\varepsilon_1}{3} \right)$  représente un angle

(1) §§ 16, 17, 18, 22, p. 15 à 19 et 23 à 24.

(2) Voir §§ 39 et 40, p. 37 à 40 et notamment les formules (116) à (119).

(3) § 16, p. 15 et 16.

quelconque, on déduit :

$$(145) \quad \Delta_A = M \sin 1'' \cot A, \quad \Delta_B = M \sin 1'' \cot B.$$

Par suite :

$$(146) \quad [\Phi' \Phi'] = M^2 \sin^2 1'' \frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3 (\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3};$$

on a donc :

$$(147) \quad \eta_l = \pm M^* M \sin 1'' \sqrt{\frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3 (\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}}.$$

Si  $p_1 = p_2 = p_3 = 1$  :

$$(148) \quad \eta_l = \pm M^* M \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3} (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)}.$$

Ces formules sont applicables au côté de rang  $k$  d'une chaîne de triangles s'appuyant sur un côté connu :

$$(149) \quad \eta_{l,k} = \pm M^* M \sin 1'' \sqrt{\frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3 (\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}}.$$

Si  $p_1 = p_2 = p_3 = 1$  :

$$(150) \quad \eta_{l,k} = \pm M^* M \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3} (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)}.$$

Portant l'expression (149) de  $\eta_{l,k}$  dans la formule (134), on obtient :

$$(151) \quad e_{l,k}^2 = \beta_l^2 + M^{*2} M^2 \sin^2 1'' \sum \frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3 (\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3},$$

$\Sigma$  s'appliquant à tous les triangles, du premier au  $k^{\text{ième}}$ . On en déduit  $e_{l,k}$ ,  $(e)_k$  et  $e_k$ .

Si les poids de tous les angles finals observés sont égaux :

$$(152) \quad e_{l,k}^2 = \beta_l^2 + M^{*2} M^2 \sin^2 1'' \frac{2}{3} \Sigma [\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B].$$

Enfin, si  $\beta_l = 0$ , les formules (151) et (152) donnent respectivement :

$$(153) \quad e_{l,k} = \pm M^* M \sin 1'' \sqrt{\sum \frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3 (\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}};$$

$$(154) \quad e_{l,k} = \pm M^* M \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3} \Sigma [\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B]}.$$

*c. — Fermetures sur les bases de vérification.*

48. Aux critères précédents de la précision des observations s'en ajoute un dernier, très important et facile à obtenir immédiatement une fois la compensation

des angles (ou directions) effectuée, lorsqu'on n'a pas fait intervenir dans celle-ci les équations de condition qui expriment l'accord des bases.

En désignant par  $B$ , la longueur de la ligne géodésique correspondant, sur l'ellipsoïde de référence, à la longueur mesurée d'une base de vérification, et par  $B'$  sa longueur calculée par la triangulation en partant de la base fondamentale, après compensation des angles (ou directions), sans accord des bases, le rapport  $\frac{B' - B_1}{B_1}$  s'appelle la *fermeture sur la base de vérification*. La valeur de ce rapport donne une idée de la précision de l'ensemble des opérations, mais plus particulièrement des observations azimutales, puisque les erreurs à craindre portent principalement sur celles-ci <sup>(1)</sup>.

Si, négligeant les erreurs commises sur les longueurs mesurées des bases, on considère ces longueurs comme rigoureusement exactes, la fermeture sur une base de vérification n'est autre que l'erreur relative de sa longueur calculée. On peut la comparer à l'erreur moyenne relative obtenue par la méthode qui vient d'être exposée pour calculer l'erreur moyenne relative d'un côté quelconque, compensé et déduit d'un côté supposé exactement connu.

## 6. PRATIQUE DES CALCULS.

*a. — Exemple numérique. Compensation des angles et calcul des triangles d'un pentagone.*

49. Les Tableaux I à X *bis* <sup>(2)</sup> donnent, à titre d'exemple numérique, la compensation des angles d'un pentagone à 13 inconnues et 7 équations de condition (5 aux angles et 2 aux côtés) et le calcul des 7 triangles qui le constituent. Ils se rapportent à la suite normale suivante des opérations :

Tableau I. Préparation des équations de condition <sup>(3)</sup>.

- » II. Formation des équations de condition.
- » III. Récapitulation des équations de condition.
- » IV. Formation des équations normales.
- » V. Résolution des équations normales :
  - 1<sup>o</sup> Méthode des éliminations successives;
  - 2<sup>o</sup> Méthode des coefficients indéterminés.
- » VI. Calcul des corrections aux angles par substitution des quantités corrélatives dans les équations corrélatives.
- » VII. Calcul des angles des triangles géodésiques.
- » VIII. Calcul définitif des triangles <sup>(3)</sup>.

<sup>(1)</sup> Voir § 2, p. 2 et 3.

<sup>(2)</sup> A la fin du fascicule.

<sup>(3)</sup> Il est commode d'accoler les Tableaux I et VIII; c'est ce qui a été fait.



Tableau IX. Calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids.

Tableaux X et X *bis*. Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées :

X. Calcul de l'erreur moyenne d'un angle compensé ;

X *bis*. Calcul de l'erreur moyenne du logarithme d'un côté compensé et déduit d'un côté de départ supposé exactement connu.

La formation des équations de condition et des équations normales, la résolution de celles-ci, le calcul des corrections et les calculs d'erreurs sont considérablement facilités par l'usage d'une machine à calcul. On peut aussi employer les logarithmes pour les multiplications ou divisions qu'on doit effectuer.

*b. — Vérifications à effectuer au cours des calculs.*

50. Les vérifications qui se présentent au cours des calculs sont nombreuses et l'on doit s'attacher à ne pas les négliger :

1<sup>o</sup> Dans le calcul des excès, quelle que soit la manière dont on décompose un polygone en triangles, la somme des excès des triangles qui le constituent doit être constante et égale à l'excès du polygone.

2<sup>o</sup> Dans la formation des équations normales, il est avantageux, bien que ces équations soient symétriques, de calculer ou écrire tous leurs termes, ce qui permet une vérification de tous les coefficients des inconnues qui ne sont pas de la forme quadratique  $[aa]$ .

3<sup>o</sup> Dans la résolution des équations normales par la méthode des éliminations successives, on profite de la symétrie des coefficients, dans les divers systèmes obtenus, pour diminuer presque de moitié l'étendue des Tableaux et le travail de calcul. Mais, en ce cas, il est essentiel de procéder, pour chaque équation, à une vérification des facteurs des inconnues et du terme connu, obtenue comme il suit, en faisant leur somme.

Si l'on considère les quantités suivantes :

$$(155) \left\{ \begin{array}{l} [as], \quad [bs], \quad [cs], \quad \dots, \quad [ls]; \\ [bs.1] = [bs] - \frac{[ab]}{[aa]}[as], \quad [cs.1] = [cs] - \frac{[ac]}{[aa]}[as], \quad \dots, \quad [ls.1] = [ls] - \frac{[al]}{[aa]}[as]; \\ [cs.2] = [cs.1] - \frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bs.1], \quad \dots, \quad [ls.2] = [ls.1] - \frac{[bl.1]}{[bb.1]}[bs.1]; \\ \dots \end{array} \right.$$



9° La somme des trois angles compensés d'un même triangle, diminuée de 200 grades, et la somme des corrections correspondantes doivent donner respectivement l'excès et l'erreur préalablement calculés.

10° Le calcul définitif des triangles doit donner la même valeur pour le logarithme d'un même côté, quelle que soit la succession des triangles employés pour le déduire d'une base (ou d'un côté connu).

11° Enfin, les méthodes différentes indiquées pour le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids ou le calcul d'une fonction des quantités compensées fournissent des vérifications. Dans ce dernier calcul, les équations aux  $r$ , de même forme que les équations normales, donnent lieu aux mêmes vérifications (voir ci-dessus 2°, 3°, 4°, 5°, 6° et 7°).

*c. — Nombre de décimales à employer dans les calculs.*

51. On a déjà examiné plus haut <sup>(1)</sup> quelle approximation doit être recherchée dans le calcul des excès.

En ce qui concerne les calculs de compensation proprement dits, la question du nombre de décimales à employer a été traitée par Baeyer <sup>(2)</sup>.

En général, les instruments azimutaux employés pour les triangulations de haute précision et dont les limbes sont gradués suivant la division centésimale peuvent, sur lecture directe d'un tambour micrométrique, ou lecture à l'estime du dixième d'une petite division de ce tambour, fournir les directions, exprimées en secondes centésimales, avec une décimale. Les corrections à apporter aux lectures (inclinaison, tare, collimation) sont calculées avec deux décimales, de manière à ne jamais commettre sur les lectures corrigées une erreur supérieure à l'approximation même des lectures brutes. Une fois les compensations de station effectuées s'il y a lieu, les directions ainsi compensées, affectées des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, sont généralement données avec trois décimales (nombre certainement exagéré qui ne correspond nullement à la précision réelle des observations, comme il est facile de s'en rendre compte en remarquant que dans de bonnes triangulations l'erreur moyenne d'une direction finale observée peut atteindre et même dépasser une seconde centésimale) <sup>(3)</sup>.

Dès lors, si l'on veut conserver dans la compensation des angles (ou des directions) du réseau la précision qu'on suppose un peu gratuitement aux résultats des observations azimutales, il est logique de calculer les corrections aux angles (ou aux directions) avec trois décimales. On opérera, à cet effet, comme il suit :

Dans les équations aux angles, en raison de l'approximation avec laquelle les

<sup>(1)</sup> §§ 10, 11 et 12, p. 10 à 12.

<sup>(2)</sup> BAEYER, *Die Küstenvermessung und ihre Verbindung mit der Berliner Grundlinie*, ausgeführt von der trigonometrischen Abtheilung des Generalstabes, Berlin, Dümmler, 1849.

<sup>(3)</sup> Voir, par exemple, t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

angles observés sont donnés et les excès calculés, les coefficients des corrections et les termes connus sont écrits avec trois décimales.

Dans les équations aux côtés, si l'on emploie des Tables de logarithmes à huit décimales dans lesquelles les différences tabulaires des log sinus sont données pour un accroissement de l'arc de  $10''$ , et si l'on exprime tous les nombres en unités du sixième ordre décimal du logarithme, les coefficients des corrections se trouvent écrits avec trois décimales, les termes connus avec deux.

Les coefficients des inconnues et les termes connus des équations normales, ceux des équations des systèmes successifs qui en dérivent, et les quantités corrélatives, sont alors calculés avec cinq ou six décimales; les corrections le sont avec quatre ou cinq décimales, dont les trois premières sont certainement exactes.

Les résidus obtenus ainsi dans les fermetures des équations de condition ne dépassent jamais quelques cent-millièmes de seconde centésimale.

En conservant quatre décimales aux corrections et aux angles géodésiques compensés qui en sont déduits, on retrouve exactement, d'une part, en retranchant 200 grades à la somme des trois angles compensés d'un triangle et, d'autre part, en faisant la somme des corrections correspondantes, l'excès et l'erreur préalablement calculés avec trois décimales. Dans le calcul définitif des triangles, on ne laisse que trois décimales aux angles des triangles plans. Si l'on effectue ce calcul par logarithmes à huit décimales, on obtient dans tous les triangles la même valeur pour le logarithme de tout côté, ou tout au moins les plus grands écarts obtenus entre les différentes valeurs du logarithme d'un même côté ne dépassent pas 1 à 2 unités du huitième ordre décimal <sup>(1)</sup>. Une erreur sur le logarithme égale à une unité de la dernière décimale, soit à  $10^{-8}$ , correspond à une erreur relative sur la longueur du côté égale à  $10^{-8} : M$ , soit  $\frac{1}{13\,129\,118}$  environ, et, pour un côté géodésique ordinaire de  $50\text{ km}$ , à une erreur sur cette longueur égale à  $1^{\text{mm}},15$ .

### III. — COMPENSATION D'UN RÉSEAU ÉTENDU ET COMPLEXE PAR DIVISION EN RÉSEAUX PARTIELS COMPENSÉS SÉPARÉMENT.

#### 1. IMPOSSIBILITÉ ET ILLÉGITIMITÉ D'UNE COMPENSATION D'ENSEMBLE D'UN RÉSEAU ÉTENDU ET COMPLEXE.

52. Un calculateur exercé, a dit Baeyer <sup>(2)</sup>, ne doit point s'effrayer de 40 à 50 équations de condition. La jonction des réseaux prussien et russe en Silésie <sup>(3)</sup> en comporte 59, un des réseaux de la *Küstenvermessung* <sup>(4)</sup> 86, mais de pareilles

<sup>(1)</sup> Voir § 93, p. 139, note <sup>(1)</sup>.

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence géodésique internationale pour la mesure des degrés en Europe*, réunie à Stuttgart du 25 septembre au 2 octobre 1877, rédigés par les secrétaires C. BRUINS, A. HIRSCH, Berlin, Georg Reimer, 1878, p. 205.

<sup>(3)</sup> BAEYER, *Die Verbindungen der preussischen und russischen Dreiecksketten bei Thorn und Tarnowitz*, ausgeführt von der trigonometrischen Abtheilung des Generalstabes, Berlin, Dümmler, 1857.

<sup>(4)</sup> BAEYER, *loc. cit.*, à la note <sup>(2)</sup>, p. 49 du présent fascicule.

compensations atteignent la limite extrême du travail qui peut être raisonnablement exécuté sans que l'effort produit soit hors de proportion avec l'intérêt des résultats. Or, les réseaux précités ne dépassent pas une extension et une complication moyennes, et si l'on calcule à l'aide des formules de Gauss <sup>(1)</sup> le nombre des équations de condition dans la compensation d'un réseau d'une extension et d'une complexité plus considérables, on demeure convaincu que la compensation d'ensemble d'un tel réseau est pratiquement irréalisable, la résolution des équations normales devenant une opération inabordable.

Une telle compensation ne doit même pas être tentée. Elle serait, en effet, basée sur l'hypothèse d'un ellipsoïde unique, s'écartant fort peu, dans toute l'étendue considérée, d'une surface de niveau (soit le géoïde, surface de niveau zéro, soit toute autre surface de niveau). Par exemple, le calcul des angles géodésiques, déduits des angles azimutaux observés, tel qu'il est effectué en affectant les directions observées des seules corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, suppose qu'ayant observé, en toute station, les valeurs de dièdres qui ont pour arête commune la verticale, normale à la surface de niveau, cette verticale se trouve aussi normale à l'ellipsoïde. Mais cette hypothèse d'un ellipsoïde unique est forcément douteuse dès que les opérations s'étendent sur une portion considérable de la surface terrestre et les méthodes employées risquent de devenir inapplicables; c'est ainsi, pour reprendre l'exemple précédent, que l'axe de l'instrument servant aux observations azimutales a été, en chaque station, réglé au moyen du niveau à bulle d'air de manière à être, en réalité, dirigé suivant la verticale, normale à la surface de niveau; dès que l'angle entre cette verticale et la normale à l'ellipsoïde atteint une certaine valeur, les sommets du réseau géodésique obtenu sur l'ellipsoïde ne peuvent plus être considérés comme situés sur les normales à l'ellipsoïde issues des stations correspondantes, et les angles de ce réseau déduits des angles observés, par les formules qui donnent les corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, sont inexacts, car les démonstrations de ces formules tombent en défaut.

Si la surface de niveau a été, grâce à des observations géodésiques et astronomiques antérieures, étudiée sur une grande étendue, on a été déjà amené le plus souvent à constater qu'il est impossible de l'assimiler dans toute cette étendue à un même ellipsoïde osculateur. Quel que soit l'objet des nouvelles observations géodésiques et astronomiques exécutées, on sait d'avance n'avoir, en toute rigueur, le droit de faire entrer dans une même compensation que des figures d'une étendue restreinte, dans les limites de laquelle l'ellipsoïde osculateur, bien connu et déterminé déjà, reste le même.

Mais, le plus souvent, la surface de niveau est inconnue, les observations géodé-

---

<sup>(1)</sup> § 4, p. 7.

siques et astronomiques effectuées ont précisément, entre autres buts, celui de l'étudier. Si l'on adopte un ellipsoïde de référence, dont le choix comporte naturellement une large part d'arbitraire, c'est afin de pouvoir, en projetant les stations de la triangulation sur l'ellipsoïde, obtenir un réseau géodésique qu'il soit possible de soumettre au calcul, et parvenir à une première approximation de la surface de niveau par la comparaison des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts), calculées pour les sommets de ce réseau, avec les coordonnées astronomiques directement observées en toutes les stations correspondantes ou en quelques-unes d'entre elles. On sait que cette comparaison fournit alors immédiatement en ces stations des valeurs très approchées des *déviations de la verticale*, angles de la verticale avec la normale à l'ellipsoïde, ou tout au moins de leurs composantes nord-sud ou est-ouest.

Si la triangulation est très étendue, ces déviations, en certaines régions au moins, ont toujours des valeurs sensibles : l'ellipsoïde de référence adopté ne représente donc qu'imparfaitement l'ensemble de la portion de surface de niveau à étudier. Par conséquent, même en admettant que le réseau, par sa simplicité, se soit prêté à une compensation générale, ou que, malgré sa complexité, on ait pu, au prix de calculs presque inextricables, réaliser celle-ci avant de passer au calcul des longueurs des côtés, des coordonnées des sommets et des déviations de la verticale, cette compensation eût été, en fait, sans objet.

D'une part, en effet, pour les exigences des applications courantes de la Géodésie (établissement de cartes, cadastres, etc.), le réseau obtenu sur l'ellipsoïde de référence peut être considéré sans inconvénient comme projection du réseau de l'espace par des normales à l'ellipsoïde et l'on peut se contenter de compensations partielles de ce réseau divisé en figures ne donnant lieu chacune qu'à un nombre raisonnable d'équations de condition.

D'autre part <sup>(1)</sup>, pour les recherches de haute Géodésie comprenant l'étude approfondie de la surface de niveau, il est indispensable d'avoir pu parvenir à la connaissance des valeurs approchées des déviations de la verticale en un nombre de stations aussi grand que possible, grâce à de nombreuses observations astronomiques (ou à leur défaut au calcul direct, fort pénible, d'après les formes du terrain, de l'action des masses perturbatrices). On doit reprendre ensuite la partie géodésique des calculs à partir du moment où l'on a projeté les stations sur l'ellipsoïde. Dans ces nouveaux calculs, on tient compte alors de l'influence des déviations de la verticale, dont les valeurs très suffisamment approchées, déjà connues, permettent l'emploi de formules de correction appropriées. On obtient ainsi un nouveau réseau géodésique, légèrement différent du premier, dont les sommets sont bien, cette fois, les projections des stations sur l'ellipsoïde par des normales

---

<sup>(1)</sup> Voir l'*Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission*, insérée en tête du fascicule I du Tome II. Voir aussi plus loin § 64, p. 75 à 77.

à l'ellipsoïde, ainsi que les valeurs exactes des déviations de la verticale par rapport à cet ellipsoïde. C'est ensuite, seulement, qu'abordant les questions de haute Géodésie, on peut se proposer, par exemple, de rechercher la position et les dimensions d'un ou de plusieurs ellipsoïdes de révolution représentant la surface de niveau tout entière ou certaines de ses portions, mieux que ne le faisait l'unique ellipsoïde de référence jusqu'alors employé. Dans cette étude, d'une extrême complexité, quels que soient la méthode suivie et les calculs exécutés, il n'est légitime de projeter sur un seul ellipsoïde une portion déterminée du réseau et d'en soumettre toutes les figures à une même compensation, que si les déviations de la verticale, calculées ensuite par rapport à cet ellipsoïde, révèlent partout seulement de très faibles écarts entre sa surface et la surface de niveau. S'il n'en est pas ainsi, les calculs faits ne peuvent être, en toute rigueur, considérés que comme une approximation, suffisante, il est vrai, dans la presque totalité des cas, mais insuffisante pour l'étude approfondie de la surface de niveau.

Ainsi, non seulement on est toujours obligé, en pratique, de diviser un réseau très étendu en réseaux partiels compensés séparément, mais encore cette division se justifie théoriquement. Bien entendu, le nombre des réseaux partiels sera réduit au strict minimum, l'étendue de chacun étant uniquement limitée, d'abord par la possibilité de résoudre les équations normales sans s'imposer des calculs d'une exorbitante longueur, ensuite par l'obligation de n'avoir, dans toute cette étendue, que de très faibles déviations de la verticale, légitimant l'emploi d'un unique ellipsoïde.

Dans cette méthode, chacune des sommes des carrés des corrections obtenues correspondant à un réseau partiel est minima, mais, en général, la somme des carrés de toutes les corrections obtenues ne l'est point. Elle a une valeur supérieure à sa valeur minima. Il est clair que la différence de ces deux valeurs est faible [elle est nulle quand une inconnue quelconque ne figure que dans une seule compensation partielle et que le système des équations de condition de la compensation d'ensemble est constitué par la réunion des systèmes d'équation de condition des compensations partielles <sup>(1)</sup>]. Si les corrections obtenues ne sont point, en toute rigueur, les plus probables, elles diffèrent donc très peu de celles-ci, tout en satisfaisant absolument aux conditions géométriques du réseau.

## 2. ÉQUATIONS DE CONDITION SUPPLÉMENTAIRES EXPRIMANT QUE LES DIVERS RÉSEAUX PARTIELS SE RACCORDENT.

53. La division du réseau principal en réseaux partiels, aussi peu nombreux et aussi étendus que possible, s'impose aussi pour diminuer le nombre des équations de

---

(<sup>1</sup>) Voir § 53, p. 55 et 56.

condition supplémentaires qu'il est nécessaire d'introduire dans les compensations, afin d'exprimer que les différents réseaux partiels se raccordent. En effet, pour que l'ensemble du réseau principal soit rendu géométrique, il faut que tout côté commun à deux réseaux adjacents acquière, une fois les compensations effectuées, même longueur et même direction dans chacun de ces réseaux.

Ce résultat s'obtient en compensant le premier des réseaux comme s'il était isolé, puis en tenant compte, dans la compensation du second, des équations supplémentaires en question. Ce sont des équations aux angles et des équations aux côtés.

*Exemple d'équation aux angles.* — Les deux réseaux ont un sommet commun O, autour duquel sont formés cinq angles comprenant un tour d'horizon complet (*fig. c*).

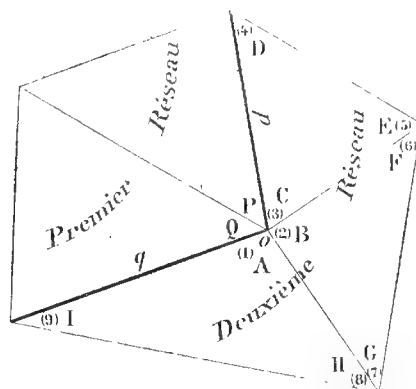


Figure c.

Après avoir compensé le premier réseau et obtenu les valeurs P, Q de ses angles compensés en O, on doit introduire dans la compensation du second réseau l'équation de condition supplémentaire :

$$(158) \quad A + B + C + P + Q - 400^g = 0,$$

ou :

$$(1) + (2) + (3) + A_1 + B_1 + C_1 + P + Q - 400^g = 0.$$

*Exemple d'équation aux côtés.* — Les deux réseaux ont deux côtés communs issus de O (*fig. c*). Après avoir compensé le premier réseau, calculé ses côtés et obtenu pour les côtés communs les longueurs p et q, on doit introduire dans la compensation du second réseau l'équation de condition supplémentaire :

$$(159) \quad q = p \frac{\sin \left( D_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} + (4) \right) \sin \left( F_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} + (6) \right) \sin \left( H_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} + (8) \right)}{\sin \left( E_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} + (5) \right) \sin \left( G_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} + (7) \right) \sin \left( I_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} + (9) \right)}.$$



De semblables équations aux côtés expriment en somme l'accord des côtés communs considérés comme bases pour le calcul du second réseau, les valeurs de ces bases étant fournies par le calcul du premier, au lieu d'être obtenues par mesure directe.

3. ÉQUATIONS DE CONDITION SUPPLÉMENTAIRES DANS LE CAS D'UN RÉSEAU S'APPUYANT SUR UN  
OU PLUSIEURS CÔTÉS D'UNE TRIANGULATION DÉJÀ COMPENSÉE.

54. Des équations de condition supplémentaires aux angles et aux côtés se présentent de même quand on veut appuyer, sur deux ou plusieurs côtés d'une triangulation déjà compensée et définitivement arrêtée, un réseau nouveau, généralement d'un ordre de précision inférieur. On en trouvera des exemples dans les figures I, II, III, IV, V, VI, VII de la triangulation de l'arc méridien équatorial.

4. CAS D'UN RÉSEAU DÉCOMPOSABLE EN RÉSEAUX PARTIELS ACCOLÉS, DONT CHACUN N'A AVEC LE PRÉCÉDENT  
QU'UN CÔTÉ COMMUN.

55. Un cas remarquable est le suivant : les réseaux partiels considérés sont simplement accolés les uns à la suite des autres, et chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun. Dans ce cas, il est tout indiqué d'effectuer la compensation en prenant pour inconnues les corrections aux angles. Il est évident qu'aucune équation de condition supplémentaire n'est alors à considérer et qu'il suffit de calculer de proche en proche les côtés des réseaux partiels compensés, en prenant comme valeur de départ pour chacun de ces réseaux la valeur du côté commun obtenue dans le réseau précédent.

De plus, les compensations partielles donnent les mêmes résultats qu'une compensation d'ensemble. En effet, une inconnue quelconque ne figure que dans une seule compensation partielle et le système des équations de condition de la compensation d'ensemble est constitué par la réunion des systèmes d'équations de condition des compensations partielles. On se rend compte aisément que, dès lors, les équations normales et les équations corrélatives de la compensation d'ensemble sont également formées par la réunion des équations normales et des équations corrélatives des compensations partielles. Les valeurs déduites pour les inconnues sont forcément les mêmes dans les deux cas. D'ailleurs, en désignant par  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \dots$  les sommes des carrés des corrections relatives aux compensations partielles, par  $\Sigma$  la même somme relative à la compensation d'ensemble, le carré de chaque correction figure une fois dans une seule somme  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \dots$  et une fois dans la somme  $\Sigma$ . Il est par suite bien évident *a priori* que le système de valeurs des inconnues fourni par les compensations partielles, qui satisfait à toutes les équations de condition et rend séparément minima  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \dots$ , rend aussi  $\Sigma$  minima. Ce système est donc celui que fournit la compensation d'ensemble.

En particulier, la compensation par parties des angles d'une triangulation longue et étroite, conduite par exemple le long d'un arc à mesurer, donne généralement les mêmes résultats que donnerait une compensation d'ensemble, car il est rare qu'une pareille triangulation ne puisse être décomposée en figures accolées présentant seulement un côté commun : triangles dont la compensation est immédiate ou polygones peu compliqués, pour lesquels elle n'exige que des calculs pratiquement réalisables.

#### IV. — COMPENSATIONS À EFFECTUER DANS LES DÉTERMINATIONS D'AZIMUTS ASTRONOMIQUES DE DÉPART <sup>(1)</sup>.

##### 1. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

56. La détermination, en une station, des azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés de cette station, a l'un des deux objets suivants :

1<sup>o</sup> Permettre de calculer la composante est-ouest de la déviation de la verticale à la station, par la comparaison des deux azimuts d'un même signal : l'un astronomique observé, l'autre géodésique calculé.

2<sup>o</sup> Quand le sommet du réseau géodésique, projection de la station sur l'ellipsoïde de référence par une normale à cet ellipsoïde, joue le rôle de sommet origine pour le calcul des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts) des autres sommets, fournir l'azimut astronomique de départ. Pour plus de simplicité, on supposera qu'au sommet origine l'ellipsoïde de référence et la surface de niveau à étudier sont tangents : en ce point, la normale à l'ellipsoïde et la verticale se confondent, la déviation de la verticale est nulle, tout plan normal à l'ellipsoïde est aussi plan vertical.

Dans le second des deux cas envisagés ci-dessus, il peut être nécessaire, en raison d'observations surabondantes exécutées, de procéder à des compensations. Avant d'entrer dans plus de détails à ce sujet, il convient de rappeler comment s'effectue cette détermination des azimuts astronomiques des signaux. Elle comporte en général deux séries d'opérations distinctes, auxquelles on peut procéder dans un ordre quelconque, les unes astronomiques à proprement parler, les autres géodésiques :

1<sup>o</sup> Observations astronomiques fournissant l'azimut astronomique d'un signal

---

(1) Il n'est pas inutile d'indiquer ici les conventions en usage au Service géographique de l'Armée. Les angles azimutaux sont comptés de 0<sup>g</sup> à 400<sup>g</sup>, dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre. Les azimuts géodésiques ou astronomiques sont comptés de 0<sup>g</sup> à 400<sup>g</sup>, à partir du Sud, dans le sens des aiguilles d'une montre. Les azimuts astronomiques des *instruments méridiens* et des *mires méridiennes* sont, dans les calculs astronomiques, comptés en temps sidéral équatorial, à partir du Sud, positivement vers l'Est, négativement vers l'Ouest.

lointain auxiliaire, distinct des autres signaux de la triangulation. Si l'on recherche une haute précision, ce sont des observations d'étoiles effectuées au cercle méridien et le signal auxiliaire employé est installé très près du plan méridien de la station astronomique. On a l'habitude de le désigner alors, quel qu'il soit, sous le nom de *mire méridienne lointaine*.

2<sup>o</sup> Observations géodésiques ayant pour objet de mesurer au moins un des angles que fait le plan vertical contenant le signal auxiliaire avec les plans verticaux contenant les divers signaux de la triangulation. En général, ou bien on relie, par mesure d'un seul de ces angles, la direction du signal auxiliaire à celle d'un des signaux de la triangulation, ou bien on introduit la direction du signal auxiliaire dans l'ensemble des directions observées de la station astronomique, observations effectuées soit par la méthode des angles, soit par la méthode des directions. Si l'on fait usage de la méthode des angles, les résultats de ces observations subissent la compensation de station <sup>(1)</sup>.

Le signal dont l'azimut astronomique est directement déterminé peut, bien entendu, être non point un signal auxiliaire, mais un des signaux mêmes de la triangulation. Ce cas simple est exceptionnel <sup>(2)</sup>.

Les observations astronomiques et géodésiques, faites le plus souvent sur des piliers différents, doivent être, bien entendu, les unes et les autres, réduites, s'il y a lieu, au centre de la station.

Pour l'objet qu'on se propose, il est clair qu'il suffit toujours d'observer géodésiquement le signal auxiliaire de la station astronomique seule; il n'est même point utile de connaître exactement sa distance à la station et de déterminer, de cette station, sa distance zénithale avec précision : des valeurs approchées de ces éléments suffisent, l'une pour les réductions au centre, l'autre pour le calcul des mesures angulaires. On peut être cependant conduit à ne pas se contenter de ces observations et à viser aussi le signal auxiliaire d'une ou plusieurs autres stations, tout comme à stationner à ce signal même, en exécutant, chaque fois, des mesures d'angles et de distances zénithales plus ou moins précises, de manière à le rattacher complètement à la triangulation. Par exemple, il y a intérêt à procéder ainsi lorsqu'on doit effectuer une triangulation de détail du pays et que le signal auxiliaire peut être avantageusement utilisé comme point secondaire.

De quelque manière qu'ait été géodésiquement observé le signal auxiliaire, l'azimut astronomique, à la station astronomique, d'un signal quelconque de la triangulation,

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.38 à A.45.

(2) Il ne s'est produit dans les opérations relatives au nouvel arc équatorial qu'à la station 56 Guachanama, où l'azimut astronomique du signal 57 Colambo a été déterminé. Le signal 67 Viviate, dont l'azimut astronomique a été déterminé à 70 Chocan, appartient bien à la triangulation, mais joue dans cette détermination le rôle de signal auxiliaire, car le côté (Chocan-Viviate) n'existe pas dans la triangulation. Voir le Tableau § 78, p. 109.

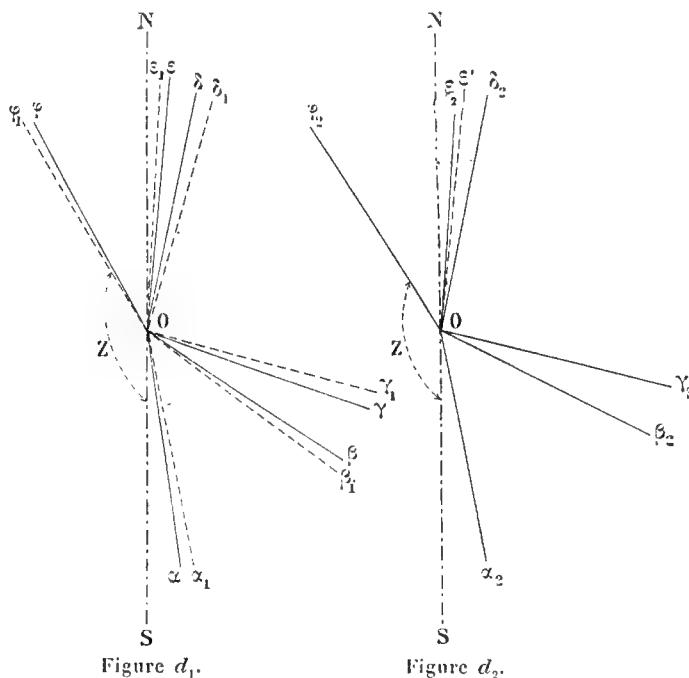
*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

(8)

s'obtient immédiatement en combinant convenablement l'angle compris entre les plans verticaux de ce signal et du signal auxiliaire avec l'azimut astronomique de ce dernier.

Au contraire, la nature des observations géodésiques relatives au signal auxiliaire n'est pas indifférente lorsqu'il s'agit de fixer un azimut de départ. Il est nécessaire d'examiner les différents cas possibles en signalant quelques particularités.

En prenant pour plan de la figure (*fig. d<sub>1</sub>*) le plan tangent commun à l'ellipsoïde



de référence et à la surface de niveau au sommet origine O, soient, sur ce plan :  
NS la trace du plan méridien (astronomique et géodésique) de la station astronomique,

Oε la trace du plan vertical contenant le signal auxiliaire,

Oα, Oβ, Oγ, Oδ, Oζ les traces des plans verticaux contenant les signaux de la triangulation.

L'angle SOε, compté du Sud vers l'Ouest, est l'azimut astronomique du signal auxiliaire, azimut qui a été observé. Les directions Oα, Oβ, Oγ, Oδ, Oζ sont connues : ce sont les directions données par les observations azimutales (compensées à la station si la méthode employée a été celle des angles).

En affectant ces directions des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique<sup>(1)</sup>,

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, première Partie, IX, *Corrections à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence*, p. A.63 et suiv.

on en déduit les directions  $\dot{O}\alpha_1, O\beta_1, O\gamma_1, O\delta_1, O\varphi_1$  des tangentes en O aux lignes géodésiques, côtés du réseau. Si le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique, il est le plus souvent impossible de calculer les mêmes corrections relatives à la direction  $O\varepsilon$  <sup>(1)</sup>, car on ignore en général la longueur K du côté géodésique (station astronomique — signal auxiliaire) et l'altitude H du signal auxiliaire par rapport à l'ellipsoïde de référence. Au contraire, si le signal auxiliaire a été complètement rattaché à la triangulation, on peut obtenir la direction  $O\varepsilon_1$  de la tangente à la ligne géodésique qui joint le point O à la projection du signal auxiliaire sur l'ellipsoïde de référence par une normale à celui-ci.

On procède ensuite à la compensation des angles (ou directions) du réseau. Le système des droites  $O\alpha_1, O\beta_1, O\gamma_1, O\delta_1, O\varphi_1$  est remplacé par un nouveau système de droites  $O\alpha_2, O\beta_2, O\gamma_2, O\delta_2, O\varphi_2$  (*fig. d<sub>2</sub>*) dont les angles sont légèrement différents. Si le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique, il ne joue aucun rôle dans la compensation. S'il a été complètement rattaché à la triangulation, la droite  $O\varepsilon_1$  du premier système est remplacée dans le second par la droite  $O\varepsilon_2$ . Quoi qu'il en soit, c'est ce second système compensé qu'il s'agit d'orienter.

Ceci posé, trois cas sont à distinguer :

## 2. PREMIER CAS.

57. 1<sup>o</sup> Le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique et l'on a mesuré seulement de cette station l'angle compris entre le plan vertical du signal auxiliaire et le plan vertical d'un des signaux de la triangulation, par exemple l'angle  $\varepsilon O\varphi$ . On en déduit l'angle  $\varepsilon O\varphi_1$ . L'azimut astronomique de  $O\varphi_1$  est  $Z = SO\varphi_1 = SO\varepsilon - \varepsilon O\varphi_1$ . C'est l'azimut astronomique de départ qui, applicable à la droite  $O\varphi_2$ , servira à orienter le système des droites  $O\alpha_2, O\beta_2, O\gamma_2, O\delta_2, O\varphi_2$  et, par suite, le réseau tout entier.

## 3. DEUXIÈME CAS.

58. 2<sup>o</sup> Le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique, mais on a mesuré de cette station tous les angles compris entre le plan vertical du signal auxiliaire et les plans verticaux des signaux de la triangulation, c'est-à-dire les angles  $\alpha O\varepsilon, \beta O\varepsilon, \gamma O\varepsilon, \delta O\varepsilon, \varepsilon O\varphi$ . On en déduit les angles  $\alpha_1 O\varepsilon, \beta_1 O\varepsilon, \gamma_1 O\varepsilon, \delta_1 O\varepsilon, \varepsilon O\varphi_1$ , qui peuvent être considérés comme des angles observés  $A_1, B_1, C_1, D_1, F_1$ .

---

(<sup>1</sup>) Quand le signal auxiliaire est une mire méridienne, ces corrections, dans les expressions desquelles entre en facteur  $\sin 2 Z$  ( $Z$  = azimut du signal auxiliaire) peuvent être considérées comme nulles. Aussi, dans les Tableaux numériques du Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux*, sont-elles inscrites comme nulles pour les mires méridiennes des stations astronomiques 33 Loma de Quito et 68 Payta, non complètement rattachées à la triangulation et par suite pour lesquelles, ne connaissant ni K ni H, on ne pouvait les calculer.

Il est impossible d'adopter pour les azimuts astronomiques des droites  $O\alpha_2$ ,  $O\beta_2$ ,  $O\gamma_2$ ,  $O\delta_2$ ,  $O\varphi_2$  un système de valeurs telles que par somme (ou différence) de deux d'entre elles on ne trouve point l'angle géodésique compensé correspondant. Or

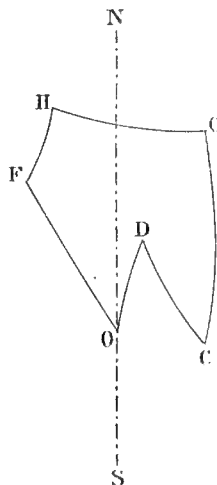


Figure e.

cette anomalie se présenterait si l'on ne soumettait à aucune compensation les angles observés  $A_1, B_1, C_1, D_1, F_1$ . Soient, en effet, OD, OF deux côtés géodésiques issus de O (*fig. e*),  $P_1$  leur angle observé,  $P$  leur angle compensé. On a bien :

$$(160) \quad D_1 + F_1 = P_1,$$

mais on n'a pas :

$$(161) \quad D_1 + F_1 = P.$$

Dès lors, si, par exemple, on se proposait de calculer les coordonnées géodésiques du sommet G en partant de celles du sommet O, on n'obtiendrait pas les mêmes résultats en déduisant l'azimut de départ de l'angle  $D_1$  et effectuant le calcul de proche en proche par l'intermédiaire des sommets D et C, ou en déduisant l'azimut de départ de l'angle  $F_1$ , et passant par les sommets F et H, ce qui serait absurde dans un réseau qui doit être rendu géométrique.

La compensation spéciale à effectuer pour faire disparaître de telles contradictions peut être traitée comme il suit (*fig. f*) :

La compensation du réseau a donné, pour les angles que forment entre elles les directions  $O\alpha_2, O\beta_2, O\gamma_2, O\delta_2, O\varphi_2$ , numérotées 1, 2, 3, 4 et 6, des valeurs définitives  $P_{1,2}, P_{1,3}, P_{1,4}, P_{1,6}; P_{2,3}, P_{2,4}, \dots$ . Les inconnues à déterminer à présent sont les angles A, B, C, D, F de la direction  $O\varepsilon$  (numérotée 5) avec chacune des directions  $O\alpha_2, O\beta_2, O\gamma_2, O\delta_2, O\varphi_2$ . Soient (1), (2), (3), (4), (6) les corrections inconnues  $A - A_1$ ,

$B - B_1$ ,  $C - C_1$ ,  $D - D_1$ ,  $F - F_1$ . En comptant, pour fixer les idées, tout angle dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre à partir de celle des deux directions le formant qui est désignée par le plus faible nombre, les équations de condition auxquelles doivent satisfaire les inconnues sont :

$$(162) \quad \begin{cases} A - B + P_{1,2} = 0, \\ A - C + P_{1,3} = 0, & B - C + P_{2,3} = 0, \\ A - D + P_{1,4} = 0, & B - D + P_{2,4} = 0, & C - D + P_{3,4} = 0, \\ A - F + P_{1,6} = 0, & B - F + P_{2,6} = 0, & C - F + P_{3,6} = 0, & D - F + P_{4,6} = 0. \end{cases}$$

Il est évident que quatre seulement de ces équations, les quatre premières par exemple, sont indépendantes. En désignant par  $\varpi_2$ ,  $\varpi_3$ ,  $\varpi_4$ ,  $\varpi_6$  les résidus obtenus

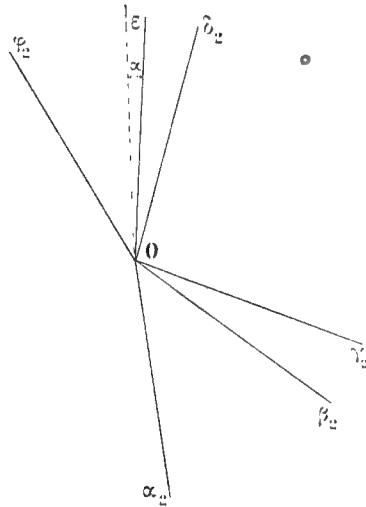


Figure f.

en substituant dans ces équations à  $A, B, C, D, F$  leurs valeurs observées, le problème revient à déterminer cinq inconnues (1), (2), (3), (4), (6), liées par les quatre équations de condition :

$$(163) \quad \begin{cases} + (1) - (2) & + \varpi_2 = 0, \\ + (1) & - (3) & + \varpi_3 = 0, \\ + (1) & & - (4) & + \varpi_4 = 0, \\ + (1) & & & - (6) + \varpi_6 = 0. \end{cases}$$

Équations corrélatives :

$$(164) \quad \begin{cases} (1) = +\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4, \\ (2) = -\lambda_1, \\ (3) = & -\lambda_2, \\ (4) = & & -\lambda_3, \\ (6) = & & & -\lambda_4. \end{cases}$$

Équations normales :

$$(165) \quad \begin{cases} 2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + w_2 = 0, \\ \lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + w_3 = 0, \\ \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4 + w_4 = 0, \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 2\lambda_4 + w_6 = 0. \end{cases}$$

A cause de leur forme simple, les équations normales se résolvent immédiatement sans avoir recours à la méthode des éliminations successives ou à celle des coefficients indéterminés. Retranchant successivement de la première chacune des trois autres, on a :

$$(166) \quad \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_2 + (w_2 - w_3) = 0, \\ \lambda_1 - \lambda_3 + (w_2 - w_4) = 0, \\ \lambda_1 - \lambda_4 + (w_2 - w_6) = 0. \end{cases}$$

Substituant les valeurs de  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  tirées de ces équations dans la première équation normale, il vient :

$$(167) \quad 5\lambda_1 + 4w_2 - w_3 - w_4 - w_6 = 0,$$

d'où :

$$(168) \quad \begin{cases} \lambda_1 = \frac{-4w_2 + w_3 + w_4 + w_6}{5}, \\ \lambda_2 = \frac{w_2 - 4w_3 + w_4 + w_6}{5}, \\ \lambda_3 = \frac{w_2 + w_3 - 4w_4 + w_6}{5}, \\ \lambda_4 = \frac{w_2 + w_3 + w_4 - 4w_6}{5}. \end{cases}$$

Les équations (164) donnent ensuite les corrections.

Ayant ainsi compensé les angles observés entre le plan vertical contenant le signal auxiliaire d'une part, les plans verticaux contenant les tangentes aux côtés géodésiques de l'autre, on peut prendre pour azimut astronomique de départ l'un quelconque de ces angles compensés, convenablement combiné avec l'azimut astronomique du signal auxiliaire.

#### 4. TROISIÈME CAS.

59. 3<sup>o</sup> Le signal auxiliaire a été complètement rattaché à la triangulation. Ce rattachement peut avoir été exécuté de bien des manières. On a observé ce signal de stations autres que la station astronomique, ou bien l'on a stationné au signal même pour en faire le relèvement sur des signaux de la triangulation, etc. Il s'agit, pour fixer l'azimut de départ cherché, d'adopter dans chaque cas la solution la plus rationnelle.



En général, on compensera par la méthode habituelle la figure de rattachement (qui s'appuie sur des figures déjà compensées du réseau). Cette compensation peut être assez compliquée, car le plus souvent les directions aboutissant au signal auxiliaire n'ont été observées que d'une de leurs extrémités, ou bien, si l'on a observé partout avec des instruments du même type, les directions finales observées appartenant à la figure de rattachement ont, aux stations autres que la station astronomique, un poids anormal, plus faible que celui des autres directions finales du réseau, ou encore on a observé à ces stations avec un instrument non identique à celui qui a été employé à la station astronomique, etc. En un mot, il peut se présenter des questions de poids délicates à résoudre.

Quoi qu'il en soit, après compensation de la figure de rattachement du signal auxiliaire, le système de directions  $O\alpha_2, O\beta_2, O\gamma_2, O\delta_2, O\varepsilon_2, O\varphi_2$  (*fig. d<sub>2</sub>*) est parfaitement déterminé. En corrigeant la direction  $O\varepsilon_2$  du petit angle  $\varepsilon O\varepsilon_1$  (*fig. d<sub>1</sub>*) (égal à la somme des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique relatives au signal auxiliaire, changées de signe), on obtient la direction  $O\varepsilon'$  (*fig. d<sub>2</sub>*) qui représente la trace du plan vertical contenant le signal auxiliaire, convenablement orientée par rapport aux directions compensées des côtés du réseau. On prend alors, pour azimut astronomique de départ, l'un quelconque des angles  $\alpha_2 O\varepsilon', \beta_2 O\varepsilon', \gamma_2 O\varepsilon', \delta_2 O\varepsilon', \varepsilon' O\varphi_2$ , convenablement combiné avec l'azimut astronomique du signal auxiliaire.

Mais si les observations aux stations autres que la station astronomique ont un poids notablement inférieur, soit parce que les mesures effectuées y ont été moins nombreuses, soit parce qu'on y a employé un instrument de précision sensiblement moindre, il paraît bien difficile d'effectuer une compensation rationnelle de la figure de rattachement. On risque d'altérer faussement des angles mesurés avec une haute précision à la station astronomique. Aussi est-il préférable, en ce cas, d'arrêter l'azimut de départ cherché comme si le signal auxiliaire n'était point rattaché à la triangulation.

On fera de même lorsque l'azimut astronomique du signal auxiliaire n'est déterminé qu'avec une faible précision rendant tout à fait inutile une compensation de la figure de rattachement.

## V. — CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES DÉJÀ COMPENSÉS D'UNE CHAÎNE DE TRIANGLES, POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES.

### 1. HISTORIQUE.

60. Il a été déjà signalé que, si l'on renonce en général à réaliser l'accord des bases, c'est en raison de la complication apportée dans les calculs par l'introduction des équations de condition qui expriment cet accord. Il est cependant des cas simples où il est possible, sans difficulté, d'apporter aux angles déjà compensés de nouvelles

corrections, de façon qu'ils satisfassent à ces équations : par exemple le cas d'une simple chaîne de triangles géodésiques, dont les deux côtés extrêmes sont des bases mesurées <sup>(1)</sup>. Il a été traité pour la première fois, à l'aide d'une analyse extrêmement savante et délicate, dans les *Suppléments à la Théorie analytique des probabilités* que Laplace a consacrés (1817-1820) à l'application du calcul des probabilités aux opérations géodésiques et en particulier à la méridienne de France <sup>(2)</sup> et dans lesquels il a également étudié les corrections à apporter à la longueur d'un arc, déjà calculé d'après une seule base, lorsqu'on veut faire concourir au même titre à ce calcul une deuxième base mesurée. Plus tard, Puissant, dans deux Mémoires lus à l'Académie des Sciences, en mars 1830 et au commencement de 1831, s'est efforcé de parvenir à la plupart des résultats de Laplace par des méthodes moins ardues. Ces deux Mémoires, refondus et complétés, ont été insérés, en tout ou en partie, dans son *Discours préliminaire à la Nouvelle description géométrique de la France* et dans son *Traité de Géodésie* <sup>(3)</sup>. Dans ce dernier, en outre, l'auteur a résumé les démonstrations de Laplace sous une forme simple <sup>(4)</sup>.

Aujourd'hui, la méthode des moindres carrés donne sans difficulté les expressions des corrections à apporter, dans le cas précité, aux angles compensés de la chaîne pour réaliser l'accord des bases, expressions qui sont identiques à celles de Laplace et Puissant. Enfin Andrae <sup>(5)</sup> a indiqué comment, par une facile compensation préalable, on peut ramener à ce cas simple le cas plus général d'une chaîne où les bases, en nombre quelconque, ne peuvent être considérées comme des côtés mêmes de la chaîne, mais sont chacune reliées à celle-ci par une triangulation spéciale.

## 2. CAS D'UNE CHAÎNE DE TRIANGLES DONT LES DEUX CÔTÉS EXTRÊMES SONT DES BASES MESURÉES.

a. — On corrige les trois angles de chaque triangle.  
Formules de Laplace et Puissant.

61. Soit (*fig. g*) une chaîne de  $n$  triangles, dont les excès sont  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ , qui relient directement entre elles deux bases dont les longueurs mesurées sont  $C_0$  et  $C_n$ . Soient  $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$  les côtés intermédiaires qu'il faut considérer successivement pour calculer la seconde base en partant de la première. Pour plus de simplicité,

<sup>(1)</sup> Il serait plus exact de dire : des lignes géodésiques de longueur connue, correspondant à des bases mesurées sur le terrain ; mais pour abréger le discours, on appellera ces lignes géodésiques *bases mesurées* de la chaîne.

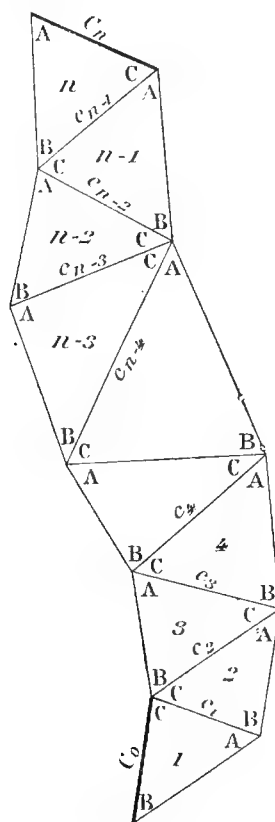
<sup>(2)</sup> Voir note <sup>(1)</sup> p. 5.

<sup>(3)</sup> Voir note <sup>(2)</sup> p. 5.

<sup>(4)</sup> P. 410 à 414.

<sup>(5)</sup> Annexe III<sub>b</sub> aux *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence géodésique internationale* [cités plus haut note <sup>(2)</sup> p. 3] ; p. 244 à 252 : *Votum des Herrn Geheimen Etatsrath ANDRAE*, eingegangen den 29 August 1877.

supposons d'abord que le poids d'un angle final observé soit le même dans tous les triangles et que ce poids ait été pris pour unité de poids dans les calculs de compensation. Les angles des triangles ont été déjà compensés en diminuant chacun du tiers de l'erreur correspondante. Ces angles compensés ont pour valeurs  $A_1, B_1, C_1$ ;  $A_2, B_2, C_2$ ; ...;  $A_n, B_n, C_n$ . Les angles sont disposés comme l'indique la figure *g*, c'est-à-dire que dans le triangle de rang  $k$ , l'angle  $A$  est opposé au côté  $c_{k-1}$ , l'angle  $B$  au côté  $c_k$ .

Figure *g*.

Les inconnues sont les  $3n$  nouvelles corrections  $x_1, y_1, z_1$ ;  $x_2, y_2, z_2$ ; ...;  $x_n, y_n, z_n$ , à apporter aux angles pour réaliser l'accord des bases, exprimées en secondes centésimales. La chaîne, déjà rendue géométrique, ne devant pas cesser de l'être, ces inconnues doivent d'abord satisfaire aux  $n$  équations de condition :

$$(169) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + y_1 + z_1 = 0, \\ x_2 + y_2 + z_2 = 0, \\ \dots\dots\dots, \\ x_n + y_n + z_n = 0, \end{array} \right.$$

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

(9)

Le côté  $c_k$  a pour valeurs, en fonction de la première base :

$$(170) \quad C_0 \frac{\sin\left(B_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(B_2 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \cdots \sin\left(B_k - \frac{\varepsilon_k}{3}\right)}{\sin\left(A_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(A_2 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \cdots \sin\left(A_k - \frac{\varepsilon_k}{3}\right)},$$

et en fonction de la seconde :

$$(171) \quad C_n \frac{\sin\left(A_n - \frac{\varepsilon_n}{3}\right) \sin\left(A_{n-1} - \frac{\varepsilon_{n-1}}{3}\right) \cdots \sin\left(A_{k+1} - \frac{\varepsilon_{k+1}}{3}\right)}{\sin\left(B_n - \frac{\varepsilon_n}{3}\right) \sin\left(B_{n-1} - \frac{\varepsilon_{n-1}}{3}\right) \cdots \sin\left(B_{k+1} - \frac{\varepsilon_{k+1}}{3}\right)}.$$

Les nouvelles valeurs des angles  $A_1 + x_1, B_1 + y_1; A_2 + x_2, B_2 + y_2; \dots; A_n + x_n, B_n + y_n$ , introduites dans ces expressions à la place des anciennes  $A_1, B_1; A_2, B_2; \dots; A_n, B_n$ , doivent les rendre égales :

$$(172) \quad 1 = \frac{C_0}{C_n} \frac{\sin\left(B_1 + y_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(B_2 + y_2 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \cdots \sin\left(B_n + y_n - \frac{\varepsilon_n}{3}\right)}{\sin\left(A_1 + x_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(A_2 + x_2 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \cdots \sin\left(A_n + x_n - \frac{\varepsilon_n}{3}\right)}.$$

Si cette équation est satisfaite, les deux valeurs d'un côté quelconque, y compris les deux bases, sont égales. C'est l'équation aux côtés qui exprime la condition de l'accord des bases. Comme toute équation aux côtés, elle peut s'écrire sous forme linéaire <sup>(1)</sup>. Soient  $\Delta_A, \Delta_B$  les accroissements de  $\log \sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)$  et  $\log \sin\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right)$  pour des accroissements de  $\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)$  et  $\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right)$  égaux à une seconde centésimale. L'expression

$$C_0 \frac{\sin\left(B_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(B_2 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \cdots \sin\left(B_n - \frac{\varepsilon_n}{3}\right)}{\sin\left(A_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(A_2 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \cdots \sin\left(A_n - \frac{\varepsilon_n}{3}\right)}$$

représente la valeur  $c_n$  de la seconde base, calculée en partant de la première, et si l'on considère les deux bases comme mesurées sans erreur, la différence  $\log c_n - \log C_n$  peut être considérée comme étant l'erreur moyenne  $e_l$  du logarithme de cette seconde base, calculée en partant de la première <sup>(2)</sup>. L'équation (172) mise sous forme linéaire peut donc s'écrire :

$$(173) \quad -\Delta_{A_1} x_1 + \Delta_{B_1} y_1 - \Delta_{A_2} x_2 + \Delta_{B_2} y_2 - \dots - \Delta_{A_n} x_n + \Delta_{B_n} y_n + e_l = 0,$$

en exprimant les  $\Delta$  et  $e_l$  en unités du même ordre décimal des logarithmes (du sixième ordre en général).

<sup>(1)</sup> Voir § 16, 17, 18, 22, p. 15 à 19 et 23 à 24.

<sup>(2)</sup> Voir § 46, p. 42 et 43.

Le problème est ramené à déterminer  $3n$  inconnues liées par  $n+1$  équations de condition.

*Équations de condition.*

( $n+1$  équations,  $3n$  inconnues).

(174) {

$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
$+1$	$+1$	$+1$			
			$+1$	$+1$	$+1$

$x_n$	$y_n$	$z_n$	

$= 0$

$= 0$

$-\Delta_{A_1}$	$-\Delta_{B_1}$		$-\Delta_{A_2}$	$+\Delta_{B_2}$	

$+1$	$+1$	$+1$	
$-\Delta_{A_n}$	$-\Delta_{B_n}$		$+e_l$

$= 0$

$= 0$

*Équations corrélatives.*(3  $n$  équations,  $n + 1$  quantités corrélatives).

(175)		$\lambda_1.$	$\lambda_2.$			$\lambda_{n-1}.$	$\lambda_n.$	$\lambda_{n+1}.$
	$x_1 =$	+ 1						$-\Delta A_1$
	$y_1 =$	+ 1						$+\Delta B_1$
	$z_1 =$	+ 1						
	$x_2 =$		+ 1					$-\Delta A_2$
	$y_2 =$		+ 1					$+\Delta B_2$
	$z_2 =$		+ 1					
	$x_n =$						+ 1	$-\Delta A_n$
	$y_n =$						+ 1	$+\Delta B_n$
	$z_n =$						+ 1	

*Équations normales.* $(n+1 \text{ équations, } n+1 \text{ inconnues}).$ 

$$(176) \quad \left\{ \begin{array}{|c|c|} \hline \lambda_1 & \lambda_2 \\ \hline +3 & \\ \hline & +3 \\ \hline \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \lambda_n & \lambda_{n+1} & \\ \hline & & -\Delta_{A_1} + \Delta_{B_1} & \\ \hline & & -\Delta_{A_2} + \Delta_{B_2} & \\ \hline \end{array} \right\} \begin{array}{l} = 0 \\ = 0 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline -\Delta_{A_1} + \Delta_{B_1} & -\Delta_{A_2} + \Delta_{B_2} \\ \hline \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{|c|c|c|} \hline & +3 & -\Delta_{A_n} + \Delta_{B_n} & \\ \hline & -\Delta_{A_n} + \Delta_{B_n} & +\Sigma(\Delta_A^2 + \Delta_B^2) & \\ \hline & & +e_l & \\ \hline \end{array} \right\} \begin{array}{l} = 0 \\ = 0 \end{array}$$

Substituant dans la dernière équation normale les valeurs de  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , tirées des  $n$  premières, et posant :

$$(177) \quad K = \frac{-e_l}{2 \Sigma [\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B]},$$

on obtient :

$$(178) \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{n+1} = 3K, \\ \lambda_1 = K(\Delta_{A_1} - \Delta_{B_1}), \\ \lambda_2 = K(\Delta_{A_2} - \Delta_{B_2}), \\ \dots\dots\dots, \\ \lambda_n = K(\Delta_{A_n} - \Delta_{B_n}); \end{array} \right.$$

d'où, par les équations corrélatives :

$$(179) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{+e_l}{2 \Sigma [\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B]} (2\Delta_A + \Delta_B), \\ y = \frac{-e_l}{2 \Sigma [\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B]} (\Delta_A + 2\Delta_B), \\ z = \frac{-e_l}{2 \Sigma [\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B]} (\Delta_A - \Delta_B); \end{array} \right.$$

Puissant, dont les formules, avec des notations un peu différentes, sont identiques à celles de Laplace, appelle aussi  $x$  et  $y$  les corrections à apporter aux angles A et B; il les exprime non pas en secondes centésimales, mais en parties du rayon. Il nomme  $\gamma$  le quotient, par la longueur de la seconde base, de la correction à apporter

à sa longueur calculée en partant de la première, pour obtenir sa longueur mesurée. Si l'on suppose les bases exactement mesurées, —  $\gamma$  n'est autre que l'erreur relative  $(e) = \frac{B' - B_1}{B_1}$  de cette longueur calculée de la seconde base ou la *fermeture* sur cette base <sup>(1)</sup>. En posant :

$$(180) \quad l = -\cot A, \quad m = \cot B,$$

Puissant donner les formules :

$$(181) \quad \begin{cases} x = \frac{\gamma}{\Sigma[l^2 + m^2 - ml]} \left( l - \frac{1}{2}m \right), \\ y = \frac{\gamma}{\Sigma[l^2 + m^2 - ml]} \left( m - \frac{1}{2}l \right). \end{cases}$$

En vertu des relations :

$$(182) \quad -\gamma = (e) = \frac{e_l}{M} \quad (2),$$

$$(183) \quad \Delta_A = M \sin 1'' \cot A \quad (3),$$

et en tenant compte de ce que dans les formules (179) les corrections sont exprimées en secondes centésimales, tandis que dans les formules (181) elles sont exprimées en parties du rayon, on voit que ces formules sont équivalentes.

Si dans chaque triangle les angles finals observés avaient des poids différents,  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , on aurait :

$$(184) \quad K = \frac{-e_l}{2 \Sigma \left[ \frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B}{p} \right]};$$

$$(185) \quad \begin{cases} x = \frac{+e_l}{2 \Sigma \left[ \frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B}{p} \right]} \left( \frac{2\Delta_A + \Delta_B}{p} \right), \\ y = \frac{-e_l}{2 \Sigma \left[ \frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B}{p} \right]} \left( \frac{\Delta_A + 2\Delta_B}{p} \right), \\ z = \frac{-e_l}{2 \Sigma \left[ \frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A \Delta_B}{p} \right]} \left( \frac{\Delta_A - \Delta_B}{p} \right). \end{cases}$$

*b. — On ne corrige que deux angles de chaque triangle. Formules simplifiées.*

62. Les formules précédentes montrent que les corrections portent principalement sur les angles A et B. Pour un triangle bien conformé,  $z$  est très faible.

Si le triangle est isocèle ( $A = B$ ), l'angle au sommet C ne subit même aucun

<sup>(1)</sup> Voir § 48, p. 45 et 46.

<sup>(2)</sup> § 44, p. 42.

<sup>(3)</sup> § 16, p. 15 et 16, formules (24) et (26) et § 47, p. 45, formule (145).



changement. On peut, en conséquence, se proposer de réaliser l'accord des bases en laissant les angles C invariables, ce qui, en simplifiant les calculs, a l'avantage de n'apporter aucune modification aux azimuts des côtés  $c$ , tout en n'altérant que fort peu ceux des autres côtés.

On doit alors avoir :

$$(186) \quad y = -x.$$

Le problème comporte seulement  $n$  inconnues  $x_1, x_2, \dots, x_n$  et une équation de condition, celle qui exprime l'accord des bases.

Supposons d'abord égaux les poids de tous les angles finals observés :

*Équation de condition.*

$$(187) \quad -(\Delta_{A_1} + \Delta_{B_1})x_1 - (\Delta_{A_2} + \Delta_{B_2})x_2 - \dots - (\Delta_{A_n} + \Delta_{B_n})x_n + e_l = 0.$$

*Équations corrélatives.*

$$(188) \quad \begin{cases} x_1 = -(\Delta_{A_1} + \Delta_{B_1})\lambda, \\ x_2 = -(\Delta_{A_2} + \Delta_{B_2})\lambda, \\ \dots\dots\dots, \\ x_n = -(\Delta_{A_n} + \Delta_{B_n})\lambda. \end{cases}$$

*Équation normale.*

$$(189) \quad \Sigma[(\Delta_A + \Delta_B)^2]\lambda + e_l = 0,$$

d'où :

$$(190) \quad \lambda = \frac{-e_l}{\Sigma[(\Delta_A + \Delta_B)^2]},$$

et enfin :

$$(191) \quad x = \frac{e_l}{\Sigma[(\Delta_A + \Delta_B)^2]}(\Delta_A + \Delta_B).$$

Si dans chaque triangle les angles finals observés avaient des poids différents, on aurait :

$$(192) \quad x = \frac{e_l}{\Sigma \left[ \frac{(\Delta_A + \Delta_B)^2}{p} \right]} \frac{\Delta_A + \Delta_B}{p}.$$

### 3. CAS D'UNE CHAÎNE DE TRIANGLES COMPORTANT PLUSIEURS BASES MESURÉES, RATTACHÉES CHACUNE PAR UNE CHAÎNE SPÉCIALE.

63. En fait, on n'a jamais eu à envisager jusqu'à aujourd'hui une chaîne simple de triangles dans laquelle deux côtés extrêmes mesurés jouent le rôle de bases. En général, même dans le cas d'une chaîne simple, les bases réparties le long de celle-ci

lui sont rattachées par des triangulations spéciales, de sorte que la chaîne totale est constituée par un certain nombre de chaînes partielles successives, dont chacune possède sa base propre. On supposera dans ce qui suit que les triangulations de rattachement des bases sont également des chaînes simples de triangles. Il convient de rappeler ici la méthode par laquelle Andrae ramène ce cas au précédent <sup>(1)</sup> en raison de l'application qui en sera faite au cas analogue de la triangulation du nouvel arc équatorial. Elle consiste à arrêter d'abord une valeur unique pour chacun des côtés de jonction des chaînes partielles, puis, considérant ces côtés comme des bases mesurées, à réaliser l'accord des deux bases, réelles ou fictives, qui encadrent toutes les chaînes partielles ainsi que les chaînes de rattachement des bases effectivement mesurées.

Soit par exemple (*fig. h*) une chaîne composée de trois chaînes partielles I, II, III,

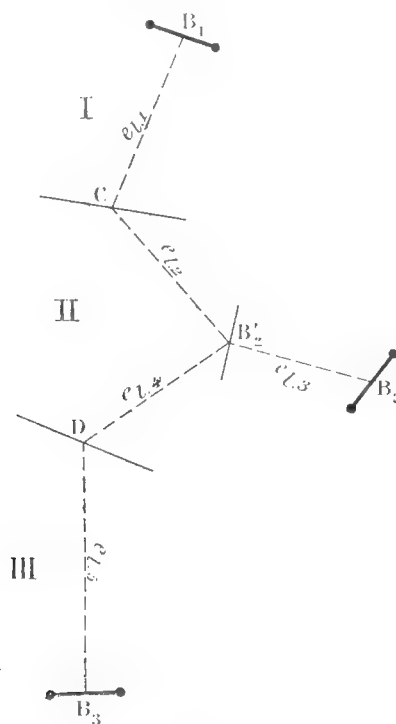


Figure h.

à chacune desquelles est rattachée l'une des bases  $B_1, B_2, B_3$ . Soient  $C, D$  les deux côtés de jonction. En partant des valeurs mesurées des bases  $B_1, B_2$ , on obtient pour le côté  $C$  deux valeurs différentes  $e_1$  et  $e_2$ ; de même, en partant des valeurs mesurées des bases  $B_2, B_3$ , on obtient pour le côté  $D$  deux valeurs différentes  $d_2$  et  $d_3$ . En supposant les bases  $B_1, B_2, B_3$  mesurées sans erreur et désignant par  $e_{1,1}, e'_{1,1}, e'_{1,2}, e_{1,3}$

<sup>(1)</sup> Voir § 60 et note <sup>(5)</sup> p. 64.

les erreurs respectivement commises sur  $\log c_1$ ,  $\log c_2$ ,  $\log d_2$ ,  $\log d_3$ , les équations de condition qui expriment l'accord des deux valeurs obtenues pour chacun des côtés de jonction sont :

$$(193) \quad \begin{cases} \log c_1 - e_{l,1} = \log c_2 - e'_{l,}, \\ \log d_2 - e''_{l,} = \log d_3 - e_{l,5}. \end{cases}$$

Les chaînes de triangles utilisées pour calculer C en partant de B<sub>1</sub> ou de B<sub>2</sub>, et D en partant de B<sub>2</sub> ou de B<sub>3</sub> sont représentées schématiquement sur la figure par des séries de traits interrompus. Il est clair que les erreurs  $e'_l$  et  $e''_l$  comportent chacune une erreur commune  $e_{l,3}$ , correspondant à la chaîne B<sub>2</sub>B'<sub>2</sub>, s'ajoutant à l'une des erreurs  $e_{l,2}$  ou  $e_{l,4}$  qui correspondent respectivement aux chaînes B'<sub>2</sub>C et B'<sub>2</sub>D, de sorte que :

$$(194) \quad \begin{cases} e'_l = e_{l,2} + e_{l,3}, \\ e''_l = e_{l,3} + e_{l,4}, \end{cases}$$

d'où finalement les deux équations de condition suivantes, entre six erreurs inconnues :

$$(195) \quad \begin{cases} -e_{l,1} + e_{l,2} + e_{l,3} & + \log c_1 - \log c_2 = 0, \\ & -e_{l,3} - e_{l,4} + e_{l,5} + \log d_2 - \log d_3 = 0. \end{cases}$$

Les inconnues sont déterminées, à l'aide de la méthode des moindres carrés, par la condition  $\sum p e_l^2 = \text{minimum}$ . Considérant ensuite les côtés de jonction C et D comme des bases mesurées dont les logarithmes sont :

$$(\log c_1 - e_{l,1}) \quad \text{ou} \quad (\log c_2 - e_{l,2} - e_{l,3})$$

et

$$(\log d_2 - e_{l,3} - e_{l,4}) \quad \text{ou} \quad (\log d_3 - e_{l,5}),$$

on effectue, par la méthode précédemment exposée : 1° l'accord des bases B<sub>1</sub> et C dans la chaîne I et la chaîne de rattachement de B<sub>1</sub>; 2° l'accord des bases C et D dans la chaîne II; 3° l'accord des bases D et B<sub>3</sub> dans la chaîne III et la chaîne de rattachement de B<sub>3</sub>. On obtient ainsi une certaine longueur définitive pour le côté B'<sub>2</sub> sur lequel se raccordent la chaîne II et la chaîne de rattachement de B<sub>2</sub>. Considérant ce côté comme une base mesurée, on effectue enfin l'accord des bases B'<sub>2</sub> et B<sub>2</sub> dans la chaîne de rattachement de B<sub>2</sub>.

La détermination des poids relatifs des erreurs  $e_l$  peut paraître de prime abord une partie assez délicate du problème. Mais on obtient ces poids avec une approximation très suffisante, à condition que les triangles soient convenablement conformés, en appliquant la règle suivante : le poids du logarithme d'un côté, séparé de la base qui sert à le calculer, supposée mesurée sans erreur, par une chaîne de  $k$  triangles, dont les angles finaux observés ont même poids, est proportionnel à  $1 : k$ .

Cette règle se justifie facilement si l'on se reporte à la formule (154) qui donne l'erreur moyenne du logarithme du côté de rang  $k$  dans une chaîne de triangles s'appuyant sur une base supposée exactement connue, où tous les angles finaux

observés ont même poids <sup>(1)</sup>. On a :

$$(196) \quad \left\{ \begin{array}{l} e_{l,k} = \pm M^* \sin I'' \sqrt{\frac{2}{3} \Sigma [\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B]}, \\ \text{d'où :} \\ (e)_k = \pm M^* \sin I'' \sqrt{\frac{2}{3} \Sigma [\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B]}, \\ e_k = \pm M^* \sin I'' \sqrt{\frac{2}{3} \Sigma [\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B]} \times c_k, \end{array} \right.$$

$\Sigma$  s'appliquant à tous les triangles, du premier au  $k^{\text{ième}}$ .

Le poids du logarithme du côté de rang  $k$  est donc :

$$(197) \quad \varpi_k = \frac{3}{2 M^2 \sin^2 I'' \Sigma [\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B]}.$$

Si l'on a sensiblement  $c_1 = c_2 = \dots = c_k = c$ , et  $A = B = C = 60^\circ$ , comme  $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , on peut admettre :

$$(198) \quad \left\{ \begin{array}{l} e_{l,k} = \pm M^* \sin I'' \sqrt{\frac{2k}{3}}, \\ (e)_k = \pm M^* \sin I'' \sqrt{\frac{2k}{3}}, \\ e_k = \pm M^* \sin I'' \sqrt{\frac{2k}{3}} \times c, \\ \varpi_k = \frac{3}{2 M^2 \sin^2 I'' \times k}, \end{array} \right.$$

ce qui justifie la règle énoncée plus haut.

Dès lors, dans le calcul par la méthode des moindres carrés des erreurs  $e_l$ , si à ces erreurs  $e_{l,1}$ ,  $e_{l,2}$ , ... correspondent des chaînes de  $k_1$ ,  $k_2$ , ... triangles, dans lesquelles les erreurs d'un angle final observé, dont la formule de l'Association géodésique internationale <sup>(2)</sup> donne facilement des valeurs très suffisamment approchées, sont  $M_1^*$ ,  $M_2^*$ , ..., on adoptera, pour les poids  $p_1$ ,  $p_2$ , ..., des erreurs  $e_l$ , les valeurs :

$$(199) \quad p_1 = \frac{1}{M_1^{*2} k_1}, \quad p_2 = \frac{1}{M_2^{*2} k_2}, \quad \dots$$

La méthode qui vient d'être exposée est aussi applicable à des chaînes, en nombre supérieur à deux, issues d'un même côté commun. C'est précisément l'exemple que fournira la triangulation du nouvel arc équatorial <sup>(3)</sup>.

<sup>(1)</sup> § 47, p. 45.

<sup>(2)</sup> § 36, p. 34 à 36.

<sup>(3)</sup> § 102, p. C.13 et suiv.

## DEUXIÈME SECTION.

---

### APPLICATION DES THÉORIES EXPOSÉES DANS LA PREMIÈRE SECTION AU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

#### I. — VÉRITABLE IMPORTANCE DE LA COMPENSATION DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE CORRESPONDANT, SUR UN ELLIPSOÏDE DE RÉFÉRENCE CHOISI A PRIORI, À LA TRIANGULATION DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

64. *L'Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission* <sup>(1)</sup> contient un aperçu d'ensemble de la suite d'observations et de calculs qu'ont comportés ces travaux. Le lecteur doit s'y reporter pour se rendre un compte exact de la place occupée dans l'enchaînement logique des questions par la compensation des angles et le calcul des triangles effectués dans le présent fascicule.

Il suffit de rappeler ici que la figure de toute surface de niveau étant inconnue dans la région triangulée et les opérations exécutées ayant, entre autres buts, celui d'étudier complètement une de ces surfaces, cette compensation des angles et ce calcul des triangles impliquent forcément le choix *a priori* d'un ellipsoïde de référence unique. Il en résulte que s'ils fournissent des données suffisamment exactes pour toutes les applications courantes d'une triangulation de premier ordre (triangulations d'ordres inférieurs, topographie, etc.), ils ne seraient, en toute rigueur, légitimes que si les coordonnées du réseau géodésique obtenu, calculées sur l'ellipsoïde, fournissaient, par comparaison avec les coordonnées astronomiques qui ont été observées directement en certaines stations, des déviations de la verticale négligeables <sup>(2)</sup>. Dans une région géodésiquement inexplorée et couverte de hautes montagnes, comme la contrée parcourue par la triangulation de l'arc équatorial, on ne saurait pouvoir faire choix, de prime abord, d'un ellipsoïde repré-

---

<sup>(1)</sup> *Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission*, insérée en tête du fascicule 1 du Tome II.

<sup>(2)</sup> Voir § 52, p. 50 à 53.

sentant fidèlement une même surface de niveau le long d'une zone s'étendant sur une amplitude d'environ  $6^{\circ}$  en latitude; on peut même affirmer qu'un tel ellipsoïde n'existe pas. On est, par suite, réduit à adopter comme ellipsoïde de référence, faute de mieux, un des ellipsoïdes antérieurement calculés pour représenter le mieux possible le géoïde dans son ensemble, (ou un ellipsoïde semblable si la surface de niveau étudiée est autre que le géoïde). Dès lors, pour toutes les recherches de haute Géodésie qui exigent l'étude de la surface de niveau dans la région considérée, les premiers calculs effectués sur l'ellipsoïde de référence (calcul des lignes géodésiques de l'ellipsoïde correspondant aux bases mesurées, calcul et compensation des angles géodésiques déduits des angles observés, calcul des triangles géodésiques, calcul des coordonnées de leurs sommets), doivent être considérés comme propres seulement à fournir les valeurs approchées des déviations de la verticale par rapport à cet ellipsoïde. Ces valeurs approchées sont obtenues soit en multipliant autant que possible les déterminations astronomiques et comparant les coordonnées astronomiques des stations (latitudes, longitudes et azimuts astronomiques observés) aux coordonnées géodésiques des sommets du réseau calculées sur l'ellipsoïde, soit en évaluant directement, en une station donnée, l'influence des masses voisines perturbatrices, à l'aide de calculs fort pénibles, qui exigent la connaissance des formes du terrain aux environs de la station. Ensuite, en toute rigueur, un nouveau calcul des angles géodésiques, déduits des angles observés, fait cette fois en tenant compte des déviations <sup>(1)</sup>, doit être suivi d'une nouvelle compensation, d'un nouveau calcul des triangles et d'un nouveau calcul des coordonnées. Ces secondes réductions (ou, ce qui revient au même, des corrections appropriées) sont indispensables pour avoir, sur l'ellipsoïde de référence, un réseau dont les sommets soient rigoureusement les projections des stations par des normales à l'ellipsoïde et connaître par suite les valeurs exactes des déviations de la verticale par rapport à ce dernier. C'est seulement après les avoir effectuées qu'on est en droit de poursuivre les recherches de haute Géodésie proposées <sup>(2)</sup>.

Il est donc essentiel de formuler ici la restriction suivante : les valeurs des angles géodésiques compensés et les longueurs des côtés fournies par les Tableaux du présent fascicule, les coordonnées des sommets et les déviations de la verticale calculées dans les fascicules suivants <sup>(3)</sup> s'appliquent à un réseau qui, au seul point de vue, il est vrai, des recherches de haute Géodésie, ne doit point être considéré comme définitif, et auquel il faut, au moyen de nouvelles réductions ou de correc-

<sup>(1)</sup> Il faut aussi théoriquement refaire à nouveau le calcul des lignes géodésiques de l'ellipsoïde correspondant aux bases mesurées; mais, en fait, l'influence des déviations de la verticale sur leurs longueurs ne se traduit que par des corrections excessivement faibles, le plus souvent négligeables. Voir § 66, p. 84.

<sup>(2)</sup> La remarque en a été déjà incidemment faite à propos de la compensation d'un réseau étendu, § 52, p. 50 à 53.

<sup>(3)</sup> Tome III, fascicule 3: *Latitudes, longitudes et azimuts géodésiques*; Tome IV, fascicule 2: *Déviations de la verticale*.

tions, substituer un autre réseau très légèrement différent avant d'entreprendre dans un fascicule spécial <sup>(1)</sup> la discussion générale des travaux primordiaux de la Mission : étude d'une surface de niveau dans la région parcourue par la triangulation, longueurs et amplitudes des arcs de méridien équatoriaux, partiels ou total, susceptibles d'être utilisés pour le calcul de l'ellipsoïde terrestre général.

## II. — SURFACE DE NIVEAU ET ELLIPSOÏDE DE RÉFÉRENCE CONSIDÉRÉS.

65. *L'Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission* <sup>(2)</sup> expose en détail les raisons qui ont présidé au choix de la surface de niveau à étudier et de l'ellipsoïde de référence employé dans les calculs. Elle montre, en particulier, par suite de quelles considérations l'altitude moyenne, fort élevée, des stations (2992<sup>m</sup>) a conduit à faire choix d'un ellipsoïde de référence dont la surface est surélevée d'environ 2800<sup>m</sup> au-dessus de celle du géoïde et, par suite, à étudier une surface de niveau voisine de cet ellipsoïde. Il est inutile de reproduire ici cet exposé. On rappellera seulement les données qui déterminent les deux surfaces à comparer entre elles :

*Surface de niveau.* — La surface de niveau considérée est celle qui passe par le point situé sur la verticale du centre de la station 33 Loma de Quito à 17<sup>m</sup>,789 <sup>(3)</sup> au-dessus du repère qui indique ce centre.

*Ellipsoïde de référence.* — L'ellipsoïde de référence, de révolution, est déterminé en position par les conditions suivantes : 1<sup>o</sup> sa surface contient le point ci-dessus défini; 2<sup>o</sup> il est tangent en ce point à la surface de niveau; 3<sup>o</sup> son petit axe (axe de révolution) est parallèle à la ligne des pôles de la terre.

L'ellipsoïde de référence est déterminé, en dimensions, comme il suit :

1<sup>o</sup> Il est semblable à celui de Clarke (1880), c'est-à-dire qu'il a même aplatissement;

2<sup>o</sup> Son grand axe surpasse de 2800<sup>m</sup> le grand axe de ce dernier.

Clarke donne <sup>(4)</sup> :

$$\text{Aplatissement } \alpha = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{293,465},$$

Demi grand axe équatorial  $a = 20926\,202$  pieds anglais.

<sup>(1)</sup> Tome IV, fascicule 4 : *Discussion générale des résultats. Conclusions.*

<sup>(2)</sup> Voir note <sup>(1)</sup>, p. 75.

<sup>(3)</sup> Ce nombre a été adopté à l'origine des calculs définitifs relatifs au nouvel arc équatorial : les calculs provisoires du nivellement de précision, de Salinas au terme est de la base de Riobamba, et ceux du nivellement trigonométrique, avaient, en effet, donné pour altitude provisoire du repère du centre de la station 33 Loma de Quito, au-dessus de l'Océan, 2782<sup>m</sup>,211. Le point, où la verticale de ce centre perce l'ellipsoïde de référence, avait donc pour altitude provisoire au-dessus de l'Océan 2800<sup>m</sup> et l'on pouvait être certain que les altitudes définitives des diverses stations, au-dessus du niveau moyen de l'Océan, seraient égales à leurs altitudes par rapport à l'ellipsoïde de référence, augmentées d'un nombre très voisin de 2800<sup>m</sup>.

<sup>(4)</sup> CLARKE, *Geodesy*, Oxford, Clarendon Press, 1880, p. 319.

En admettant avec lui <sup>(1)</sup> :

$$1 \text{ mètre} = 39,370432 \text{ pouces anglais,} \quad (1 \text{ pied} = 12 \text{ pouces}),$$

on trouve :

$$\alpha = 6378249^{\text{m}}, 2.$$

Les éléments qui déterminent les dimensions de l'ellipsoïde de référence sont donc :

$$\text{Aplatissement } \alpha = \frac{a_0 - b_0}{a_0} = \frac{1}{293,465} = 0,003407561378699, \log \alpha = 3.5324436873.$$

$$\text{Demi grand axe équatorial } a_0 = 6381049^{\text{m}}, 2, \quad \log a_0 = 6.8048920932.$$

L'*Introduction aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission* <sup>(2)</sup> donne pour cet ellipsoïde un Tableau des valeurs numériques et logarithmes de diverses quantités usuelles et des relations existant entre ces quantités, ainsi que six Tables des valeurs numériques ou logarithmes de certaines fonctions de la latitude qui interviennent fréquemment dans les théories et les calculs. On reproduit ici le Tableau en question et la Table III, *Rayons de courbure moyens et facteurs de l'excès*, utilisée pour le calcul des excès <sup>(3)</sup>.

	Nombres.	Logarithmes.
$1 - \alpha.$	0,9965924386	7.9985175878
$2 - \alpha.$	1,9965924386	0.3002894220
$b_0$ , demi petit axe $= a_0(1 - \alpha).$	6359305 <sup>m</sup> , 4	6.8034096810
$c_0 = \frac{a_0^2}{b_0}.$	6402867 <sup>m</sup> , 4	6.8063745054
$e^2 = \frac{a_0^2 - b_0^2}{a_0^2}$ , carré de l'excentricité.	0,0068035113	3.8327331093
$1 - e^2.$	0,9931964887	7.9970351755
$2 - e^2.$	1,9931964887	0.2995501134
$e'^2 = \frac{a_0^2 - b_0^2}{b_0^2}.$	0,0068501161	3.8356979338
$1 + e'^2.$	1,0068501161	0.0029648240
$n = \frac{a_0 - b_0}{a_0 + b_0}.$	0,0017066885	3.2321542653
$m = \frac{a_0^2 - b_0^2}{a_0^2 + b_0^2}.$	0,0034133671	3.5331829959
$r = a_0 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)$ , rayon moyen, (rayon de la sphère d'égal volume, approximativement).	6371801 <sup>m</sup> , 3	6.8043985178
$Q = \frac{a_0 \pi}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{16}\right)$ , (quadrant, approximativement).	10006258 <sup>m</sup> , 4	7.0002717123

<sup>(1)</sup> CLARKE, *Geodesy*, Oxford, Clarendon Press, 1880, p. 322.

<sup>(2)</sup> Voir note <sup>(1)</sup>, p. 75.

<sup>(3)</sup> Voir plus haut § 10, 11 et 12, p. 10 à 12 et plus loin § 91, p. 135 et 136.



*Relations entre  $\alpha$ ,  $e$ ,  $e'$ ,  $n$  et  $m$  <sup>(1)</sup>.*

$$(1) \quad 1 - \alpha = \frac{1 - n}{1 + n}.$$

$$(2) \quad e^2 = \alpha(2 - \alpha).$$

$$(3) \quad \alpha = 1 - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{8} + \frac{e^6}{16} + \frac{5e^8}{128} + \dots$$

$$(4) \quad \alpha = \frac{2n}{1+n} = 2n - 2n^2 + 2n^3 - 2n^4 + \dots$$

$$(5) \quad n = \frac{\alpha}{2 - \alpha} = \left(\frac{\alpha}{2}\right) + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^4 + \dots$$

$$(6) \quad e^2 = \frac{4n}{(1+n)^2} = 4n - 8n^2 + 12n^3 - 16n^4 + \dots$$

$$(7) \quad n = \frac{1 - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}}{1 + (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{e^2}{4} + \frac{e^4}{8} + \frac{5e^6}{64} + \frac{7e^8}{128} + \dots$$

$$(8) \quad e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} = e^2 + e^4 + e^6 + e^8 + \dots$$

$$(9) \quad m = \frac{e^2}{2 - e^2} = \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{4} + \frac{e^6}{8} + \frac{e^8}{16} + \dots$$

$$(10) \quad m = \frac{2n}{1+n^2} = 2n - 2n^3 + 2n^5 - \dots$$

$$(11) \quad m = \alpha + \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{4} + \frac{\alpha^5}{4} - \dots$$

$$(12) \quad 1 - e^2 = \frac{1 - m}{1 + m} = \left(\frac{1 - n}{1 + n}\right)^2 = (1 - \alpha)^2 = \frac{1}{1 + e'^2}.$$



<sup>(1)</sup> Voir HELMERT, *loc. cit.* à la note <sup>(5)</sup>, p. 8 du présent fascicule, p. 37 et 38.

## RAYONS DE COURBURE MOYENS ET FACTEURS DE L'EXCÈS.

$$\begin{cases} W = (1 - e^2 \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}, \\ V = (1 + e'^2 \cos^2 L)^{\frac{1}{2}}. \end{cases}$$

Rayon de courbure minimum (dans la section normale méridienne).....  $R_1 = \frac{a_0(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{\frac{3}{2}}} = \frac{a_0(1 - e^2)}{W^3} = \frac{c_0}{V^3}.$

Rayon de courbure maximum ou grande normale (dans la section normale perpendiculaire au méridien).....  $R_2 = \frac{a_0}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}} = \frac{a_0}{W} = \frac{c_0}{V}.$

Rayon de courbure moyen.....  $R = \sqrt{R_1 R_2} = \frac{a_0(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}}{W^2} = \frac{c_0}{V^2}.$

Facteur de l'excès.....  $\frac{1}{2 R_1 R_2 \sin 1''}.$

$\frac{1}{\sin 1''} = \rho''$  (angle au centre correspondant à l'arc égal au rayon) = 636619'', 772368.

$\log \rho'' = 5.8038801230,$

$\log \frac{1}{\rho''} = 6.1961198770.$

L.	log R.	DIFFÉRENCES.	R.	DIFFÉRENCES.	$\log \frac{1}{2 R_1 R_2 \sin 1''}.$	DIFFÉRENCES.
<sup>G</sup> 0,00	6.80340968	— 1	6.359.305,4 <sup>M</sup>	— 0,1 <sup>M</sup>	9.89603077	— 2
10	40969	2	305,5	0,3	03075	4
20	40971	4	305,8	0,5	03071	8
30	40975	5	306,3	0,8	03063	10
40	40980	6	307,1	1,0	03053	13
50	40986	8	308,1	1,1	03040	16
60	40994	10	309,2	1,4	03024	19
70	41004	11	310,6	1,6	03005	22
80	41015	12	312,2	1,8	02983	25
90	41027	14	314,0	2,1	02958	27
1,00	6.80341041	15	6.359.316,1	2,2	9.89602931	31
10	41056	17	318,3	2,5	02900	33
20	41073	18	320,8	2,6	02867	37
30	41091	20	323,4	2,9	02830	39
40	41111	21	326,3	3,1	02791	42
50	41132	23	329,4	3,3	02749	46
60	41155	24	332,7	3,5	02703	48
70	41179	25	336,2	3,8	02655	51
80	41204	27	340,0	3,9	02604	54
90	41231	29	343,9	4,2	02550	56
2,00	6.80341260	30	6.359.348,1	4,3	9.89602494	60
10	41290	31	352,4	4,6	02434	63
20	41321	33	357,0	4,8	02371	65
30	41354	34	361,8	5,1	02306	69
40	41388	36	366,9	5,2	02237	71
50	41424	37	372,1	5,4	02166	75
60	41461	38	377,5	5,7	02091	77
70	41499	40	383,2	5,8	02014	80
80	41539	42	389,0	6,1	01934	83
90	41581	+43	395,1	+6,3	01851	—86
3,00	6.80341624		6.359.401,4		9.89601765	

## RAYONS DE COURBURE MOYENS ET FACTEURS DE L'EXCÈS (suite).

L.	log R.	DIFFÉRENCES.	R.	DIFFÉRENCES.	$\log \frac{1}{2 R_1 R_2 \sin 1''}$	DIFFÉRENCES.
<sup>G</sup> 3,00	6.80341624	÷44	6.359.401,4	÷ <sup>M</sup> 6,5	9.89601765	— 89
10	41668	46	407,9	6,7	01676	91
20	41714	47	414,6	6,9	01585	95
30	41761	49	421,5	7,2	01490	97
40	41810	50	428,7	7,3	01393	101
50	41860	52	436,0	7,6	01292	103
60	41912	53	443,6	7,8	01189	106
70	41965	55	451,4	8,0	01083	109
80	42020	56	459,4	8,2	00974	112
90	42076	57	467,6	8,4	00862	115
4,00	6.80342133	59	6.359.476,0	8,6	9.89600747	118
10	42192	60	484,6	8,8	00629	121
20	42252	62	493,4	9,0	00508	123
30	42314	63	502,4	9,3	00385	127
40	42377	65	511,7	9,5	00258	129
50	42442	66	521,2	9,7	00129	132
60	42508	68	530,9	9,9	9.89599997	136
70	42576	69	540,8	10,1	99861	138
80	42645	70	550,9	10,3	99723	141
90	42715	72	561,2	10,5	99582	143
5,00	6.80342787	73	6.359.571,7	10,7	9.89599439	147
10	42860	75	582,4	11,0	99292	149
20	42935	76	593,4	11,2	99143	153
30	43011	78	604,6	11,3	98990	155
40	43089	79	615,9	11,6	98835	158
50	43168	81	627,5	11,8	98677	161
60	43249	82	639,3	12,0	98516	164
70	43331	83	651,3	12,2	98352	167
80	43414	85	663,5	12,4	98185	170
90	43499	÷86	675,9	÷12,7	98015	—172
6,00	6.80343585		6.359.688,6		9.89597843	



### III — QUANTITÉS OBSERVÉES INTERVENANT COMME DONNÉES DANS LA COMPENSATION DES ANGLES ET LE CALCUL DES TRIANGLES DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

66. Les quantités observées qui interviennent dans la compensation des angles et le calcul des triangles d'un réseau géodésique sont les longueurs des lignes géodésiques correspondant aux bases mesurées et les angles géodésiques déduits des observations azimutales.

#### 1. BASES.

La triangulation du nouvel arc de méridien équatorial s'appuie sur trois bases mesurées : base de Riobamba au centre, base de San Gabriel au Nord, base de Viviate au Sud.

Les bases de Riobamba et de Viviate sont brisées, formées chacune de deux sections. Les trois termes : ouest, moyen et est, constituent un triangle dont on a observé les angles azimutaux. Les angles des triangles correspondants sur l'ellipsoïde de référence sont :

##### *Base de Riobamba.*

	<sup>G</sup>
Terme ouest.....	0.0019,428, (Tome III, fasc. 1, p. B. 60).
Terme moyen.....	199.9966,405, (Tome III, fasc. 2, p. 131).
Terme est.....	0.0024,561, (Tome III, fasc. 1, p. B. 64).

##### *Base de Viviate.*

	<sup>G</sup>
Terme ouest.....	0.0019,377, (Tome III, fasc. 1, p. B. 112).
Terme moyen.....	199.9955,502, (Tome III, fasc. 1, p. B. 110).
Terme est.....	0.0020,856, (Tome III, fasc. 1, p. B. 109).

Néanmoins, on a considéré ces deux bases comme rectilignes et adopté pour longueur de chacune la somme des longueurs des deux sections qui la constituent.

Cette simplification est légitime. Par exemple, pour la base de Riobamba, on voit qu'en raison de la faiblesse des deux angles à terme ouest et terme est, les logarithmes de leurs cosinus n'atteignent même pas une unité du huitième ordre décimal. Dès lors, le logarithme de chaque section ne peut différer du logarithme de sa projection sur la droite (terme ouest-terme est) d'une unité du huitième ordre décimal. En prenant pour longueur de la base, considérée comme rectiligne, la somme des deux sections (terme ouest-terme moyen) et (terme moyen-terme est), on commet donc, d'après la formule (127), p. 42, une erreur relative qui n'atteint pas  $\frac{0,00000001}{\pi}$ , soit  $\frac{1}{43.429.448}$ , absolument négligeable.

Le même raisonnement s'applique à la base de Viviate.

En conséquence, le fascicule 2 du Tome II, qui renferme l'exposé des opérations et des calculs relatifs aux bases, donne, pour conclusion, les distances mesurées d'un terme extrême de chaque base à l'autre, considérées comme sommes de portées alignées et horizontales :

Base de Riobamba . . . . .	9380 <sup>m</sup> , 76616,
Base de San Gabriel . . . . .	6604 <sup>m</sup> , 83842,
Base de Viviate . . . . .	8216 <sup>m</sup> , 58922.

Soient, pour une base :

$L_m$  la latitude moyenne des deux termes,

$l_1, l_2, \dots, l_n$  les longueurs des  $n$  portées horizontales,

$H_1, H_2, \dots, H_n$  leurs altitudes par rapport à l'ellipsoïde de référence, comptées sur des normales à celui-ci, positives ou négatives suivant que les portées sont extérieures ou intérieures à l'ellipsoïde,

$R_z$  le rayon de courbure de l'ellipsoïde au point de latitude  $L_m$ , dans la section normale ayant pour azimuth l'azimut moyen  $Z$  de la base.

On a :

$$(200) \quad R_z = R_1 R_2 \frac{1}{R_1 \sin^2 Z + R_2 \cos^2 Z} = \frac{R_2 (1 - e^2)}{1 - e^2 + e^2 \cos^2 L_m \cos^2 Z},$$

avec :

$$(201) \quad R_1 = \frac{a_0 (1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 L_m)^{\frac{3}{2}}},$$

$$(202) \quad R_2 = \frac{a_0}{(1 - e^2 \sin^2 L_m)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on néglige les déviations de la verticale, en supposant que les verticales sont normales à l'ellipsoïde, les extrémités de deux portées horizontales consécutives peuvent être considérées comme situées sur la même normale à l'ellipsoïde et la longueur  $B_1$  de la ligne géodésique, comprise entre les projections des deux termes sur l'ellipsoïde par des normales à celui-ci, est donnée par la formule :

$$(203) \quad B_1 = l_1 \frac{R_z}{R_z + H_1} + l_2 \frac{R_z}{R_z + H_2} + \dots + l_n \frac{R_z}{R_z + H_n},$$

ou, en négligeant les termes d'ordre supérieur à  $\frac{H^2}{R_z^2}$  :

$$(204) \quad B_1 = l_1 \left( 1 - \frac{H_1}{R_z} + \frac{H_1^2}{2R_z^2} \right) + l_2 \left( 1 - \frac{H_2}{R_z} + \frac{H_2^2}{2R_z^2} \right) + \dots + l_n \left( 1 - \frac{H_n}{R_z} + \frac{H_n^2}{2R_z^2} \right),$$

ou enfin, à cause de la presque égalité des facteurs  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , en désignant par  $B$  la somme  $(l_1 + l_2 + \dots + l_n)$  et par  $H_m$  l'altitude moyenne des portées,  $\frac{H_1 + H_2 + \dots + H_n}{n}$  :

$$(205) \quad B_1 = B \left( 1 - \frac{H_m}{R_z} + \frac{H_m^2}{2R_z^2} \right),$$

$$(206) \quad B_1 - B = -B \frac{H_m}{R_z} \left( 1 - \frac{H_m}{2R_z} \right).$$

Un calcul provisoire, par logarithmes à 7 décimales, des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts) des sommets du réseau, effectué en adoptant les longueurs des côtés obtenues par le calcul provisoire de la triangulation fait, avant compensation, au moyen de logarithmes à 7 décimales <sup>(1)</sup>, a donné, pour chacune des trois bases, des valeurs suffisamment exactes de  $L_m$  et  $Z$ , d'où l'on a déduit  $R_z$ . Mais en différentiant l'équation (206), on voit qu'une erreur  $\delta H_m$ , commise sur  $H_m$ , entraîne sur la réduction  $(B_1 - B)$  une erreur  $\delta(B_1 - B)$  égale à  $\frac{B \delta H_m}{R_z} \left( -1 + \frac{H_m}{R_z} \right)$ . En supposant  $\delta H_m = 1^m$  et substituant dans l'expression précédente à  $B$ ,  $R_z$  et  $H_m$  des valeurs numériques suffisamment approchées, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{Base de Riobamba} \quad \delta(B_1 - B) &= 1^{mm},47, \\ \text{Base de San Gabriel} \quad \delta(B_1 - B) &= 1^{mm},04, \\ \text{Base de Viviate} \quad \delta(B_1 - B) &= 1^{mm},29. \end{aligned}$$

Ceci montre que, pour le calcul des réductions  $(B_1 - B)$ , des valeurs approchées de  $H_m$  ne sauraient suffire. Aussi a-t-on employé les valeurs définitives déduites du calcul et de la compensation des altitudes des stations par rapport à l'ellipsoïde de référence ainsi que des profils des trois bases qui résultent des nivellements effectués au cours de leurs mesures aux fils Jäderin <sup>(2)</sup>.

Le Tableau suivant donne les éléments et les résultats du calcul des  $B_1$  :

BASES.	$L_m$ .	$Z$ .	$\log R_z$ .	$H_m$ .	$B$ .	$B_1 - B$ .	$B_1$ .	$\log B_1$ .
Riobamba...	$-1.8449^G$	$140.9810^G$	$6.80382392$	$-14,484^m$	$9380,76616^m$	$+0,02135^m$	$9380,78751^m$	$3.97223930$
San Gabriel..	$+0.6275$	$168.6112$	$6.80259009$	$+14,340^m$	$6604,83842$	$-0,01492$	$6604,82350$	$3.81986122$
Viviate.....	$-5.5086$	$62.2297$	$6.80398111$	$-2691,963$	$8216,58922$	$+3,47433$	$8220,06355$	$3.91487518$

N'ayant, pour le moment, aucune idée des déviations de la verticale par rapport à l'ellipsoïde de référence, on ne peut encore tenir compte de leur effet dans la réduction des bases à l'ellipsoïde et il faut se contenter d'adopter les valeurs  $B$ , ci-dessus pour les longueurs des lignes géodésiques correspondant aux bases. Lorsqu'on possédera, après comparaison des coordonnées géodésiques et astronomiques, des valeurs approchées des déviations, on pourra corriger ces longueurs avant de poursuivre toute étude ultérieure de haute Géodésie; mais il est possible, dès à présent, de prévoir que les corrections à leur apporter seront, même dans le cas de fortes déviations, très faibles et probablement négligeables. En désignant par  $\theta_z$  la composante de la déviation dans l'azimut de la base, on démontre en effet sans difficulté que tenir compte des déviations revient simplement à remplacer dans la formule (204)  $l_{p+1}$  par :

$$l_{p+1} \cos \theta_z + (H_{p+1} - H_p) \sin \theta_z,$$

expression qu'il suffit ici d'indiquer sans plus amples développements.

<sup>(1)</sup> Voir § 41, p. 12 et § 91, p. 135. <sup>(2)</sup> Tome III, fascicule 5 : *Nivellement trigonométrique*, et Tome II, fascicule 2 : *Bases*.

## 2. ANGLES GÉODÉSIQUES.

67. En chaque station, les observations azimutales ont fait connaître les angles dièdres que forment les divers plans verticaux, passant par les signaux observés, avec l'un d'eux pris comme origine. Soumis ou non à une compensation de station préalable, suivant la méthode d'observation employée (méthode des angles ou méthode des directions comportant exclusivement l'emploi de séries complètes ou de séries partielles associées de manière à constituer des séries complètes), ces angles sont inscrits dans les colonnes des *Tableaux numériques des observations* <sup>(1)</sup> intitulées, selon le cas, *Directions compensées* ou *Directions observées*. Réduites aux centres des stations, affectées ensuite des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, et abstraction faite des déviations de la verticale, puisque celles-ci sont pour l'instant inconnues <sup>(2)</sup>, ces directions ont fourni les directions des lignes géodésiques du réseau tracé sur l'ellipsoïde de référence, issues du sommet qui correspond à la station considérée; ce sont celles inscrites dans les colonnes *Directions corrigées* des Tableaux précités. Les angles géodésiques  $A_1, B_1, C_1, \dots$ , déduits des observations azimutales, ou angles observés des triangles géodésiques, s'obtiennent par différence de ces directions corrigées prises deux à deux.

En raison des compensations de station préalables déjà effectuées quand les observations ont été faites par la méthode des angles <sup>(3)</sup>, il n'y a jamais eu à introduire, dans les équations aux angles de la compensation du réseau, d'équations exprimant que la somme des angles géodésiques adjacents, formés par les directions successives issues d'un même sommet, est égale à 400 grades <sup>(4)</sup>.

Il convient de bien spécifier qu'il faudra plus tard, sitôt que des valeurs approchées des déviations de la verticale auront été obtenues, et avant de poursuivre l'étude de la surface de niveau, faire subir à chacun de ces angles géodésiques une petite correction  $x$ , dépendant des déviations, et dont l'expression, mentionnée pour le moment à titre d'indication seulement, est la suivante :

$$(207) \quad x = +\xi(\cot z_{1,2} \sin Z_{1,2} - \cot z_{1,3} \sin Z_{1,3}) - \eta(\cot z_{1,2} \cos Z_{1,2} - \cot z_{1,3} \cos Z_{1,3}).$$

$x$ , correction à faire subir à l'angle géodésique correspondant à l'angle azimutal des stations 2 et 3, observé à la station 1.

$\xi$  et  $\eta$ , composantes de la déviation de la verticale à cette station.

$z_{1,2}, z_{1,3}$ , distances zénithales des stations 2 et 3, observées de la station 1 par rapport au zénith astronomique de cette station (zénith situé sur la verticale).

$Z_{1,2}, Z_{1,3}$ , azimuts astronomiques des stations 2 et 3, observés de la station 1, comptés à partir du Sud dans le sens des aiguilles d'une montre.

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, deuxième Partie : *Tableaux numériques des observations*.

<sup>(2)</sup> C'est dans ce sens, c'est-à-dire en supposant la verticale, normale à la surface de niveau et arête commune des dièdres observés, confondue avec la normale à l'ellipsoïde, qu'on a considéré, dans tout le fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, (et notamment dans le Chapitre IX de la première Partie, consacré aux corrections à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence), le terme *verticale* comme synonyme de *normale à l'ellipsoïde*. Ces deux termes doivent être nettement distingués dès qu'à côté de l'ellipsoïde de référence entre en considération la surface de niveau.

<sup>(3)</sup> Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.38 à A.45.

<sup>(4)</sup> Voir § 4, p. 5 et 6.

#### IV. — MÉTHODE GÉNÉRALE SUIVIE DANS LA COMPENSATION DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

##### 1. PAS DE CORRECTIONS AUX BASES.

68. Pour les raisons qui s'appliquent à tout réseau, exposées plus haut <sup>(1)</sup>, la compensation du réseau du nouvel arc équatorial a été faite en considérant les bases mesurées comme exactes et faisant porter uniquement sur les observations azimutales les corrections destinées à rendre le réseau géométrique.

##### 2. PAS D'ACCORD DES BASES.

69. Il a paru inutile de tenir compte, dans la compensation du réseau tout entier, des deux équations de condition qui eussent exprimé l'accord des trois bases mesurées, en compliquant le problème pour obtenir des corrections qui n'eussent différé de celles obtenues sans accord des bases que de quantités de l'ordre des erreurs des observations. D'ailleurs, les trois bases ont été mesurées à l'aide d'instruments divers et dans des conditions très différentes. Les valeurs  $B_i$  <sup>(2)</sup> adoptées après discussion pour chacune d'elles résultent en effet des opérations suivantes :

*Base de Riobamba.* — On n'a pas tenu compte de deux mesures de la base à l'aide d'un appareil Jäderin, du modèle primitif, bimétallique (un fil d'acier invar et un fil de laiton) effectuées plus spécialement dans le but d'étalonner les fils. La valeur  $B$  adoptée résulte de mesures faites avec l'appareil Brunner à règle bimétallique (platine iridié et laiton). La base a été divisée en deux sections : section ouest mesurée une seule fois, section est mesurée deux fois ;  $B$  est la somme de la longueur trouvée pour la section ouest et de la moyenne des deux longueurs trouvées pour la section est.

*Base de San Gabriel.* — La valeur  $B$  adoptée est la moyenne de deux mesures effectuées à l'aide de l'appareil Jäderin, du modèle primitif, bimétallique (un fil d'acier invar et un fil de laiton), déjà antérieurement utilisé pour la base de Riobamba.

*Base de Viviate.* — On n'a pas tenu compte de trois mesures de la base effectuées à l'aide d'un appareil Jäderin modifié, du modèle Carpentier, monométallique (3 fils d'acier invar accouplés deux à deux, chaque mesure se faisant avec les deux fils d'un couple). La valeur  $B$  adoptée résulte de mesures faites avec le nouvel appareil du Service géographique de l'Armée, à règle monométallique en acier invar. La

---

<sup>(1)</sup> Voir § 2, p. 2 et 3.

<sup>(2)</sup> Voir § 66, p. 84.



base a été divisée en deux sections : section ouest mesurée une seule fois, section est mesurée deux fois ; B est la somme de la longueur trouvée pour la section ouest et de la moyenne des deux longueurs trouvées pour la section est.

Il ressort évidemment du résumé précédent que les valeurs B, loin d'être affectées de la même erreur moyenne, ont des poids très différents. Il ne paraît pas possible de déterminer ces poids et de les introduire dans une compensation, concurremment avec les poids des observations azimutales, sans tomber dans l'arbitraire.

Néanmoins, pour se rendre compte de la grandeur des corrections qu'apporterait l'accord des bases aux angles et aux côtés du réseau géodésique déjà compensé sans accord des bases, on a, par la méthode précédemment exposée, réalisé cet accord pour un enchaînement simple de triangles extraits du réseau compensé <sup>(1)</sup>.

## V. — CONFIGURATION GÉNÉRALE DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL ; SES RAISONS.

Avant d'indiquer sur quelles considérations repose la division du réseau total en figures compensées séparément, quelques explications sur sa configuration trouvent ici leur place naturelle.

### 1. INCLINAISON DU RÉSEAU PAR RAPPORT À LA DIRECTION NORD-SUD.

70. Quiconque jette un coup d'œil sur une carte de la triangulation <sup>(2)</sup> a d'abord l'attention attirée par l'inclinaison de l'ensemble du réseau relativement à la direction Nord-Sud. Tandis que de Quito à Cuenca, dans la région centrale, autrefois triangulée par les académiciens Godin, Bouguer, La Condamine et leurs adjoints les officiers espagnols Juan et Ulloa, le réseau est dirigé à peu près dans le sens du méridien, au Nord il s'infléchit fortement vers l'Est, au Sud vers l'Ouest, affectant ainsi la forme de la lettre S.

Au Nord, il faut en voir la raison dans la disposition même des Cordillères, qui, au delà du rio Chota, s'incurvent à l'Est vers Pasto, et dans l'impossibilité presque absolue d'établir une triangulation à l'Occident de la région andine sans se heurter à des difficultés véritablement insurmontables dans des contrées basses, couvertes parfois de forêts impénétrables, humides et torrides, où les visibilitées sont le plus souvent contrariées par des nuages persistants <sup>(3)</sup>.

Au Sud, on ne pouvait rencontrer un terrain favorable à la mesure indispensable d'une base dans les vallées des rios Macara, Quiroz ou Suipira, étroitement encaissées

<sup>(1)</sup> Voir plus haut §§ 60, 61, 62, 63, p. 63 à 74 et plus loin § 102, p. C. 13 et suiv.

<sup>(2)</sup> Voir la planche I à la fin du fascicule.

<sup>(3)</sup> Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.15.

entre les contreforts qui descendent des Cordillères élevées de Sabanilla et Huanca-bamba; il a fallu forcément le rechercher à l'Ouest, près de la Mer, dans les plaines de Piura. Il en est résulté d'ailleurs qu'on a pu relier à la Mer une des dernières stations au moyen d'un nivellement géométrique, ce qui permettra une intéressante comparaison des résultats de ce nivellement avec les altitudes des stations par rapport à l'ellipsoïde de référence, trigonométriquement déduites de celle de la station origine Loma de Quito. De plus, il a été possible d'établir sur le littoral une station astronomique de latitude, différence de longitudes et azimuth, afin d'y déterminer la déviation de la verticale et d'avoir, par la valeur de la composante est-ouest, une idée du relèvement du géoïde produit par l'attraction du massif des Andes. Malheureusement ces deux avantages ont été chèrement achetés.

Comparons en effet l'amplitude de l'arc de Bouguer et La Condamine (Cochesquitari),  $3^{\circ} 7'$ , ou celle de l'arc des officiers espagnols (Mira-Cuenca),  $3^{\circ} 27'$ , à l'amplitude de l'arc du Service géographique de l'Armée (Tulcan-Payta),  $5^{\circ} 54'$ . Celle-ci surpasse donc de  $2^{\circ} 47'$  l'amplitude de l'arc de Bouguer et La Condamine. Le Service géographique a gagné  $45'$  au Nord, puis  $2^{\circ} 2'$  au Sud, au prix de travaux qui ont duré respectivement deux ans et cinq mois (octobre 1901-février 1904), puis deux ans et un mois (juin 1904-juin 1906). En raison de l'inclinaison obligée des extrémités du réseau sur le méridien, les vœux de l'Association géodésique internationale <sup>(1)</sup>, formellement appuyés par l'Académie des Sciences <sup>(2)</sup>, en faveur d'un arc à peu près double de ceux du XVIII<sup>e</sup> siècle et atteignant une amplitude de  $6^{\circ}$  environ, ont été, on le voit, fort péniblement réalisés.

## 2. — ALLONGEMENT DES CÔTÉS DU RÉSEAU AUX EXTRÉMITÉS NORD ET SUD.

71. Une autre particularité remarquable de la configuration du réseau consiste dans son élargissement vers les extrémités nord et sud, qui contraste avec un rétrécissement marqué au milieu, dans la partie où il recouvre les anciens triangles des académiciens et de leurs adjoints, triangles de faibles dimensions en raison des instruments dont ils disposaient et du genre de signaux qu'ils employaient <sup>(3)</sup>. Abstraction faite des petits côtés qui figurent dans les rattachements des bases et des stations astronomiques, le côté géodésique le plus court est (24) (Cahuito-Chimborazo), dans la région centrale; il a  $9871^m$  seulement, tandis que le plus long côté (129) (Chilla Cocha-Colambo) atteint  $85647^m$ .

---

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus des séances de la douzième Conférence générale de l'Association géodésique internationale*, réunie à Stuttgart, du 3 au 12 octobre 1898, rédigés par le secrétaire perpétuel A. HIRSCH, Berlin, Reimer, 1899, p. 130, 131 et 143, 144.

<sup>(2)</sup> HENRI POINCARÉ, *Rapport sur le projet de revision de l'arc méridien de Quito* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXXXI, 23 juillet 1900, p. 215 à 236).

<sup>(3)</sup> D'abord, à partir de septembre 1737, pyramides de tiges d'aloès, garnies de paille, nattes ou toiles claires; ensuite, depuis le commencement de 1738 jusqu'en août 1739, tentes mêmes des opérateurs.

Un semblable réseau obligerait, si l'on avait spécialement en vue la description géométrique du pays, suivie de l'établissement de sa carte, à des opérations complémentaires de premier ordre dans les régions où sont établis les grands triangles. Cette constitution n'a au contraire absolument aucun inconvénient pour une triangulation principalement destinée à donner la longueur d'un arc, surtout, comme il arrive dans le cas présent, lorsque le passage des petits aux grands côtés s'effectue à l'aide de figures présentant des directions surabondantes et d'ailleurs convenablement conformées.

Les raisons de cette texture du réseau sont de deux sortes, les unes pour ainsi dire morales, les autres physiques. Les premières tiennent aux circonstances diverses dans lesquelles ont été faites les reconnaissances des différentes parties de la triangulation, les secondes à la configuration même du pays.

Lors de la reconnaissance sommaire de toute la zone interandine depuis Pasto en Colombie jusqu'à Ayabaca et Suyu au Pérou, effectuée de juillet à novembre 1899 par les capitaines Maurain et Lacombe, la préoccupation dominante de ces officiers fut, aux termes des instructions reçues, de vérifier la possibilité de mesurer un arc à peu près double de ceux du XVIII<sup>e</sup> siècle, en étendant les opérations vers le Nord et vers le Sud. En raison du temps très limité dont ils disposaient, la région centrale, de Quito à Cuenca, retint peu leur attention : il était bien évident qu'en reprenant les anciens triangles, complétés et légèrement modifiés lorsque leur conformation laissait à désirer, on parviendrait à assurer dans cette région un enchaînement satisfaisant.

La reconnaissance définitive des différentes parties de cet enchaînement, effectuée plus tard, est due aux capitaines Maurain et Lallemand. En voici les quatre phases principales : 1<sup>o</sup> en août et septembre 1901, le capitaine Maurain a reconnu le rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito ; 2<sup>o</sup> jusqu'en juin 1902, avec de nombreuses interruptions dans ses opérations, il a ensuite assuré la reconnaissance de toutes les autres stations comprises entre 23 Milin au Nord et 39 Shiniguallay au Sud, inclus ; 3<sup>o</sup> en juin et juillet 1902, le capitaine Lallemand, continuant une campagne de reconnaissance de toute la région nord, commencée dès le mois de novembre 1901 à la station extrême nord 1 Tulcan et continuée en descendant vers le Sud, a reconnu Sincholagua nord, 20 Corazon et 22 Cerro Ami Grande ; 4<sup>o</sup> enfin, d'août 1903 à mars 1904, le capitaine Maurain a reconnu 10 stations, de 40 Danas à 49 Borma inclus.

Les facilités que ces officiers retiraient de la documentation fournie par les anciens travaux les ont conduits, pour accélérer leurs opérations, à fixer souvent leur choix sur les sommets occupés au XVIII<sup>e</sup> siècle. Bien qu'aucun centre des académiciens ou des officiers espagnols n'ait été conservé, ni même aucun vestige de leur passage retrouvé dans les *páramos* où furent leurs stations géodésiques, on peut affirmer

que 18 stations nouvelles sont établies sans conteste sur des sommets déjà utilisés autrefois, et à peu de distance des anciens centres (').

Étant données les difficultés rencontrées dans la région centrale, à la fois par la reconnaissance, malgré les renseignements puisés dans les œuvres de Bouguer, La Condamine, Juan et Ulloa, et par les observations, malgré la faible longueur des côtés, on peut se demander à présent s'il n'eût pas été préférable de s'affranchir davantage des travaux du XVIII<sup>e</sup> siècle en cherchant, au prix d'une reconnaissance encore plus pénible et plus longue, à constituer un réseau présentant moins de stations et de plus grands côtés.

Mais, par contre, au Nord et au Sud, les observations le long de grands côtés se sont heurtées à de tels obstacles (invisibilité des mires ou des héliotropes, le plus souvent cachés par des nuages, mauvaises visibilités même par des circonstances atmosphériques moyennes, difficultés de toutes sortes pour l'organisation, la surveillance et le ravitaillement à grandes distances des postes d'héliotropes, etc.) qu'il est difficile d'affirmer que ces inconvénients auraient été, dans la région centrale, entièrement rachetés par la diminution du nombre des stations. Encore aujourd'hui, si l'on fait abstraction des exigences du terrain pour considérer seulement les circonstances atmosphériques et les conditions d'organisation du travail, il est impossible de décider laquelle des deux solutions eût pu être préférable au point de vue de la facilité et de la rapidité des observations : stations nombreuses, rapprochées et côtés courts, ou stations en petit nombre et côtés longs.

En revanche, si l'on fait intervenir les considérations tirées de la configuration du pays, il apparaît que les côtés courts s'imposaient au centre, les côtés longs au Nord et au Sud.

Entre Quito et Cuenca, les crêtes parallèles de la Cordillère orientale et de la Cor-

(<sup>1</sup>) En voici la liste. Dans leurs Ouvrages, les académiciens et leurs adjoints désignent les stations sous des noms fréquemment assez divers, et emploient souvent, pour le même nom, des orthographes variées. Ces anciens noms sont écrits en italiques, entre parenthèses et avec l'orthographe espagnole la plus exacte parmi les diverses orthographes usitées par eux :

14 Casitagua ( <i>Campanario</i> ).	37 Zagrun ( <i>Sesgun</i> , <i>Zagroum</i> selon Bouguer et La Condamine).
15 Pambamarca ( <i>Pambamarca</i> ).	38 Lanlanguso ( <i>Lalanguso</i> ).
16 Pichincha ( <i>Pichincha</i> ).	39 Shiniguallay ( <i>Senegualap</i> ).
20 Corazon ( <i>Corazon</i> , <i>Chousalong</i> selon Bouguer).	41 Tio Loma ( <i>Tioloma</i> , <i>Satchatian</i> selon La Condamine).
21 Sincholagua ( <i>Chinchulagua</i> ).	43 Quinoa Loma ( <i>Quinoaloma</i> ).
23 Milin ( <i>Milin</i> ).	44 Bueran ( <i>Bueran</i> ).
25 Huangotasin ( <i>Vengotasin</i> ).	45 Yausai ( <i>Yasuai</i> ).
27 Huicotango ( <i>Ivicatsu</i> ).	46 Ñamurelte ( <i>Ñamurelte</i> ).
29 Mulmul ( <i>Mulmul</i> ).	49 Borma ( <i>Borma</i> ).

Les nouvelles stations Igualata et Cuenca sont assez distantes des anciennes stations (*Guayama*, *Ygoalata* selon La Condamine) et (*Cuenca*).

dillère occidentale, fort élevées, ne laissent entre elles qu'un couloir étroit et se rapprochent parfois jusqu'à une vingtaine de kilomètres l'une de l'autre, tandis que des nœuds transversaux, *páramos* de Tiupullo, Sanancajas et Iguata, Tiocajas, Azuay, parfois plus hauts que les deux chaînes principales, s'opposent à toute longue visée d'une Cordillère à l'autre.

Au contraire, au nord du nœud du Mojanda, les Cordillères, sans s'abaisser sensiblement jusqu'au delà de Pasto, s'écartent, comprenant entre elles le cirque étendu d'Ibarra et la vallée du rio Chota. Ce n'est pas sans raison que les académiciens et les officiers espagnols, ne pouvant observer à très grande distance, avaient dû renoncer à étendre leur chaîne méridienne sur un degré au nord de Quito, bien que Bouguer ait, avant le début des opérations de triangulation, exploré, dans cette intention, les provinces actuelles de l'Imbabura et du Carchi <sup>(1)</sup>. Aussi la station astronomique nord de Bouguer et La Condamine fut-elle Cochesqui, *hacienda* sur les flancs méridionaux du massif du Mojanda, sur la rive droite du rio Pisque, à une quarantaine de kilomètres seulement au nord de Quito. Godin et les officiers espagnols parvinrent, il est vrai, à faire franchir à leur triangulation le nœud du Mojanda, le cirque d'Ibarra et le rio Chota, en établissant sur la rive droite de celui-ci, près du village de Mira, leur station astronomique nord de Pueblo Viejo, mais au moyen d'un seul triangle [Cosin <sup>(2)</sup> — Cuicocha <sup>(3)</sup> — Mira], ayant en Mira un angle de  $37^{\circ} 51'$ .

Les obstacles qu'il a fallu surmonter à plusieurs reprises pour assurer l'enchaînement dans le Nord ont été relatés ailleurs <sup>(4)</sup>. Ils témoignent de la difficulté de la tâche confiée à l'officier chargé de la reconnaissance de toute cette région. Au cours de cette opération, commencée en novembre 1901 à l Tulcan (3002<sup>m</sup>), interrompue quelque temps par la mesure de la base de San Gabriel (19 décembre 1901-5 janvier 1902) et terminée en avril 1902 à l2 Culangal (4263<sup>m</sup>), il fut obligé d'avoir recours à de longs côtés pour franchir les dépressions du rio Chota et d'Ibarra, proposant des figures auxquelles quelques modifications durent encore être apportées, par la suite, au cours des observations. Dans la triangulation entre Tulcan et Quito, le plus long côté (66) (El Pelado-Yana Urcu) atteint 52497<sup>m</sup>.

Au sud de Cuenca, non seulement les Cordillères s'écartent, mais elles s'abaissent en même temps, les chaînes transversales s'espacent. Depuis le nœud du Portete, qui relie les sommets de 50 Minas (4096<sup>m</sup>) à ceux de 52 Tinajillas (3489<sup>m</sup>), jusqu'au puissant massif de Huagra Uma dont le sommet de 54 Chilla Cocha (3591<sup>m</sup>) est un

<sup>(1)</sup> « A peu de distance de cette ville (Quito), le pays étant inconnu et couvert de bois, il fut obligé de suivre ou de cotoyer la grande route de Carthagène » (LA CONDAMINE, *Journal du voyage fait par ordre du roi à l'Équateur, servant d'introduction historique à la mesure des trois premiers degrés du méridien*, Paris, Imprimerie royale, 1751, p. 30.)

<sup>(2)</sup> Le *cerro* volcanique Cusin.

<sup>(3)</sup> La lagune de Cuicocha, sur les flancs du volcan Cotacachi.

<sup>(4)</sup> Voir notamment t. III, fascicule I : *Angles azimutaux*, p. A.52, A.53.

contrefort et celui de 55 Fierro Urcu (3788<sup>m</sup>) un des points culminants, il n'existe aucune crête transversale bien accusée, rien que des ondulations s'abaissant par gradins successifs jusqu'au rio Jubones. De même, entre le Huagra Uma et les sommets si caractéristiques de 56 Guachanama (3086<sup>m</sup>) et 57 Colambo (3094<sup>m</sup>), qui dépassent encore 3000<sup>m</sup>, les affluents supérieurs du rio Tumbes et surtout le torride plateau parcouru par le rio Catamayo forment de larges et profondes coupures. Pour franchir les vallées du Jubones et du Catamayo, il a fallu ainsi employer deux grandes figures (un pentagone et un quadrilatère) dont les côtés passent à 2000<sup>m</sup> et 2500<sup>m</sup> environ au-dessus des thalwegs de ces vallées. Plus au Sud, la Cordillère occidentale s'abaisse complètement et disparaît, tandis que la Cordillère orientale équatorienne se maintient à de hautes altitudes et se continue au Pérou, doublée bientôt à l'Est par le *Ramal central* péruvien et devenant ainsi Cordillère occidentale. La triangulation descend alors dans les plaines de Payta et les derniers côtés diminuent de longueur au voisinage de la base de Viviate.

Dans cette région sud, la reconnaissance a été faite en deux fois : de juin à novembre 1904, le capitaine Perrier a reconnu les stations en territoire équatorien, de 50 Minas à 57 Colambo, y compris 53 Machala sur le littoral. De mai à septembre 1905, les capitaines Peyronel et Lallemand ont reconnu les 13 stations en territoire péruvien <sup>(1)</sup>.

(1) Le Tableau suivant complète les indications sur les diverses reconnaissances, incidemment fournies ci-dessus à propos de la configuration du réseau :

	Sections de la triangulation, (du Nord au Sud).	Nombres de stations.	Dates des reconnaisances.	Officiers opérateurs.
Reconnaissance sommaire de la zone interandine, de Pasto (Colombie) à Ayabaca et Suyo (Pérou).....				
			Juillet-novembre 1899.	Capitaines Maurain et Lacombe.
Reconnaisances définitives.	1 Tulcan à 22 Cerro Ami Grande, moins 8, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, plus Sincholagua nord .....	14	Novembre 1901-juillet 1902 (*).	Capitaine Lallemand.
	23 Milin à 39 Shiniguallay, moins 32 et 34, plus Chujuj .....	16	Août 1901-juin 1902 (*).	Capitaine Maurain.
	40 Danas à 49 Borma .....	10	Août 1903-mars 1904 (*).	Capitaine Maurain.
	50 Minas à 57 Colambo .....	8	Juin-novembre 1904.	Capitaine Perrier.
	58 La Masa à 70 Chocan, moins 68 .....	12	Mai-septembre 1905 (*).	Capitaines Peyronel et Lallemand.
	Total .....	60		

(\*) Avec des interruptions.

VI. — FIGURES CONSTITUANT LE RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL <sup>(1)</sup>. POIDS DES OBSERVATIONS AZIMUTALES, UNITÉ DE POIDS ADOPTÉE DANS LES CALCULS DE COMPENSATION DU RÉSEAU.

1. DIVISION DU RÉSEAU EN RÉSEAU PRIMORDIAL ET FIGURES SUPPLÉMENTAIRES.

72. La triangulation de premier ordre effectuée en Équateur et au Pérou par le Service géographique de l'Armée, en mesurant toujours les angles à l'aide de cercles azimutaux <sup>(2)</sup> comprend : 1° un réseau primordial qui, assurant l'enchaînement entre les stations astronomiques extrêmes de Tulcan et Payta, est destiné à fournir la longueur de l'arc de méridien compris, sur l'ellipsoïde de référence, entre les parallèles correspondant à ces stations ; 2° dix figures supplémentaires rattachant au réseau primordial 15 nouveaux points qui sont, du Nord au Sud :

1° Mire méridienne nord de la station astronomique I Tulcan, (Angasmayo), point seulement intersecté ;

2° Mire méridienne sud de la station astronomique I Tulcan, (la Rinconada), point seulement intersecté ;

---

12 autres stations ont fait l'objet de reconnaissances isolées spéciales. Ce sont :

Stations (du Nord au Sud).	Dates des reconnaissances.	Officiers opérateurs.
8 Yana Ureu.....	Juin 1903.	Lieutenant Perrier.
13 Cayambe.....	Avril 1903.	Capitaine Maurain.
14 Casitagua.....	Avril 1903.	Capitaine Lallemand.
15 Pambamarca.....	Novembre 1901.	Lieutenant Perrier.
16 Pichincha.....	(?) Août 1902.	Capitaine Maurain.
17 Quito (Observatoire).....	Février 1901.	Capitaines Maurain et Lallemand.
18 Panecillo.....	Février 1901.	Id.
19 Poingasi.....	Avril 1903.	Capitaine Lallemand.
21 Sincholagua sud.....	Janvier 1903.	Capitaine Maurain.
32 Terme ouest de la base de Riobamba....	Mars-avril 1901.	Capitaines Maurain et Lallemand.
34 Terme est de la base de Riobamba.....	Mars-avril 1901.	Id.
68 Payta.....	Janvier 1901.	Id.

En admettant approximativement, pour fixer les idées, que la durée totale de ces reconnaissances isolées soit équivalente à la durée totale des interruptions signalées dans les reconnaissances d'ensemble, on voit, par le premier des deux Tableaux précédents, que la détermination de l'enchaînement, le choix des stations et la construction des signaux ont exigé un travail équivalent à celui d'un officier opérant sans interruption sur le terrain pendant 44 mois.

Pour de plus amples détails sur les reconnaissances, le lecteur est prié de se reporter à l'*Historique de la Mission*, (t. I).

(1) Planche I : *Arc de méridien équatorial. Ensemble du réseau primordial et des figures supplémentaires.*

(2) A une seule exception près, celle des observations exécutées à la station astronomique I Tulcan, au théodolite à microscopes, pour le rattachement de la mire méridienne nord, (Angasmayo). Voir § 76, p. 104 et 105. On verra plus loin (§ 82, p. 116) qu'il n'a pas été tenu compte, dans la constitution du réseau de premier ordre, des observations faites au théodolite à microscopes à la mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca, § 76, p. 106.

3° Padre Urcu, point qui, après avoir dû faire partie du réseau primordial, en a été exclu à la suite de modifications reconnues nécessaires durant les observations, seulement intersecté, mais jouant un rôle important dans la triangulation générale du pays effectuée par la Mission <sup>(1)</sup>;

4° Mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro), point seulement intersecté;

5° 13 Cayambe, station de latitude;

6° 14 Casitagua, station de latitude;

7° 17 Quito (Observatoire), station de latitude et différences de longitudes;

8° 19 Poingasi, station de latitude;

9° Sincholagua nord, point qui, après avoir dû faire partie du réseau primordial, en a été exclu à la suite de modifications reconnues nécessaires durant les observations, station de latitude <sup>(2)</sup>;

10° Terme moyen de la base de Riobamba et

11° Huaira Urcu, stations qui devaient servir à la vérification trigonométrique de la base de Riobamba, vérification qui a été abandonnée <sup>(3)</sup>;

12° Chujuj, point qui, après avoir dû faire partie du réseau primordial, en a été exclu à la suite de la destruction du signal de Chujuj, station de latitude <sup>(4)</sup>;

13° 53 Machala, station de latitude et différence de longitudes;

14° 64 Terme moyen de la base de Viviate et

15° 67 Viviate, stations servant à la vérification trigonométrique de la base de Viviate.

Cunrro, 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire), 19 Poingasi et 53 Machala sont rattachés par de simples triangles.

L'ensemble de la triangulation de premier ordre comprend ainsi 78 points <sup>(5)</sup> dont 74 stationnés [70 stations principales numérotées 1 à 70, 4 stations supplémentaires : Sincholagua nord <sup>(6)</sup>, Chujuj <sup>(6)</sup>, Terme moyen de la base de Riobamba <sup>(7)</sup>, Huaira Urcu <sup>(7)</sup>] et 4 seulement intersectés (les trois mires méridiennes et Padre Urcu).

On va indiquer comment le réseau primordial est constitué et les raisons qui ont conduit à considérer dix figures supplémentaires.

Si l'on examine les poids d'une direction finale observée aux 70 stations princi-

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.52, A.53.

<sup>(2)</sup> Ibid., p. A.53 à A.56.

<sup>(3)</sup> Ibid., p. A.59 à A.62.

<sup>(4)</sup> Ibid., p. A.59 à A.63.

<sup>(5)</sup> Parmi lesquels le point Mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca n'est pas compris. Voir plus haut, note <sup>(2)</sup>, p. 93.

<sup>(6)</sup> Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.120 à B.123.

<sup>(7)</sup> Voir plus loin § 86, p. 131 à 133.



pales <sup>(1)</sup> ainsi que ces mêmes poids à Sincholagua nord <sup>(2)</sup>, Chujuj <sup>(2)</sup>, Terme moyen de la base de Riobamba <sup>(3)</sup> et Huaira Urcu <sup>(3)</sup>; exprimés en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42), on voit que ces poids peuvent être presque tous considérés comme égaux au poids moyen d'une direction finale pour l'ensemble des stations principales, soit 21,14 <sup>(4)</sup>.

Le poids d'une direction finale observée ne s'écarte sensiblement de la valeur 21,14 que quatre fois : 1<sup>o</sup> dans les observations exécutées à la station astronomique 1 Tulcan, au théodolite à microscopes, pour le rattachement de la mire méridienne nord, (Angasmayo) (poids = 6,090) <sup>(5)</sup>; 2<sup>o</sup> dans les observations faites à 8 Yana Urcu pour le rattachement E de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunro) (poids = 10); 3<sup>o</sup> à 55 Fierro Urcu (poids = 22,8 à 32,4); 4<sup>o</sup> à 65 Punta Arena (poids = 12).

Il a été tenu compte de la première exception dans la compensation de la figure I qui assure le rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan <sup>(6)</sup>.

La seconde exception n'entraîne aucune conséquence, le triangle de rattachement de la mire méridienne de la station astronomique 9 Pinllar ayant un angle conclu à cette mire et ne donnant lieu à aucune compensation.

En raison des faibles erreurs de fermeture des huit triangles qui ont un sommet en 55 Fierro Urcu <sup>(7)</sup> et pour ne pas compliquer inutilement la compensation des deux figures <sup>(8)</sup> dont ce point fait partie, on n'a pas tenu compte de l'exception qui le concerne.

Enfin, on a très facilement tenu compte de la dernière exception en répartissant inégalement sur les trois angles les erreurs de fermeture de chacun des deux triangles ayant un sommet en Punta Arena <sup>(9)</sup>, [107] [Punta Arena-Ereo-El Buitre] et [108] [El Ahorcado-Punta Arena-El Buitre], d'après la méthode générale précédemment indiquée <sup>(10)</sup>.

Ainsi, dans la compensation du réseau, exception faite pour la figure I et les triangles [107] et [108], les observations azimutales ont été considérées comme

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, Tableau, p. A.47 à A.49.

<sup>(2)</sup> Ibid., p. B.120 et B.121.

<sup>(3)</sup> Voir plus loin § 86, p. 131 et 132.

<sup>(4)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

<sup>(5)</sup> Voir plus loin § 76, p. 105.

<sup>(6)</sup> Voir plus loin, p. A.45 et A.46.

<sup>(7)</sup> La valeur absolue de la plus forte atteint 6",225, mais les valeurs absolues de toutes les autres sont comprises entre 0",073 et 3",866. Voir p. B.16 à B.18.

<sup>(8)</sup> Figure 9, p. A.36 et suiv.; figure 10, p. A.39 et suiv.

<sup>(9)</sup> Voir p. B.18.

<sup>(10)</sup> Voir plus haut § 36, p. 35.

ayant même poids dans toutes les figures. L'unité de poids adoptée dans les calculs de compensation a été le poids d'un angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42), par 10 couples ou 20 réitérations, poids dix fois supérieur à celui d'une observation de couple ou d'une observation de direction effectuée avec le même instrument.

Il convient donc de remarquer expressément que l'unité de poids adoptée pour les calculs de compensation du réseau (t. III, fasc. 2) est égale à 10 fois l'unité de poids adoptée pour les calculs relatifs aux observations azimutales (t. III, fasc. 1).

Dans la constitution du réseau primordial reliant Tulcan à Payta, diverses raisons ont fait accepter ou rejeter certains des 74 points stationnés. Étant donnée l'égalité des poids des observations, il est inutile de faire des figures de rattachement des bases l'objet de compensations spéciales, comme parfois on le fait quand les observations y sont d'un poids plus élevé. Aussi ces figures sont-elles traitées comme faisant partie du réseau primordial. (Il convient de remarquer que la station astronomique 33 Loma de Quito est comprise dans la figure de rattachement de la base de Riobamba.)

Pour le même motif, il n'y a point lieu d'exclure du réseau primordial les stations astronomiques 9 Pinllar, 18 Panecillo, 24 Latacunga, 47 Cuenca et la station 51 Ñarihuiña spécialement destinée au rattachement de la station astronomique 53 Machala. Les observations faites en ces stations, surabondantes au point de vue strict de la liaison à établir entre les deux stations astronomiques extrêmes, ne peuvent, grâce aux figures qu'elles permettent de former, qu'augmenter la précision des résultats. On s'en rend compte par le simple examen de la triangulation <sup>(1)</sup>.

Le même examen montre que les stations 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire), 19 Poingasi, Sincholagua nord, Terme moyen de la base de Riobamba, Huaira Urcu, Chujuj, 53 Machala, 64 Terme moyen de la base de Viviate et 67 Viviate ne peuvent contribuer que fort peu ou point du tout à assurer l'enchaînement général de Tulcan à Payta. Dès lors, bien que le poids d'une direction finale soit le même pour ces stations que pour les autres, il a paru inutile de compliquer la compensation en les introduisant dans le réseau primordial, et suffisant de les y rattacher au moyen de figures supplémentaires simples.

## 2. RÉSEAU PRIMORDIAL.

73. Le réseau primordial ainsi constitué comprend 63 sommets et 152 côtés dont un, (40) (Cerro Ami Grande-Huangotasin), le long duquel les observations ont été faites dans une direction seulement <sup>(2)</sup>. Les formules de Gauss <sup>(3)</sup> donnent le nombre

<sup>(1)</sup> Planche I : *Arc de méridien équatorial. Ensemble du réseau primordial et des figures supplémentaires.*

<sup>(2)</sup> En voir la raison, t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.56 : c. *Deuxième destruction du signal de Huangotasin.*

<sup>(3)</sup> § 4, p. 7.

des équations de condition de la compensation des angles (ou des directions) de ce réseau, faite sans accord des bases :

$$\text{Nombre des équations aux angles} \dots\dots a = (l - l') - (s - s') + 1 = (152 - 1) - (63 - 0) + 1 = 89$$

$$\text{Nombre des équations aux côtés} \dots\dots c = l - 2s + 3 = 152 - (2 \times 63) + 3 = 29$$

$$\text{Nombre total des équations de condition. } r = 2l - l' - 3s + s' + 4 = (2 \times 152) - 1 - (3 \times 63) + 0 + 4 = 118$$

Or, le réseau se décompose facilement en 29 figures accolées successivement, dont chacune n'a avec la précédente qu'un côté commun. D'après ce qui a été précédemment exposé, on ne change rien aux résultats de la compensation des angles en compensant séparément chacune de ces figures <sup>(1)</sup>. En voici la succession du Nord au Sud, avec l'indication de leurs sommets, également cités du Nord au Sud, et les valeurs de  $s$ ,  $s'$ ,  $l$ ,  $l'$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $r$ , qui correspondent à chacune. 18 d'entre elles sont de simples triangles dont la compensation est immédiate, sauf pour les triangles [107] [Punta Arena-Ereo-El Buitre] et [108] [El Ahorcado-Punta Arena-El Buitre], dans chacun desquels les trois angles observés n'ont pas même poids; les autres figures, plus compliquées, sont numérotées de 1 à 11 :

---

(<sup>1</sup>) § 53, p. 55 et 56.

		$s$	$s'$	$l$	$l'$	$a$	$c$	$r = a + c$
1° Figure 1	{ Tulcan - Troya - El Pelado - Machines - Mirador - Terme nord de la base de San Gabriel - Terme sud de la base de San Gabriel - El Redondo. }	8	0	18	0	11	5	16
2° Figure 2	{ El Pelado - Yana Urcu - Pinllar - El Redondo. . . . . }	4	"	6	"	3	1	4
3° Figure 3	{ Yana Urcu - El Redondo - Pusag Cocha - Culangal - Pambamarca - Pichincha - Panecillo - Corazon - Sincholagua sud. }	9	"	20	"	12	5	17
4°	Triangle [33] [Corazon - Sincholagua sud - Cerro Ami Grande] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
5° Figure 4	{ Corazon - Cerro Ami Grande - Milin - Latacunga - Huangotasin - Sagoatoa - Huicotango. }	7	"	15	1	8	4	12
6° Figure 5	{ Sagoatoa - Huicotango - Cahuito - Mulmul. . . . . }	4	"	6	0	3	1	4
7°	Triangle [17] [Cahuito - Mulmul - Chimborazo]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
8°	Triangle [16] [Mulmul - Chimborazo - Aupate] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
9° Figure 6	{ Chimborazo - Igualata - Terme ouest de la base de Riobamba - Loma de Quito - Terme est de la base de Riobamba - Aupate - Yana Ashpa - Zagrun - Lanlanguso. }	9	"	20	"	12	5	17
10°	Triangle [71] [Zagrun - Lanlanguso - Shiniguallay] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
11°	Triangle [72] [Lanlanguso - Shiniguallay - Danas] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
12° Figure 7	{ Shiniguallay - Danas - Tio Loma - Naupan. . . . . }	4	"	6	"	3	1	4
13°	Triangle [77] [Tio Loma - Naupan - Quinua Loma] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
14°	Triangle [78] [Naupan - Quinua Loma - Bueran] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
15°	Triangle [79] [Quinua Loma - Bueran - Yausai] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
16° Figure 8	{ Bueran - Yausai - Namurelte - Cuenca - Soldados - Borma - Tinajillas. }	7	"	14	"	8	3	11
17°	Triangle [91] [Soldados - Minas - Tinajillas] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
18° Figure 9	{ Minas - Narihuiña - Tinajillas - Chilla Cocha - Fierro Urcu. }	5	"	9	"	5	2	7
19° Figure 10	{ Chilla Cocha - Fierro Urcu - Guachanama - Colambo. }	4	"	6	"	3	1	4
20°	Triangle [103] [Guachanama - Colambo - los Pozos]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
21°	Triangle [104] [Guachanama - La Masa - los Pozos] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
22°	Triangle [103] [La Masa - los Pozos - Ereo]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
23°	Triangle [106] [La Masa - El Buitre - Ereo]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
24°	Triangle [107] [El Buitre - Ereo - Punta Arena]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
25°	Triangle [108] [El Buitre - Punta Arena - El Ahorcado]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
26°	Triangle [109] [El Buitre - Terme est de la base de Viviate - El Ahorcado]. . . . .	3	"	3	"	1	0	1
27° Figure 11	{ Terme est de la base de Viviate - Terme ouest de la base de Viviate - El Ahorcado - Chocan. }	4	"	6	"	3	1	4
28°	Triangle [114] [El Arenal - Terme est de la base de Viviate - Chocan] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
29°	Triangle [115] [El Arenal - Payta - Chocan] . . . . .	3	"	3	"	1	0	1
TOTAUX <sup>(1)</sup> (Ensemble du réseau) . . . . .		119	0	180	1	89	29	118
		-56		-28				
		63		152				

(<sup>1</sup>) En faisant les sommes des nombres  $s$  et  $l$  relatifs aux 29 figures, on doit évidemment retrouver les nombres  $s$  et  $l$  relatifs à l'ensemble du réseau, augmentés respectivement du nombre des sommets et du nombre des côtés communs à deux figures consécutives, soit  $2 \times 28$  et 28. Les sommes des nombres  $a$ ,  $c$  et  $r$ , relatifs aux 29 figures, sont respectivement égales aux nombres  $a$ ,  $c$  et  $r$  relatifs à l'ensemble du réseau.

## 3. FIGURES SUPPLÉMENTAIRES.

## a. — Ensemble des figures supplémentaires.

74. Le réseau primordial étant ainsi constitué, les figures supplémentaires à considérer pour rattacher à ce réseau les 15 autres points énumérés plus haut, sont au nombre de 10. En voici la succession, du Nord au Sud, avec l'indication de leurs sommets, également cités du Nord au Sud, celle des côtés du réseau primordial sur lesquels elles s'appuient et, pour chacune, les nombres  $s, s', l, l', a, c$ , les nombres  $a'$  et  $c'$  des équations supplémentaires aux angles et aux côtés qui expriment l'invariabilité des angles et des longueurs des côtés du réseau primordial déjà compensé, enfin le nombre total des équations de condition,  $r = a + c + a' + c'$ . Trois d'entre elles sont de simples triangles ou sont composées de simples triangles. (Le triangle [124] [Yana Urcu-Pinllar-Cunrro], ayant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation.) Les autres, plus compliquées, sont numérotées de I à VII.

		Côtés du réseau primordial sur lesquels s'appuient les figures supplémentaires.								
		$s$	$s'$	$l$	$l'$	$a$	$c$	$a'$	$c'$	$r$
1° Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angas-mayo).	{	(85) (Tulcan-El Pelado)	{	4	1	5	3	0	0	0
Figure I [ <i>Mire méridienne nord</i> <sup>(1)</sup> - Tulcan-El Pelado-Machines].....		(86) (Tulcan-Machines)								
2° Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (la Rinconada).	{	(85) (Tulcan-El Pelado)	{	4	1	5	3	0	0	0
Figure II [Tulcan- <i>Mire méridienne sud</i> <sup>(1)</sup> - El Pelado-Machines].....		(86) (Tulcan-Machines)								
3° Rattachement de Padre Urcu.	{	(73) (El Pelado-Mirador)	{	4	1	5	3	0	0	0
Figure III [El Pelado-Mirador- <i>Padre Urcu</i> <sup>(1)</sup> - Pinllar].....		(68) (El Pelado-Pinllar)								
4° Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro). Triangle [124] [Yana Urcu-Pinllar- <i>Mire méridienne sud</i> <sup>(2)</sup> ].....	{	(67) (Yana Urcu-Pinllar)	{	3	1	3	2	0	0	0
5° Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi. Triangles [125], [126], [127], [128]; [ <i>Cayambe-Casitagua-Pambamarca-Quito</i> (Observatoire) - Panecillo-Poingasi].....	{	(49) (Pambamarca-Panecillo)	{	6	0	9	0	4	0	0

(1) Point seulement intersecté. Les angles y sont conclus.

(2) Point seulement intersecté. L'angle y est conclu.



		Côtés du réseau primordial sur lesquels s'appuient les figures supplémentaires.	<i>s</i>	<i>s'</i>	<i>l</i>	<i>l'</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a'</i>	<i>c'</i>	<i>r</i>
6° Rattachement de Sincholagua nord.	Figure IV [Pambamarca-Pichincha-Panecillo-Sincholagua nord-Corazon-Sincholagua sud].	(54) (Pambamarca-Pichincha)	6	0	11	0	4 <sup>(1)</sup>	0 <sup>(1)</sup>	7	3	14
		(49) (Pambamarca-Panecillo)									
		(48) (Pambamarca-Sincholagua sud)									
		(53) (Pichincha-Corazon)									
		(47) (Panecillo-Corazon)									
		(45) (Corazon-Sincholagua sud)									
7° Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu.	Figure V [Terme ouest de la base de Riobamba-Terme moyen de la base de Riobamba-Terme est de la base de Riobamba-Huaira Urcu].	(1) (Terme ouest-Terme est)	4	0	5	0	2	0	1	1	4
8° Rattachement de Chujuj.	Figure VI [Chimborazo-Aupate-Yana Ashpa-Chujuj-Zagrun].....	(10) (Chimborazo-Aupate)	5	0	8	0	3 <sup>(2)</sup>	0 <sup>(2)</sup>	4	2	9
		(14) (Chimborazo-Yana Ashpa)									
		(16) (Aupate-Zagrun)									
		(17) (Yana Ashpa-Zagrun)									
9° Rattachement de 53 Machala.	Triangle [143] [Ñarihuña-Machala-Chilla Cocha].	(123) (Narihuña-Chilla Cocha)	3	0	3	0	1	0	0	0	1
10° Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate.	Figure VII [Terme est de la base de Viviate-Terme moyen de la base de Viviate-Terme ouest de la base de Viviate-Viviate].....	(144) (Terme est-Terme ouest)	4	0	5	0	2	0	1	1	4

Quelques détails sur les figures supplémentaires précédentes et les points qu'elles relient au réseau primordial sont à présent indispensables <sup>(3)</sup>.

<sup>(1)</sup> Il est facile de se rendre compte que deux des six équations aux angles et les deux équations aux côtés à considérer, d'après les formules  $a = (l - l') - (s - s') + 1$  et  $c = l - 2s + 3$ , sont satisfaites si les autres équations de condition le sont, parce que les deux figures [Pambamarca-Pichincha-Corazon-Sincholagua sud] et [Pambamarca-Panecillo-Corazon-Sincholagua sud] sont déjà compensées.

<sup>(2)</sup> Il est facile de se rendre compte qu'une des quatre équations aux angles et l'équation aux côtés à considérer, d'après les formules  $a = (l - l') - (s - s') + 1$  et  $c = l - 2s + 3$ , sont satisfaites si les autres équations de condition le sont, parce que la figure [Chimborazo-Aupate-Yana Ashpa-Zagrun] est déjà compensée.

<sup>(3)</sup> Par la suite, il va être fréquemment question d'instruments des trois types suivants : 1° grand cercle méridien portatif à quatre microscopes Brunner frères (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42); 2° cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères ou Huetz (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42); 3° théodolite à microscopes Huetz (diamètre du cercle vertical à deux microscopes : 0<sup>m</sup>,14; diamètre du cercle horizontal à deux microscopes : 0<sup>m</sup>,22).

Le plus souvent ils seront désignés par abréviation sous les noms de *grand cercle méridien*, *cercle azimutal à quatre microscopes*, *théodolite à microscopes*.

Pour les détails relatifs à ces instruments, le lecteur est prié de se reporter aux fascicules suivants :

*Grands cercles méridiens :*

Tome III, fascicule 6 : *Latitudes astronomiques observées aux cercles méridiens*.

Tome IV, fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques*.

b. — *Figures I et II et triangle [124] : Rattachement des mires méridiennes des stations astronomiques 1 Tulcan et 9 Pinllar.*

75. *Coup d'œil d'ensemble sur les observations d'azimuts astronomiques effectuées au cours des opérations du nouvel arc équatorial et sur les observations géodésiques relatives aux signaux dont l'azimut astronomique a été déterminé.* — Les figures I, II et le triangle [124] assurent le rattachement complet au réseau de trois mires méridiennes lointaines installées en vue de déterminer les azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés des stations 1 Tulcan et 9 Pinllar.

A ce propos, il convient ici de donner une idée des déterminations d'azimuts astronomiques effectuées au cours des opérations du nouvel arc équatorial, en indiquant de quelle manière a été géodésiquement observé chaque signal auxiliaire dont l'azimut astronomique a été déterminé<sup>(1)</sup>. On en tirera immédiatement des conclusions au sujet des azimuts astronomiques observés et de l'azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau. On terminera par l'examen des figures qui rattachent à la triangulation certains des signaux auxiliaires dont l'azimut astronomique a été déterminé.

76. *Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au grand cercle méridien.* — Des observations astronomiques d'azimut ont été exécutées en 10 stations<sup>(2)</sup>.

Les plus précises sont celles qui ont été faites concurremment avec des observations de différences de longitudes, par la méthode des observations méridiennes d'étoiles, à l'aide d'un grand cercle méridien, avec emploi d'une mire méridienne lointaine.

*Cercles azimutaux à quatre microscopes :*

Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.21 et suiv.

*Théodolites à microscopes :*

Tome III, fascicule 4 : *Nivellement de précision.*

Tome III, fascicule 5 : *Nivellement trigonométrique.*

Tome III, fascicule 7 : *Latitudes astronomiques observées aux théodolites à microscopes.*

Tome V, fascicule 1 : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur.*

Tome V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur.*

Tome V, fascicule 3 : *Géodésie de la région interandine méridionale de la République de l'Équateur.*

<sup>(1)</sup> Pour les détails plus particulièrement relatifs aux observations astronomiques, voir t. IV, fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques.*

<sup>(2)</sup> Sans compter, bien entendu, les nombreuses déterminations astronomiques d'azimut, de précision plus faible, exécutées par observations du Soleil, à l'aide de théodolites à verniers, soit pendant les opérations de reconnaissance, soit en vue de déterminer la déclinaison magnétique.

STATIONS OÙ LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES D'AZIMUT ONT ÉTÉ EFFECTUÉES AU GRAND CERCLE MÉRIDIEN.

STATIONS.	MIRES méridiennes lointaines dont l'azimut astronomique a été déterminé.	AZIMUTS ASTRONOMIQUES des mires méridiennes lointaines.			RATTACHEMENTS GÉODÉSIOUES des directions des mires méridiennes lointaines.				
		Observateurs.	Instru- ments.	Dates.	Observateurs.	Instruments.	Dates.	Poids de la direction finale Mire méridienne <sup>(1)</sup> .	Ren- vois aux Tableaux numériques des observations.
1 Tulcan .....	Nord, (Angasmayo).	Lieut. Perrier.	n° 1.	Mars-avr. 1902.	Lieut. Perrier.	Théodolite à mi- croscopes Huetz n° 3.	20 avril 1902.	6,090	Voir plus loin p. 104 et 105.
9 Pillar .....	Sud, (la Rinconada).	Lieut. Perrier.	n° 1.	Mai-juin 1903.	Lieut. Perrier.	Cercle azimutal à 4 microscopes Brunner fr. n° 1.	30 mars- 10 avril 1902.	20	T. III, ( p. B. 3. fasc. I: <i>Angles</i> <i>azimu- taur.</i> ( p. B. 19.
18 Panecillo....	Nord.	Cap. Maurain.	n° 3.	Oct.-nov. 1901.	Lieut. Perrier.	(Cercles azimutaux à 4 microscopes. Brunner fr. n° 1.	31 mai- 6 août 1903.	20	Observations devenues inutilises et non publiées, voir plus loin § 77, p. 107.
33 Loma de Quito (Riobamba).	Nord	C <sup>t</sup> Bourgeois.	n° 1.	Oct.-nov. 1901.	Cap. Lacombe.	Brunner fr. n° 2.	18-23 nov. 1901.	21	p. B. 62, B. 63.
47 Cuenca .....	Nord.	Cap. Maurain.	n° 3.	Mars-avr. 1904.	Cap. Lallemand.	Brunner fr. n° 2.	18 mai- 9 juin 1904.	20	fasc. I: p. B. 85. <i>Angles</i> <i>azimu- taur.</i> ( p. B. 114, B. 115.
68 Payta .....	Sud.	C <sup>t</sup> de Fonlongue.	n° 1.	Avr.-mai 1906.	C <sup>t</sup> de Fonlongue.	Huetz n° 1.	6-7 avr. 1906.	20	

<sup>(1)</sup> L'unité de poids adoptée ici est le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à 4 microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42). Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, notamment p. A. 33 et Tableaux p. A. 47 à A. 49.



A Tulcan la direction de la mire méridienne nord, à Panecillo et Payta la direction de la mire méridienne unique, a été simplement rattachée par mesure d'un seul angle à l'une des directions issues de la station astronomique, soit par la méthode des directions (Tulcan, Panecillo), soit par la méthode des angles (Payta). A Tulcan la direction de la mire méridienne sud, à Pinllar, Loma de Quito et Cuenca la direction de la mire méridienne unique, a été au contraire comprise dans l'ensemble des directions observées de la station astronomique par la méthode des angles.

Seules les mires méridiennes des stations astronomiques Tulcan, Pinllar et Cuenca ont été complètement rattachées au réseau comme il suit, par des observations géodésiques supplémentaires, effectuées de stations autres que la station astronomique :

La mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo), a été intersectée de 3 El Pelado par le lieutenant Perrier à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 1 (30 décembre 1902-21 janvier 1903). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Tulcan-Mire méridienne nord) <sup>(1)</sup>.

La même mire a été intersectée de 4 Machines par le même officier à l'aide du même instrument (12-19 mars 1903). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Tulcan-Mire méridienne nord) <sup>(2)</sup>.

La mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada), a été intersectée de 3 El Pelado par le même officier à l'aide du même instrument (23-27 décembre 1902). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Machines-Mire méridienne sud) <sup>(3)</sup>.

La même mire a été intersectée de 4 Machines par le même officier à l'aide du même instrument (10-21 mars 1903). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Mire méridienne sud-Tulcan) <sup>(4)</sup>.

La mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro), a été intersectée de 8 Yana Urcu par le capitaine Lallemand à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 2 (28 août-5 septembre 1903). L'observateur a mesuré à 10 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Mire méridienne sud-Pinllar) <sup>(5)</sup>.

Par suite, en adoptant la même unité de poids que dans le Tableau ci-contre, les directions finales Angasmayo et la Rinconada ont, en 3 El Pelado et 4 Machines, le poids 20; la direction finale Cunrro a, en 8 Yana Urcu, le poids 10.

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.8.

<sup>(2)</sup> Ibid., p. B.11.

<sup>(3)</sup> Ibid., p. B.8.

<sup>(4)</sup> Ibid., p. B.11.

<sup>(5)</sup> Ibid., p. B.18.

A la mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca, le maréchal des log's Damerval a stationné, sous la direction du capitaine Lallemand. Il en a effectué le relèvement sur quatre signaux de la triangulation, à l'aide du théodolite à microscopes Huetz n° 6, par la méthode des angles. En adoptant toujours la même unité de poids, le poids d'une direction finale issue de cette station est égal à 2,620 <sup>(1)</sup>.

Tel est l'ensemble des observations d'angles azimutaux auxquelles ont donné lieu les mires méridiennes lointaines, observations qui ont été naturellement complétées par des mesures de distances zénithales effectuées aux théodolites à microscopes Huetz. Les résultats numériques de celles d'entre elles qui ont été faites à l'aide d'un cercle azimutal à quatre microscopes sont consignés dans les Tableaux de la deuxième Partie du fascicule 1 du Tome III; les renvois ci-dessus insérés permettent de s'y reporter. Il suffit donc de donner ici, à titre de complément, les résultats des autres observations, faites à l'aide d'un théodolite à microscopes. Chaque observation d'une direction comprenait deux visées, accompagnées des lectures des microscopes (et quelquefois du niveau à pattes) correspondantes : l'une dans la position cercle à droite, l'autre dans la position cercle à gauche <sup>(2)</sup>.

## STATION DE TULCAN.

Théodolite  
à microscopes Huetz n° 3.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Observateur :  
lieutenant PERRIER.

Une division du niveau  
à pattes = 43",70.

20 avril 1902.

Méthode des directions.

## 1. — Angles (Troya-Mire méridienne nord) observés.

SENS.	CALAGE	HEURES.	VALEURS observées.
	<sup>G</sup>	<sup>h</sup> <sup>m</sup>	<sup>G</sup> <sup>v</sup>
D	0	9.16	176.3929,5
»	40	10. 0	28,1
»	80	12.45	19,6
»	120	13.27	28,3
»	160	13.59	36,8
			176.3928,46

<sup>(1)</sup> Voir plus loin, p. 106 et 107.

<sup>(2)</sup> Pour plus de détails sur les observations azimutales faites à l'aide des théodolites à microscopes et leur calcul, voir spécialement t. V, fascicule 1 : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur*.

II. — *Corrections aux directions observées et directions corrigées.*

DIRECTIONS.	DIRECTIONS observées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
Troya.....	0,00	+0,163	0,000	<sup>G</sup> 0.0000,000
Miré méridienne nord.	28,46	0,000 <sup>(1)</sup>	0,000	176.3928,297

Erreur moyenne d'une observation de direction <sup>(2)</sup>.....  $m = \pm 4'',320 = \pm 1'',403$ .

Erreur moyenne d'une direction finale <sup>(2)</sup>.....  $m^* = \frac{m}{\sqrt{5}} = \pm 1'',932 = \pm 0'',626$ .

En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42), l'erreur moyenne d'une observation de direction effectuée avec cet instrument, telle qu'elle résulte de l'ensemble des déterminations exécutées par la méthode des directions, étant  $\pm 4'',767$  <sup>(3)</sup>, on a pour les observations au théodolite précédentes :

Poids d'une observation de direction (comprenant deux visées, l'une dans la position cercle à droite, l'autre dans la position cercle à gauche)  $= \frac{(4,767)^2}{(4,320)^2} = 1,218$ .

Poids d'une direction finale.....  $= 1,218 \times 5 = 6,090$ .

<sup>(1)</sup> Valeur de  $H$  employée pour le calcul de la correction de l'altitude : +157<sup>m</sup>.

<sup>(2)</sup> Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions*.

<sup>(3)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

## STATION DE MIRE MÉRIDIENTE NORD DE LA STATION ASTRONOMIQUE 47 CUENCA.

Théodolite  
à microscopes Huetz n° 6.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Observateur :  
maréchal des logis  
DAMERVAL.

Une division du niveau  
à pattes =  $45''$ , 70 <sup>(1)</sup>.

11 juin 1904.

Méthode des angles.

## I. — Angles observés.

SENS.	CALAGES.	CUENCA-BORMA. 58 G. 78.		CALAGES.	CUENCA-YAUSAI. 138 G. 27.		CALAGES.	CUENCA-NAMURELTE. 197 G. 93.	
D	G	<sup>h</sup> 8.30	<sup>m</sup>	G	<sup>h</sup> 11.25	<sup>m</sup>	G	<sup>h</sup> 9.10	<sup>m</sup>
I	»	49,3	»	»	55,9	»	66,7	98,1	»
		49,0			40,0		»	106,5	
		49,15			47,95			102,30	
SENS.	CALAGES.	BORMA-YAUSAI. 79 G. 48.		CALAGES.	BORMA-NAMURELTE. 139 G. 15.		CALAGES.	YAUSAI-NAMURELTE. 59 G. 66.	
D	G	<sup>h</sup> 10.45	<sup>m</sup>	G	<sup>h</sup> 8.45	<sup>m</sup>	G	<sup>h</sup> 10.15	<sup>m</sup>
I	»	76,2	»	»	35,2	»	33,3	67,9	»
		89,0			44,1		»	53,7	
		82,60			39,65			60,80	

## II. — Corrections aux directions observées et directions corrigées.

DIRECTIONS.	DIRECTIONS provisoires.	EQUATIONS normales.	DIRECTIONS compensées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
Cuenca .....	00,0	4 A = — 0,40	00,000	0,000	0,000	0.0000,000
Borma .....	49,0	4 B = + 29,90	56,575	+ 0,107	— 0,002	58.7856,680
Yausai .....	48,0	4 C = — 23,25	42,288	— 0,264	+ 0,010	138.2742,034
Namurelte .....	102,0	4 D = — 6,25	100,538	— 0,022	0,000	197.9400,516

(<sup>1</sup>) Ce niveau n'a pas été lu. Même si l'axe principal du théodolite était parfaitement vertical, les inclinaisons de l'axe des tourillons de la lunette ne seraient jamais nulles, en raison du défaut de rigoureuse perpendicularité des deux axes, mais seraient égales et de signes contraires dans les deux positions, cercle à droite et cercle à gauche. En pratique, on peut considérer les corrections à apporter, en raison de ces inclinaisons, aux lectures brutes du cercle horizontal, comme se détruisant dans la moyenne des lectures des deux positions.

Erreur moyenne d'une observation de direction <sup>(1)</sup> .....	$m = \pm 6",453 = \pm 2",090.$
Erreur moyenne d'une observation de couple qui serait exemple de toute erreur de division <sup>(1)</sup> .....	$\mu = \pm 5",656 = \pm 1",833.$
Erreur moyenne de division totale d'une direction observée <sup>(1)</sup>	$\delta = \pm 2",196 = \pm 0",712.$
Erreur moyenne d'une direction finale <sup>(1)</sup> .....	$m^* = \pm \frac{m}{\sqrt{4}} = \pm 3",226 = \pm 1",045.$

En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42), l'erreur moyenne d'une observation de direction effectuée avec cet instrument, telle qu'elle résulte de l'ensemble des déterminations exécutées par la méthode des angles, étant  $\pm 5",223$  <sup>(2)</sup>, on a pour les observations au théodolite précédentes :

Poids d'une observation de direction (comprenant deux visées, l'une dans la position cercle à droite, l'autre dans la position cercle à gauche)	$= \frac{(5,223)^2}{(6,453)^2} = 0,655.$
Poids d'une direction finale.....	$= 0,655 \times 4 = 2,620.$

77. *Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au cercle azimutal à quatre microscopes ou au théodolite à microscopes.* — Comme l'indique le Tableau de la page 102, la direction de la mire méridienne lointaine nord dont le capitaine Maurain avait, en octobre-novembre 1901, de 18 Panecillo, déterminé l'azimut astronomique, fut aussitôt reliée par le lieutenant Perrier, le 3 et le 4 décembre suivant, à la direction Pambamarca de la triangulation, par la mesure à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 1, à 20 réitérations, de l'angle (Pambamarca-Mire méridienne nord). Mais le 5 juillet 1902, avant que les autres observations azimutales aient été faites à Panecillo, c'est-à-dire avant que la direction du signal (mire), élevé sur le sommet de Pambamarca, et déjà observé par le lieutenant Perrier, ait été complètement rattachée aux autres directions issues de Panecillo, le capitaine Lallemand constata, de Quito, la disparition de ce signal; il avait été, au mois de mai, complètement détruit par les Indigènes, ainsi que les repères qui eussent permis d'en reconstituer le centre. A la fin du mois de septembre suivant, le capitaine Maurain constata également la destruction du pilier et du repère qui marquaient l'emplacement du collimateur optique ayant servi de mire méridienne. Il fallait donc reprendre complètement toutes les opérations ayant pour objet la détermination des azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés de Panecillo. Afin d'éviter la réinstallation laborieuse d'une station de cercle méridien et de cercle azimutal, le capitaine Maurain a opéré, en novembre 1902, par une méthode spéciale, à l'aide d'un seul instrument, le cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 3 : l'azimut astronomique d'un collimateur optique, servant

<sup>(1)</sup> Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; troisième Partie: *Calcul des erreurs, conclusions*.

<sup>(2)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

de signal auxiliaire, installé sur la loma de Ichimbia, presque exactement dans la direction d'un nouveau signal construit à Pambamarca, a été déterminé par l'observation d'étoiles de faibles déclinaisons, voisines de leur élongation maxima, tandis que le petit angle compris entre les directions de ces deux signaux a été mesuré à l'aide du micromètre oculaire de la lunette du cercle.

Le détail de toutes ces observations trouvera place dans le fascicule I du Tome IV, consacré aux *Différences de longitudes et azimuts astronomiques*. Mais afin de pouvoir donner plus loin <sup>(1)</sup> pour la station de Panecillo, comme pour les autres stations astronomiques d'azimut, les angles compris entre le plan vertical du signal auxiliaire dont l'azimut astronomique a été déterminé et les plans verticaux des signaux de la triangulation, il convient d'insérer ici un résumé des mesures du petit angle (Ichimbia-Pambamarca) <sup>(2)</sup>.

## STATION DE PANECILLO.

Cercle azimutal  
à quatre microscopes  
Brunner frères N° 3 <sup>(3)</sup>.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Observateur :  
Capitaine MAURAIN.

24-30 novembre 1910.

*Angles (Signal auxiliaire de Ichimbia-Pambamarca) observés au micromètre oculaire de la lunette du cercle azimutal.*

TAMBOUR.	DATES.	HEURES.	NOMBRES DE POINTS <sup>(4)</sup> .			VALEURS observées.
			Ichimbia.	Pambamarca.	Totaux.	
D	24 Novembre.	7. 0	10	10	20	9,874
G	24 »	»	20	10	30	9,396
D	25 »	17.30	20	40	60	6,437
G	25 »	»	20	30	50	8,350
D	26 »	17. 0	20	40	60	8,231
G	26 »	»	20	40	60	8,093
D	29 »	16.55	20	20	40	8,825
D	30 »	7. 0	20	20	40	9,858
D	30 »	»	20	20	40	8,726
G	30 »	»	20	20	40	10,057
G	30 »	»	20	20	40	9,594

Moyenne pondérée des valeurs obtenues tambour à droite : 8<sup>n</sup>,361.

Moyenne pondérée des valeurs obtenues tambour à gauche : 8,959.

Moyenne adoptée :  $\frac{8^{\text{n}},361 + 8^{\text{n}},959}{2} = 8^{\text{n}},660.$

<sup>(1)</sup> § 80, p. 112.

<sup>(2)</sup> La méthode employée est celle décrite au Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.30 et suivantes : *Petits angles mesurés au micromètre oculaire de la lunette du cercle azimutal*.

<sup>(3)</sup> Voir les constantes de l'instrument au Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

<sup>(4)</sup> Ici, contrairement à ce qui a lieu pour les neuf autres angles mesurés à l'aide du micromètre oculaire de la lunette d'un cercle azimutal [*loc. cit.* à la note <sup>(2)</sup> ci-dessus], les nombres des pointés sur les deux signaux ne

78. Le capitaine Durand a déterminé, par observations du Soleil, les azimuts astronomiques suivants, de précision moindre :

STATIONS.	SIGNAUX AUXILIAIRES dont l'azimut astronomique a été déterminé <sup>(1)</sup> .	AZIMUTS ASTRONOMIQUES DES SIGNAUX AUXILIAIRES.		
		Instruments.		Dates. (Temps moyen astronomique).
		Déterminations de l'heure.	Déterminations de l'azimut.	
61 Ereo.....	Signal auxiliaire....	Théodolite à microscopes Huetz n° 6.	Théodolite à micros- copes Huetz n° 6. Cercle azimutal à quatre micros- copes Brunner fr. n° 1.....	8-9 janv. 1906.
69 El Ahorcado.....	Signal auxiliaire....			28-29 janv 1906.
70 Chocan.....	Signal auxiliaire.... (Viviate) <sup>(2)</sup> .			9-10 févr. 1906.

STATIONS.	SIGNAUX AUXILIAIRES dont l'azimut astronomique a été déterminé <sup>(1)</sup> .	RATTACHEMENTS GÉODÉSIQUES DES DIRECTIONS DES SIGNAUX AUXILIAIRES.			
		Instrument.	Dates.	Poids de la direction finale Signal auxi- liaire <sup>(3)</sup> .	Renvois aux Tableaux numériques des observations.
61 Ereo.....	Signal auxiliaire....	Cercle azi- mutal à quatre microscopes Brunner frères n° 1.	19-24 févr. 1906.	20	Tome III, fasci- cule 1 : <i>Angles azimutaux.</i> P. B. 107, B. 108 P. B. 115, B. 116. P. B. 117, B. 118.
69 El Ahorcado.....	Signal auxiliaire....		24 jan.-2 fév. 1906.	20	
70 Chocan. ....	Signal auxiliaire.... (Viviate) <sup>(2)</sup> .		7-10 fév. 1906.	20	

<sup>(1)</sup> Ce sont les signaux ayant servi de référence pour les observations azimutales effectuées par la méthode des directions. Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, 61 station de Ereo, p. B. 107, B. 108 ; 69 station de El Ahorcado, p. B. 115, B. 116 ; 70 station de Chocan, p. B. 117, B. 118.

<sup>(2)</sup> Bien que le signal de Viviate appartienne à la triangulation, il doit être considéré ici comme signal auxiliaire, le côté (Chocan-Viviate) n'existant point dans la triangulation.

<sup>(3)</sup> L'unité de poids adoptée ici est le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>, 42). Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, notamment p. A. 33 et Tableaux p. A. 47 à A. 49.

Enfin, le capitaine Perrier a déterminé à la station 56 Guachanama, par observations du Soleil, l'azimut astronomique d'un signal même de la triangulation, celui de 57 Colambo, en employant le théodolite à microscopes Huetz n° 3, aussi bien pour deux déterminations de l'heure que pour une de l'azimut, le 7 avril 1906 (temps moyen astronomique).

Les observations azimutales de premier ordre à la station 56 Guachanama ont été effectuées par le même officier, à l'aide du cercle azimutal à quatre

sont pas égaux pour une détermination quelconque. Le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids et de l'erreur moyenne de la moyenne adoptée ne peut alors se faire par les formules simples données pour ces autres angles (*Ibid.*, p. A. 31).

microscopes Brunner frères n° 1, du 26 février au 29 mai 1906 (<sup>1</sup>), (poids d'une direction finale, en adoptant la même unité de poids que dans le Tableau précédent : 20).

79. En se reportant à ce qui a été dit plus haut (<sup>2</sup>) sur les déterminations d'azimuts astronomiques en général, il est à présent facile de comprendre comment seront définitivement arrêtés les azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés des stations astronomiques d'azimut et comment a été fixé l'azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau.

80. *Azimuts astronomiques observés.* — En chaque station astronomique d'azimut, l'azimut astronomique d'un signal quelconque de la triangulation s'obtiendra en combinant convenablement l'azimut astronomique d'un signal déterminé avec l'angle azimutal compris entre les plans verticaux de ce signal et du signal de la triangulation considéré. Le cas échéant, les angles azimutaux observés doivent avoir préalablement subi la compensation de station et avoir été réduits, tout comme l'azimut astronomique, au centre de la station.

Le Tableau suivant indique quels ont été, aux dix stations astronomiques d'azimut, les points d'observation : 1° pour les observations astronomiques fournissant l'azimut astronomique d'un signal (signal auxiliaire ou signal même de la triangulation); 2° pour les observations géodésiques assurant le rattachement de la direction de ce signal à celles des signaux de la triangulation.

Points d'observation.		
	Observations astronomiques.	Observations géodésiques.
1 Tulcan .....	Excentrique.	Au centre.
9 Pinllar .....	Excentrique.	Au centre.
18 Panecillo .....	Au centre.	Au centre.
33 Loma de Quito .....	Excentrique.	Au centre.
47 Cuenca .....	Excentrique.	Au centre.
56 Guachanama .....	Excentrique.	Excentrique.
61 Ereo .....	Excentrique.	Excentrique.
68 Payta .....	Excentrique.	Au centre.
69 El Ahorcado .....	Excentrique.	Excentrique.
70 Chocan .....	Excentrique.	Excentrique.

La réduction au centre des observations astronomiques et celle des observations géodésiques précitées exigent l'une et l'autre qu'on possède, entre autres éléments, une valeur approchée de la distance du signal dont l'azimut astronomique a été déterminé. Cette distance est connue avec précision pour les signaux employés à

(<sup>1</sup>) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.99 à B.101.

(<sup>2</sup>) §§ 56 et suiv., p. 56 et suiv.



Tulcan, Pinllar, Cuenca et Guachanama, qui sont complètement rattachés à la riangulation, avec une approximation suffisante pour le signal employé à Chocan, Viviate, [ce signal est bien un des signaux mêmes de la triangulation, mais le côté (Chocan-Viviate) n'existe pas dans celle-ci]. A Loma de Quito et Payta, la distance du signal auxiliaire est inconnue ; mais en chacune de ces stations, le signal auxiliaire (mire méridienne), le point d'observation excentrique d'où a été déterminé son azimut astronomique et le centre de la station ont été choisis aussi exactement que possible sur le même méridien, ce qui annule pratiquement la correction à apporter à l'azimut astronomique du signal auxiliaire pour le réduire au centre, circonstance qui se présente d'ailleurs aussi à Tulcan (pour les deux mires méridiennes employées), Pinllar et Cuenca. Enfin à Ereo et El Ahorcado, la distance du signal auxiliaire n'est connue qu'avec une très grossière approximation, mais toutes les observations astronomiques et géodésiques sans exception ayant été faites du même point excentrique, on déduit de l'azimut astronomique du signal auxiliaire observé l'azimut astronomique d'un signal quelconque de la triangulation (par exemple El Buitre), azimut qu'il est possible de réduire alors au centre de la station, tout comme les observations azimutales relatives aux signaux de la triangulation.

Voici donc, pour les dix stations astronomiques d'azimut, les angles azimutaux compensés et réduits au centre de la station qui, dans une des parties de la publication relative aux déterminations astronomiques <sup>(1)</sup>, seront combinés avec les azimuts astronomiques observés, également réduits au centre (azimuts astronomiques de signaux auxiliaires pour six stations, de Colambo pour Guachanama, de El Buitre pour Ereo et El Ahorcado, de Viviate pour Chocan), de manière à donner finalement, aux centres de ces dix stations, les azimuts astronomiques des signaux de la triangulation :

## 1 TULCAN.

*Premier signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne nord, (Angasmayo).*

*Angles azimutaux au centre <sup>(2)</sup>.*

Mire méridienne nord - El Pelado .....	<sup>G</sup> 124.2445,528
Mire méridienne nord - Machines .....	163.7788,329
Mire méridienne nord - Mire méridienne sud .....	200.0014,099
Mire méridienne nord - Troya .....	223.6071,540

*Deuxième signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne sud, (la Rinconada).*

*Angles azimutaux au centre <sup>(2)</sup>.*

Mire méridienne sud - Troya .....	<sup>G</sup> 23.6057,441
Mire méridienne sud - Mire méridienne nord .....	199.9985,901
Mire méridienne sud - El Pelado .....	324.2431,429
Mire méridienne sud - Machines .....	363.7774,230

<sup>(1)</sup> Tome IV, fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques.*

<sup>(2)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.3, et Tome III, fascicule 2 : *Compensation des angles, Calcul des triangles*, p. 104 et 105.

A Tulcan, en raison du faible poids de la direction finale mire méridienne nord (6,090), les azimuts astronomiques des signaux, déduits de l'azimut astronomique de cette mire, doivent être regardés comme destinés seulement à vérifier ceux qui sont déduits de l'azimut astronomique de la mire méridienne sud, considérés comme fondamentaux.

## 9 PINLLAR.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne sud, (Cunrro).*  
*Angles azimutaux au centre <sup>(1)</sup>.*

Mire méridienne sud - El Redondo .....	28.1738 <sup>G</sup> ,639
Mire méridienne sud - El Pelado .....	167.9403,963
Mire méridienne sud - Yana Urcu .....	281.5363,446

## 18 PANECILLO.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Signal auxiliaire, (Ichimbía).*  
*Angles azimutaux au centre <sup>(2)</sup>.*

Signal auxiliaire - Pambamarca .....	0.0008 <sup>G</sup> ,660
Signal auxiliaire - Quito (Observatoire) .....	18.2878,561
Signal auxiliaire - Culangal .....	35.6243,941
Signal auxiliaire - Casitagua .....	58.9603,332
Signal auxiliaire - Corazon .....	245.2948,893
Signal auxiliaire - Sincholagua sud .....	299.3807,676
Signal auxiliaire - Poingasi .....	299.6386,862
Signal auxiliaire - Sincholagua nord .....	300.2928,220

## 33 LOMA DE QUITO (RIOBAMBA).

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne nord.*  
*Angles azimutaux au centre <sup>(3)</sup>.*

Mire méridienne nord - Chimborazo .....	35.8352 <sup>G</sup> ,547
Mire méridienne nord - Zagrun .....	211.2220,171
Mire méridienne nord - Terme est de la base de Riobamba .....	266.5347,088
Mire méridienne nord - Aupate .....	280.4167,140
Mire méridienne nord - Igualata .....	387.8158,986

## 47 CUENCA.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne nord.*  
*Angles azimutaux au centre <sup>(4)</sup>.*

Mire méridienne nord - Borma .....	269.3077 <sup>G</sup> ,250
Mire méridienne nord - Yausai .....	342.0122,976
Mire méridienne nord - Namurelto .....	398.2226,574

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.19.

<sup>(2)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.35 à B.38 et Tome III, fascicule 2 : *Compensation des angles, Calcul des triangles*, p. 108.

<sup>(3)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.62 et B.63.

<sup>(4)</sup> Ibid., p. B.85.

## 56 GUACHANAMA.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Colambo.**Angles azimutaux au centre <sup>(1)</sup>.*

Colambo - Fierro Ureu.....	<sup>G</sup> 62.5381,871
Colambo - Chilla Cocha.....	98.3996,330
Colambo - la Masa.....	275.5914,235
Colambo - los Pozos.....	325.7219,309

## 61 EREO.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé au point d'observation excentrique : Signal auxiliaire.**Signal dont l'azimut astronomique a été réduit au centre de la station : El Buitre.**Angles azimutaux au centre <sup>(2)</sup>.*

El Buitre - Punta Arena.....	<sup>G</sup> 59.0560,409
El Buitre - Los Pozos.....	224.5381,748
El Buitre - La Masa.....	289.4289,747

## 68 PAYTA.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne sud.**Angles azimutaux au centre <sup>(3)</sup>.*

Mire méridienne sud - Chocan.....	<sup>G</sup> 71.4715,196
Mire méridienne sud - El Arenal.....	166.0899,159

## 69 EL AHORCADO.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé au point d'observation excentrique : Signal auxiliaire.**Signal dont l'azimut astronomique a été réduit au centre de la station : El Buitre.**Angles azimutaux au centre <sup>(4)</sup>.*

El Buitre - Terme est de la base de Viviate.....	<sup>G</sup> 59.5670,113
El Buitre - Terme ouest de la base de Viviate.....	76.8245,555
El Buitre - Chocan.....	123.3867,929
El Buitre - Punta Arena.....	349.5426,387

## 70 CHOCAN.

*Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Viviate <sup>(5)</sup>.**Angles azimutaux au centre <sup>(6)</sup>.*

Viviate - Terme est de la base de Viviate.....	<sup>G</sup> 18.9165,651
Viviate - Terme ouest de la base de Viviate.....	36.7359,537
Viviate - El Arenal.....	47.2039,540
Viviate - Payta.....	104.5240,999
Viviate - El Ahorcado.....	343.7726,846

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux*, p. B.99 à B.101.<sup>(2)</sup> Ibid., p. B.107 et B.108.<sup>(3)</sup> Ibid., p. B.114 et B.115.<sup>(4)</sup> Ibid., p. B.115 et B.116.<sup>(5)</sup> Voir au sujet de Viviate, considéré comme signal auxiliaire, la remarque, note <sup>(2)</sup> du Tableau p. 109.<sup>(6)</sup> Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux*, p. B.117 et B.118.

81. *Azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau.* — Le point origine adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau tracé sur l'ellipsoïde de référence, point en lequel l'ellipsoïde et la surface de niveau à étudier sont tangents, a été précédemment défini comme se trouvant sur la verticale du centre de la station 33 Loma de Quito et à 17<sup>m</sup>,789 au-dessus du repère qui indique ce centre.

La mire méridienne nord, dont l'azimut astronomique a été déterminé à cette station n'est pas complètement rattachée à la triangulation, mais sa direction a été comprise dans l'ensemble des directions observées de la station. La détermination d'un azimut astronomique de départ exige donc une compensation préalable des angles compris entre le plan vertical de la mire méridienne d'une part, les plans verticaux contenant les tangentes aux côtés géodésiques de l'autre<sup>(1)</sup>. L'exemple théorique précédemment donné se rapporte au cas d'une station à six directions, y compris celle de la mire méridienne; c'est précisément celui de Loma de Quito. Il suffit donc ici de transcrire sans autre explication les calculs relatifs à cette compensation :

*Directions* <sup>(2)</sup>.

1. Zagrún.
2. Terme est de la base de Riobamba.
3. Aupate.
4. Igualata.
5. Mire méridienne nord.
6. Chimborazo.

*Angles du réseau primordial compensés* <sup>(3)</sup>.

$$\begin{aligned} P_{1,2} &= 55.3126,410, \\ P_{1,3} &= 69.1949,083, \\ P_{1,4} &= 176.5941,347, \\ P_{1,6} &= 224.6136,248. \end{aligned}$$

*Angles observés* <sup>(4)</sup>.

$$\begin{aligned} A_1 &= 211.2220,274, \\ B_1 &= 266.5347,068, \\ C_1 &= 280.4167,281, \\ D_1 &= 387.8158,893, \\ F_1 &= 35.8352,957. \end{aligned}$$

(1) § 58, p. 59 à 62.

(2) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.63. On n'a évidemment pas conservé ici la direction Chujuj, bien qu'elle ait été observée, car elle correspond à un signal qui a été détruit après les observations. Voir *ibid.*, p. A.59 et suiv.

(3) Voir plus loin figure 6, p. A.24 à A.29.

(4) Voir note <sup>(2)</sup> ci-dessus.

*Équations de condition auxquelles doivent satisfaire les inconnues A, B, C, D, F.*

$$\begin{aligned} + A - B &+ 55^{\text{G}}.3126,410 = 0, \\ + A - C &+ 69.1949,083 = 0, \\ + A - D &+ 176.5941,347 = 0, \\ + A - F &+ 224.6136,248 = 0. \end{aligned}$$

*Équations de condition auxquelles doivent satisfaire les corrections (1), (2), (3), (4), (6).*

$$\begin{aligned} + (1) - (2) &- 0'',384 = 0, \\ + (1) - (3) &+ 2,076 = 0, \\ + (1) - (4) &+ 2,728 = 0, \\ + (1) - (6) &+ 3,565 = 0. \end{aligned}$$

*Équations corrélatives.*

$$\begin{aligned} (1) &= + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4, \\ (2) &= - \lambda_1, \\ (3) &= - \lambda_2, \\ (4) &= - \lambda_3, \\ (6) &= - \lambda_4. \end{aligned}$$

*Équations normales.*

$$\begin{aligned} 2 \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 0,384 &= 0, \\ \lambda_1 + 2 \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + 2,076 &= 0, \\ \lambda_1 + \lambda_2 + 2 \lambda_3 + \lambda_4 + 2,728 &= 0, \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 2 \lambda_4 + 3,565 &= 0, \end{aligned}$$

d'où, par les transformations indiquées <sup>(1)</sup> :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= + 1,981, \\ \lambda_2 &= - 0,479, \\ \lambda_3 &= - 1,131, \\ \lambda_4 &= - 1,968, \end{aligned}$$

et enfin :

$$\begin{aligned} (1) &= - 1'',597, \\ (2) &= - 1,981, \\ (3) &= + 0,479, \\ (4) &= + 1,131, \\ (6) &= + 1,968. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 211^{\text{G}}.2218'',677, \\ B &= 266.5345,087, \\ C &= 280.4167,760, \\ D &= 387.8160,024, \\ F &= 35.8354,925. \end{aligned}$$

---

<sup>(1)</sup> § 58, p. 62.

L'azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau a été celui du côté (9) (Loma de Quito-Aupate), obtenu en combinant convenablement l'angle C, soit (Mire méridienne nord-Aupate) avec l'azimut astronomique observé de la mire méridienne nord <sup>(1)</sup>.

82. *Signaux auxiliaires dont l'azimut astronomique a été déterminé et qui sont rattachés à la triangulation.* — Ces signaux sont au nombre de quatre <sup>(2)</sup> :

- 1° Mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo);
- 2° Mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada);
- 3° Mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro);
- 4° Mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca.

Chacun a joué un rôle important dans la triangulation générale du pays, soit qu'il ait servi de référence pour les nombreuses séries d'observations de points secondaires faites de stations du premier ordre, soit qu'en y stationnant, on ait intersecté des points secondaires, soit qu'ils aient été observés pour effectuer le relèvement de stations secondaires.

La compensation et le calcul des triangles des figures qui rattachent les trois premiers à la triangulation sont publiés dans le présent fascicule (figures I et II, comprenant les triangles [116] à [121] et triangle [124]). La figure de rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar est d'ailleurs un triangle, [124], comprenant un angle concluet, par suite, ne donnant lieu à aucune compensation. Dans la compensation de la figure I, on doit ne pas oublier qu'en prenant pour unité de poids le poids des angles finals (Tulcan-El Pelado-Mire méridienne nord) et (Tulcan-Machines-Mire méridienne nord), le poids de l'angle (Mire méridienne nord-Tulcan-El Pelado) est seulement 0,467 <sup>(3)</sup>.

En ce qui concerne la mire méridienne de la station astronomique 47 Cuenca, la position de cette mire ayant été fixée par un relèvement, sa figure de rattachement n'a pas été compensée par le calcul, mais par une méthode graphique spéciale dont il sera fait un emploi étendu dans la description géométrique générale du pays. Aussi cette compensation n'est-elle pas insérée ici. Le lecteur est prié de se reporter au fascicule consacré à la triangulation de la région centrale <sup>(4)</sup>.

*c. — Figure III : Rattachement de Padre Urcu.*

83. La figure III assure le rattachement de Padre Urcu au réseau primordial. Les raisons pour lesquelles ce point a été exclu de ce réseau, après avoir dû en faire

<sup>(1)</sup> On trouvera toutes les données relatives à la détermination et au calcul de ce dernier dans le Tome IV fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques*.

<sup>(2)</sup> Sans compter Viviate, signal auxiliaire employé à 70 Chocan, et qui appartient lui-même à la triangulation.

<sup>(3)</sup> P. A. 46.

<sup>(4)</sup> Tome V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur*.

partie et avoir été, comme tel, observé de 5 Mirador, 3 El Pelado et 9 Pinllar, ont été développées dans l'explication des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux <sup>(1)</sup>. Le rôle important qu'a joué Padre Urcu dans la triangulation générale de la région nord <sup>(2)</sup>, comme point intersecté avec une haute précision, justifie la compensation de la figure qui le rattache au réseau primordial.

Les observations de Padre Urcu faites à 3 El Pelado, 5 Mirador et 9 Pinllar, insérées dans le fascicule consacré aux angles azimutaux <sup>(3)</sup>, ne sont pas les seules observations de ce point qui aient été exécutées au cercle azimutal. De la station 10 El Redondo, le signal de Padre Urcu, bien qu'il fût réduit depuis le 14 juin 1903 à un simple pilier tronconique de gazons, haut de 1<sup>m</sup>,60, offrait d'excellents pointés et une référence commode pour les nombreuses séries d'observations des points remarquables de la région, exécutées en vue de la triangulation générale du pays. Aussi, le lieutenant Perrier l'a-t-il intersecté de cette station à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 1 (30 août 1903), en mesurant à quatre réitérations l'angle (Terme sud de la base de San Gabriel-Padre Urcu). On n'a pas cru devoir compliquer la figure de rattachement de Padre Urcu et sa compensation en tenant compte de ces observations; mais, comme on aura à les utiliser ultérieurement <sup>(4)</sup>, en voici les résultats numériques :

---

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.52 et A.53.

(2) Voir Tome V, fascicule 1 : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur*.

(3) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.6, B.7, B.12, B.13, B.119.

(4) Dans le fascicule 1 du Tome V : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur*.

## STATION DE EL REDONDO.

Cercle azimutal  
à quatre microscopes  
Brunner frères N° 1 (¹).

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

30 août 1903.

Observateur :  
Lieutenant PERRIER.

Méthode des directions.

$$n = 2 \quad p = 1 \text{ (}^2\text{)}.$$

I. — Angles (Terme sud de la base de San Gabriel-Padre Urcu) observés.

TAMBOUR.	SENS.	CALAGES.	HEURES.	VALEURS observées.
D	D	G	<sup>h</sup> <sup>m</sup> 13.49	G 95.2 38,66
G	D	25	15. 1	40,09
G	I	50	14.22	33,34
D	I	75	14.42	36,15
				95.2437,060

II. — Corrections aux directions observées et directions corrigées.

DIRECTIONS (³).	DIRECTIONS observées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
*Terme sud.....	00,000	—0,014	+0,013	G 0.0000,000
Padre Urcu.....	37,060	+0,335(⁴)	—0,013	95.2437,383

Erreur moyenne d'une observation de direction (⁵)..  $m = \pm 1",483 = \pm 0",480$ .

Erreur moyenne d'une direction finale (⁵).....  $m^* = \pm 0",741 = \pm 0",240$ .

(¹) Voir les constantes de l'instrument Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

(²) Conformément aux notations du fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*,  $n$  désigne le nombre des directions issues de la station,  $p$  le poids d'une direction finale, en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42).

(³) Conformément à la disposition typographique adoptée dans le fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, l'astérisque qui précède une direction indique qu'un héliotrope était installé à la station correspondante et qu'une partie, sinon la totalité des observations, a été faite sur cet héliotrope.

(⁴) Valeur de  $H$  employée pour le calcul de la correction de l'altitude : + 1008<sup>m</sup>.

(⁵) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions*.



d. — *Triangles* [125], [126], [127] et [128] :

*Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi.*

84. Les conditions dans lesquelles s'est effectué le rattachement de la station astronomique (de latitude et différences de longitudes) 17 Quito (Observatoire) et des stations astronomiques de latitude 13 Cayambe, 14 Casitagua, 19 Poingasi, ont été exposées dans l'explication des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux (<sup>1</sup>).

La figure de rattachement s'appuie sur le côté (49) (Pambamarca-Panecillo) du réseau primordial. Complète, telle qu'elle résulte des observations azimutales exécutées, elle comprend le pentagone [Casitagua-Pambamarca-Quito-Panecillo-Poingasi] et le triangle [128] [Cayambe-Casitagua-Pambamarca]. Pour cette figure,  $s=6$ ,  $s'=0$ ,  $l=11$ ,  $l'=0$ ,  $a=6$ ,  $c=2$ ,  $a'=0$ ,  $c'=0$ ,  $r=8$ . La compensation de ses angles s'effectue en compensant séparément le pentagone et le triangle.

Si l'on supprime les petits côtés (Panecillo-Quito) = 2367<sup>m</sup>,427 et (Panecillo-Poingasi) = 3594<sup>m</sup>,852, la figure de rattachement se réduit à quatre triangles dont l'un, [125] [Casitagua-Panecillo-Pambamarca], s'appuie sur le côté (49) (Pambamarca-Panecillo) du réseau primordial, tandis que les trois autres, [126] [Quito-Pambamarca - Casitagua], [127] [Poingasi - Pambamarca - Casitagua] et [128] [Cayambe-Casitagua-Pambamarca], s'appuient sur le côté (164) (Casitagua-Pambamarca) du précédent.

La première solution, celle qui conserve les petits côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi), paraît tout d'abord la plus logique et *a priori* il semble n'exister aucune raison de supprimer ces côtés. La compensation des angles et le calcul des triangles de la figure de rattachement se présentent alors comme il suit (<sup>2</sup>):

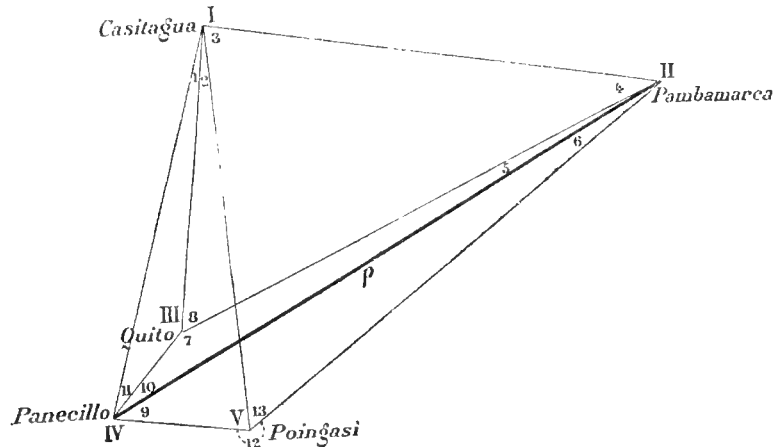
(<sup>1</sup>) Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.53 à A.56.

(<sup>2</sup>) Voir plus loin § 92 et 93, p. 137 à 139, des explications sur les Tableaux numériques de la première Partie et de la deuxième Partie du présent fascicule, applicables également aux Tableaux ci-après, sauf exceptions mentionnées p. 124.

RATTACHEMENT DE 13 CAYAMBE, 14 CASITAGUA, 17 QUITO (OBSERVATOIRE)  
ET 19 POINGASI EN TENANT COMPTE DES CÔTÉS (PANECILLO-QUITO) ET  
(PANECILLO-POINGASI).

1° Compensation des angles.

La figure de rattachement se divise elle-même en deux figures : 1° le pentagone [Casitagua-Pambamarca-Quito-Panecillo-Poingasi]; 2° le triangle [128] [Cayambe-Casitagua-Pambamarca]. Voici la compensation des angles du pentagone :



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Casitagua.....	14
Pambamarca....	15 bis
Quito.....	17
Panecillo.....	18 bis
Poingasi.....	19

Figure 1.

ÉLÉMENT COMPENSÉ.

Côté.

$$\log p = 4.58221102 \quad \text{côté (49)}$$

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{lcl} \text{Casitagua.....} & 6'' & 102.5478,550 + (1) + (2) + (3) \\ \text{Panecillo.....} & & 58.9684,909 + (10) + (11) \\ \text{Pambamarca..} & & 38.4841,934 + (4) + (5) \\ \hline \Sigma & = & 200.0005,393 \\ \varepsilon & = & 5,226 \\ E & = & + 0,167 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Quito.....} & 6'' & 64.6803,011 + (8) \\ \text{Pambamarca...} & & 37.2965,303 + (4) \\ \text{Casitagua.....} & & 98.0233,875 + (2) + (3) \\ \hline \Sigma & = & 200.0002,189 \\ \varepsilon & = & 4,783 \\ E & = & - 2,594 \end{array}$$

$$(1) \quad 0 = + 0'',167 + (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (10) + (11) \quad 0 = - 2'',594 + (2) + (3) + (4) + (8)$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Quito.....} & 6'' & 154.7916,697 - (7) - (8) \\ \text{Casitagua.....} & & 4.5244,675 + (1) \\ \text{Panecillo.....} & & 40.6814,689 + (11) \\ \hline \Sigma & = & 199.9976,061 \\ \varepsilon & = & 0,241 \\ E & = & - 24,180 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Quito.....} & 6'' & 180.5280,292 + (7) \\ \text{Panecillo.....} & & 18.2870,220 + (10) \\ \text{Pambamarca...} & & 1.1876,631 + (5) \\ \hline \Sigma & = & 200.0027,143 \\ \varepsilon & = & 0,202 \\ E & = & + 26,941 \end{array}$$

$$(2) \quad 0 = - 24'',180 + (1) - (7) - (8) + (11)$$

$$(3) \quad 0 = + 26'',941 + (5) + (7) + (10)$$

Poingasi.....	$58.5284^{\circ}010 + (13)$	Poingasi.....	$93.6722^{\circ}319 - (12)$
Pambamarca...	$44.4526,299 + (4) + (5) + (6)$	Pambamarca...	$5.9684,365 + (6)$
Casitagua.....	$97.0186,395 + (3)$	Panecillo.....	$100.3621,382 + (9)$
$\Sigma =$	$199.9996,704$	$\Sigma =$	$200.0028,096$
$\varepsilon =$	$5,941$	$\varepsilon =$	$1,081$
$E =$	$-9,237$	$E =$	$+27,015$

(4)  $0 = -9^{\circ},237 + (3) + (4) + (5) + (6) + (13)$        $0 = +27^{\circ},015 + (6) + (9) - (12)$

Poingasi.....	$35.1438,339 - (12) - (13)$
Casitagua.....	$5.5292,155 + (1) + (2)$
Panecillo.....	$159.3306,291 + (9) + (10) + (11)$
$\Sigma =$	$200.0036,785$
$\varepsilon =$	$0,366$
$E =$	$+36,419$

(5)  $0 = +36^{\circ},419 + (1) + (2) + (9) + (10) + (11) - (12) - (13)$

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS (1).

$$I = \frac{\sin I.IV.II \sin II.V.IV \sin II.I.V}{\sin II.I.IV \sin II.IV.V \sin I.V.II}$$

I.IV.II =	$58.9683^{\circ}167 + (10) + (11)$	$\log \sin =$	$1.90275639 + 51,3 [(10) + (11)]$
II.V.IV =	$93.6721,989 - (12)$	» =	$1.99785111 - 6,8 (12)$
II.I.V =	$97.0184,414 + (3)$	» =	$1.99952352 + 3,2 (3)$
			$1.90013102$
II.I.IV =	$102.5476^{\circ}808 + (1) + (2) + (3)$	$\log \sin =$	$1.99965215 - 2,7 [(1) + (2) + (3)]$
II.IV.V =	$100.3621,021 + (9)$	» =	$1.99999298 - 0,4 (9)$
I.V.II =	$58.5282,030 + (13)$	» =	$1.90048350 + 52,0 (13)$
			$1.90012863$

(6)  $0 = +0,239 + 0,0027 (1) + 0,0027 (2) + 0,0059 (3) + 0,0004 (9) + 0,0513 (10) + 0,0513 (11) - 0,0068 (12) - 0,0520 (13)$

$$I = \frac{\sin III.I.IV \sin I.II.III \sin II.IV.III}{\sin I.IV.III \sin II.I.III \sin III.II.IV}$$

III.I.IV =	$4.5244^{\circ}595 + (1)$	$\log \sin =$	$2.85132092 + 958,2 (1)$
I.II.III =	$37.2963,709 + (4)$	» =	$1.74265276 + 102,8 (4)$
II.IV.III =	$18.2870,153 + (10)$	» =	$1.45227366 + 230,9 (10)$
			$2.04624734$
I.IV.III =	$40.6814^{\circ}609 + (11)$	$\log \sin =$	$1.77554595 + 91,8 (11)$
II.I.III =	$98.0232,280 + (2) + (3)$	» =	$1.99979060 + 2,1 [(2) + (3)]$
III.II.IV =	$1.1876,564 + (5)$	» =	$2.27078550 + 3656,8 (5)$
			$2.04612205$

(7)  $0 = +12,529 + 0,9582 (1) + 0,0021 (2) - 0,0021 (3) + 0,1028 (4) - 3,6568 (5) + 0,2309 (10) - 0,0918 (11)$

(1) Voir p. 124 une remarque au sujet de ces équations aux côtés.

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = + 0,167 + (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (10) + (11)$   
 (2)  $0 = - 24,180 + (1) - (7) - (8) + (11)$   
 (3)  $0 = + 26,941 + (5) + (7) + (10)$   
 (4)  $0 = + 27,015 + (6) + (9) - (12)$   
 (5)  $0 = + 36,419 + (1) + (2) + (9) + (10) + (11) - (12) - (13)$   
 (6)  $0 = + 0,239 + 0,0027(1) + 0,0027(2) + 0,0059(3) + 0,0004(9) + 0,0513(10) + 0,0513(11)$   
 $- 0,0068(12) - 0,0520(13)$   
 (7)  $0 = + 12,529 + 0,9582(1) - 0,0021(2) - 0,0021(3) + 0,1028(4) - 3,6568(5) + 0,2309(10)$   
 $- 0,0918(11)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$	$\lambda_5.$	$\lambda_6.$	$\lambda_7.$
(I)	$0 = + 0,167 + 7.$	$+ 2.$	$+ 2.$	»	$+ 4.$	$+ 0,1139$	$- 2,4609$
(II)	$0 = - 24,180 + 2.$	$+ 4.$	$- 1.$	»	$+ 2.$	$+ 0,0540$	$+ 0,8664$
(III)	$0 = + 26,941 + 2.$	$- 1.$	$+ 3.$	»	$+ 1.$	$+ 0,0513$	$- 3,4259$
(IV)	$0 = + 27,015$	»	»	$+ 3.$	$+ 2.$	$+ 0,0072$	»
(V)	$0 = + 36,419 + 4.$	$+ 2.$	$+ 1.$	$+ 2.$	$+ 7.$	$+ 0,1672$	$+ 1,0952$
(VI)	$0 = + 0,239 + 0,1139$	$+ 0,0540$	$+ 0,0513$	$+ 0,0072$	$+ 0,1672$	$+ 0,008063$	$+ 0,009705$
(VII)	$0 = + 12,529 - 2,4609$	$+ 0,8664$	$- 3,4259$	»	$+ 1,0952$	$+ 0,009705$	$+ 14,362652$

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = + 4,7760740$	$\lambda_3 = - 14,5046838$	$\lambda_5 = - 9,8889734$	$\lambda_7 = - 3,0742874$
$\lambda_2 = + 3,1372441$	$\lambda_4 = - 2,8574945$	$\lambda_6 = + 185,4765854$	

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Casitagua.....	{	(1) = - 4,420650	Panecillo.....	{	(9) = - 12,672277
		(2) = - 4,605656			(10) = - 10,812488
		(3) = + 5,876842			(11) = + 7,821513
Pambamarca.....	{	(4) = + 4,460037	Poingasi.....	{	(12) = + 11,485227
		(5) = + 1,513444			(13) = + 0,244191
		(6) = - 2,857495			
Quito.....	{	(7) = - 17,641928			
		(8) = - 3,137244			

## 2° Triangles.

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[125]	G		G			
14	Casitagua .....	102.5478,550	- 3,1495	102.5475,4005	73,659	4.58221102	(49)
18 bis	Panecillo .....	58.9684,909	- 2,9910	58.9681,9180	80,176	4.48531365	(164)
13 bis	Pambamarca .....	38.4841,934	+ 5,9735	38.4847,9075	46,165	4.33718462	(165)
		200.0005,393	+ 0,167	5,226			
	[126]						
17	Quito .....	64.6863,011	- 3,1372	64.6799,8738	98,279	4.48531365	(164)
13 bis	Pambamarca .....	37.2965,303	+ 4,4600	37.2969,7630	68,169	4.29855125	(166)
14	Casitagua .....	98.0233,875	+ 1,2712	98.0235,1462	33,552	4.55568453	(167)
		200.0002,189	- 2,594	4,783			
17	Quito .....	180.5280,292	-17,6419	180.5262,6501	62,583	4.58221102	(49)
18 bis	Panecillo .....	18.2870,220	-10,8125	18.2859,4075	59,340	4.55568453	(167)
13 bis	Pambamarca .....	1.1876,631	+ 1,5134	1.1878,1444	78,077	3.37427666	
		200.0027,143	+26,941	0,202			
17	Quito .....	154.7916,697	+20,7792	154.7937,4762	37,396	4.33718462	(165)
14	Casitagua .....	4.5244,675	- 4,4207	4.5240,2543	40,174	3.37427667	
18 bis	Panecillo .....	40.6814,689	+ 7,8215	40.6822,5105	22,130	4.29855124	(166)
		199.9976,061	-24,180	0,241			
	[127]						
19	Poingasi .....	58.5284,010	+ 0,2442	58.5284,2542	82,274	4.48531365	(164)
13 bis	Pambamarca .....	44.4526,299	+ 3,1160	44.4529,4150	27,435	4.39296499	(168)
14	Casitagua .....	97.0186,395	+ 5,8768	97.0192,2718	90,291	4.58435374	(169)
		199.9996,704	- 9,237	5,941			
19	Poingasi .....	93.6722,349	-11,4852	93.6710,8638	10,504	4.58221102	(49)
13 bis	Pambamarca ..	5.9684,365	- 2,8575	5.9681,5075	81,147	3.55568143	
18 bis	Panecillo .....	100.3621,382	-12,6723	100.3608,7097	08,349	4.58435374	(169)
		200.0028,096	+27,015	1,081			
19	Poingasi .....	35.1438,339	-11,7294	35.1426,6096	26,487	4.33718462	(165)
14	Casitagua .....	5.5292,155	- 9,0263	5.5283,1287	83,007	3.55568106	
18 bis	Panecillo .....	159.3306,291	-15,6633	159.3290,6277	90,506	4.39296492	(168)
		200.0036,785	+36,419	0,366			
	[128]						
13	Cayambe .....	51.9073,523	+ 0,8620	51.9074,3850	73,227	4.48531365	(164)
14	Casitagua .....	24.0969,356	+ 0,8620	24.0970,2180	69,060	4.19086016	(170)
18 bis	Pambamarca .....	123.9958,008	+ 0,8620	123.9958,8700	57,713	4.59158936	(171)
		200.0000,887	- 2,586	3,473			

Dans la compensation précédente, la petitesse des angles III.I.IV et III.II.IV, et par suite les fortes valeurs des accroissements des logarithmes de leurs sinus pour des accroissements de l'arc égaux à une seconde centésimale, ont obligé exceptionnellement à exprimer les coefficients des corrections et les termes connus dans les équations aux côtés en unités du cinquième (et non du sixième) ordre décimal du logarithme, à conserver dans les coefficients des inconnues et les termes connus des équations normales 6 décimales (au lieu de 5), à résoudre ces équations avec 7 décimales (au lieu de 5) et à calculer les corrections avec 6 décimales (au lieu de 5) <sup>(1)</sup>.

Mais ce qui frappe surtout, c'est la grandeur inusitée des corrections. L'erreur moyenne de l'observation dont le poids a été pris pour unité de poids dans les calculs de compensation, c'est-à-dire, dans le cas présent, l'erreur moyenne d'un angle final observé, déduite de ces calculs de compensation, est donnée <sup>(2)</sup> par la formule :

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{\text{somme des carrés des corrections}}{\text{nombre des équations de condition}}}.$$

On trouve :

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{897,3604}{7}} = \pm 11^{\text{''}},322,$$

valeur tout à fait anormale.

Or, aux stations du pentagone, on a obtenu <sup>(3)</sup> les valeurs moyennes suivantes pour les erreurs moyennes  $m$  d'une observation de direction (ou d'une observation de couple), calculées par trois méthodes différentes :

Valeurs moyennes :

$$m = \frac{m_v + m_u + m_w}{3}.$$

14	Casitagua .....	$\pm 7^{\text{''}},221,$
15 bis	Panibamarca .....	3,855,
17	Quito.....	5,896,
18 bis	Panecillo.....	5,880,
19	Poingasi.....	5,848.

En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction, les poids  $p$  d'une direction finale observée sont respectivement en ces stations 20, 20, 24, 20 et 24; il en résulte pour une direction finale les erreurs moyennes  $m^* = \frac{m}{\sqrt{p}}$  :

<sup>(1)</sup> Voir plus haut § 18, p. 19, § 22, p. 23 et 24, et plus loin § 91, p. 135 à 137.

<sup>(2)</sup> Voir plus haut §§ 31 à 35, p. 31 à 34.

<sup>(3)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, Tableaux des pages C.8 et C.9, C.10 et C.11.

	$m^*$ .
14 Casitagua.....	$\pm 1,615,$
15 <i>bis</i> Pambamarca.....	0,862,
17 Quito.....	1,204,
18 <i>bis</i> Panecillo.....	1,315,
19 Poingasi.....	1,194.

Ainsi, la considération des valeurs directement observées, indépendamment de toute idée de compensation du réseau, conduit aux valeurs suivantes de l'erreur moyenne d'un angle final observé,  $M^* = m^* \sqrt{2}$  :

	$M^*$ .
14 Casitagua.....	$\pm 2,283,$
15 <i>bis</i> Pambamarca.....	1,219,
17 Quito.....	1,702,
18 <i>bis</i> Panecillo.....	1,859,
19 Poingasi.....	1,688.

Valeur moyenne :  $M^* = \pm 1,750.$

On constate donc ici, dans le sens habituel, ce désaccord déjà signalé <sup>(1)</sup> entre les deux valeurs de la même erreur  $M^*$  obtenues l'une a priori, après les observations et abstraction faite de toute compensation, l'autre par les calculs de compensation même. Celle-ci est supérieure de 9",572 à celle-là. On peut alors affirmer que les observations sont entachées d'erreurs systématiques considérables, et il est aisé d'en deviner la raison.

L'examen plus attentif des valeurs des corrections aux angles montre en effet que les plus fortes corrections portent sur les angles suivants :

En Quito.....	Panecillo-Pambamarca,
	Poingasi-Pambamarca,
En Panecillo.....	Pambamarca-Quito,
	Quito-Casitagua,
En Poingasi.....	Panecillo-Pambamarca,

angles tous formés par l'un des petits côtés (Panecillo-Quito) ou (Panecillo-Poingasi).

Si l'on se reporte aux conditions dans lesquelles ont été effectuées les observations le long de ces petits côtés, on fait les constatations suivantes :

1° Au point de vue des signaux :

a. Les mires en bois observées à Panecillo de Quito et Poingasi et à Poingasi de Panecillo avaient les dimensions normales employées dans les autres opérations de la triangulation <sup>(2)</sup>, circonstance bien défavorable pour des observations à d'aussi courtes distances : les pointés au double fil mobile du cercle azimutal étaient

<sup>(1)</sup> Voir plus haut, § 38, p. 36 et 37.

<sup>(2)</sup> Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.10.

rendus incertains par les dimensions apparentes exagérées de la mire, et les influences des erreurs de phase et des erreurs de centrage du signal étaient considérablement augmentées.

b. Aucun signal n'a été installé en Quito pour les observations faites de Panecillo : l'observateur pointait alternativement les deux bords verticaux de la tour principale et centrale de l'Observatoire (tour de l'équatorial) <sup>(1)</sup>, circonstance éminemment favorable aux erreurs de phase et de centrage.

2° Au point de vue des observations :

a. A Quito, tous les angles s'appuyant sur la direction Panecillo ont été mesurés le 5 mai 1903 entre 8<sup>h</sup>5<sup>m</sup> et 9<sup>h</sup>55<sup>m</sup> (matin), et le 6 mai 1903 entre 8<sup>h</sup>10<sup>m</sup> et 10<sup>h</sup>30<sup>m</sup> (matin) <sup>(2)</sup>.

b. A Panecillo, tous les angles s'appuyant sur la direction Poingasi ont été mesurés le 16 avril 1903 entre 8<sup>h</sup>30<sup>m</sup> (matin) et 15<sup>h</sup>20<sup>m</sup> (soir), et le 18 avril 1903 entre 12<sup>h</sup>35<sup>m</sup> et 16<sup>h</sup>20<sup>m</sup> (soir); presque tous les angles s'appuyant sur la direction Quito ont été mesurés le 16 avril 1903 entre 13<sup>h</sup>10<sup>m</sup> et 15<sup>h</sup>20<sup>m</sup> (soir), et le 21 avril 1903 entre 14<sup>h</sup>25<sup>m</sup> et 16<sup>h</sup>15<sup>m</sup> (soir) <sup>(3)</sup>.

c. A Poingasi, tous les angles s'appuyant sur la direction Panecillo ont été mesurés le 26 avril 1903 entre 7<sup>h</sup>25<sup>m</sup> et 8<sup>h</sup>50<sup>m</sup> (matin), et le 27 avril 1903 entre 7<sup>h</sup>40<sup>m</sup> et 9<sup>h</sup>45<sup>m</sup> (matin) <sup>(4)</sup>.

Cette rapidité relative des observations, faites, en une station et pour une direction déterminée, en général toujours aux mêmes heures de la journée, était malheureusement imposée par les circonstances <sup>(5)</sup>. Elle explique comment les erreurs de pointé, de phase et de centrage, fort à craindre, on a indiqué pour quelles raisons, dans les observations le long des petits côtés (Panecillo-Quito), (Panecillo-Poingasi), ont eu, sur les valeurs observées des directions correspondantes et sur ces valeurs seulement, une influence constante en grandeur et en signe.

Dès lors, il est bien toujours légitime d'effectuer les compensations de station par la méthode des moindres carrés; c'est admettre implicitement que les directions en question sont remplacées dans ces compensations par des directions légèrement différentes, ou, autrement dit, sous-entendre que leurs valeurs finales restent, après les compensations de station, affectées chacune d'une certaine erreur systématique. L'existence de ces erreurs ne peut évidemment être révélée que lorsqu'on

(<sup>1</sup>) Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.8; lignes 5 et 4 en remontant : Au lieu de « le centre de la terrasse exactement circulaire qui recouvre la tour principale et centrale de l'Observatoire (tour de l'équatorial) », lire « sur l'axe de la tour principale et centrale de l'Observatoire (tour de l'équatorial), au niveau du sol extérieur ».

(<sup>2</sup>) Ibid., p. B.34.

(<sup>3</sup>) Ibid., p. B.36 et B.37.

(<sup>4</sup>) Ibid., p. B.38.

(<sup>5</sup>) Ibid., p. A.53 à A.56.



s'applique ensuite à rendre le réseau géométrique. Mais précisément, toute compensation du réseau, basée sur la méthode des moindres carrés et, par suite, sur l'existence d'erreurs uniquement accidentelles, devient alors illégitime.

Dans ces conditions, il est rationnel de supprimer les deux petits côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi) en effectuant la compensation des angles comme si les directions correspondantes n'avaient pas été observées. C'est la solution qui a été adoptée. Les triangles de rattachement de chacune des stations astronomiques 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi sont d'ailleurs parfaitement conformés.

Le Tableau suivant, dressé pour les quatre triangles de la figure de rattachement qui subsistent quand on supprime les petits côtés, permet de comparer les valeurs qu'acquièrent les angles et les côtés de ces triangles compensés, suivant qu'on conserve ou non les petits côtés.

RATTACHEMENT DE 13 CAYAMBE, 14 CASITAGUA, 17 QUITO (OBSERVATOIRE) ET 19 POINGASI.

Comparaison des triangles communs aux deux solutions.

Solution I. — On conserve les côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi).  
Solution II. — On ne conserve pas les côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi).

REVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Solution I.	Solution II.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.
14 18 <sup>bis</sup> 15 <sup>bis</sup>	[125] Casitagua..... Panecillo..... Pambamarca.....	<sup>G</sup> 102.5478",550 58.9684,909 38.4841,934	—3",1495	—0",0556	<sup>G</sup> 102.5475",4005	78",4944	+3",0939
			—2,9910	—0,0557	58.9681,9180	84,8533	+2,9353
			+5,9735	—0,0557	38.4847,9075	41,8783	—6,0292
			200.0005,393	+0,167	5,226	5,226	
17 13 <sup>bis</sup> 14	[126] Quito..... Pambamarca..... Casitagua.....	64.6803,011 37.2965,303 98.0233,875	—3,1372	+0,8647	64.6799,8738	803,8757	+4,0019
			+4,4600	+0,8647	37.2969,7630	66,1677	—3,5953
			+1,2712	+0,8646	98.0235,1462	34,7396	—0,4066
			200.0002,189	—2,594	4,783	4,783	
19 15 <sup>bis</sup> 14	[127] Poingasi..... Pambamarca..... Casitagua.....	58.5284,010 44.4526,299 97.0186,395	+0,2442	+3,0790	58.5284,2542	87,0890	+2,8348
			+3,1160	+3,0790	44.4529,4150	29,3780	—0,0370
			+5,8768	+3,0790	97.0192,2718	89,4740	—2,7978
			199.9996,704	—9,237	5,941	5,941	
13 14 15 <sup>bis</sup>	[128] Cayambe..... Casitagua..... Pambamarca.....	51.9073,523 24.0969,356 123.9958,008	+0,8620	+0,8620	51.9074,3850	74,3850	0,0000
			+0,8620	+0,8620	24.0970,2180	70,2180	0,0000
			+0,8620	+0,8620	123.9958,8700	58,8700	0,0000
			200.0000,887	—2,586	3,473	3,473	

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.						
			Logarithmes.			Longueurs.			NUMÉROS.
Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	
$10^{-8} \times$									
<sup>G</sup> 102.5473,659 58.9680,176 38.4846,165	76,753 83,111 40,136	+3,094 +2,935 —6,029	4.58221102 4.48531365 4.33718462	4.58221102 4.48531524 4.33717875	0 +159 —587	<sup>m</sup> 38212,990 30571,282 21736,250	<sup>m</sup> 38212,990 30571,394 21735,956	<sup>m</sup> 0,000 +0,112 —0,294	(49) (164) (165)
64.6798,279 37.2968,169 98.0233,552	802,281 61,574 33,145	+4,002 —3,595 —0,407	4.48531365 4.29855125 4.55568453	4.48531524 4.29854744 4.55568441	+159 —381 —12	30571,282 19886,171 35948,811	30571,394 19886,000 35948,801	+0,112 —0,174 —0,010	(164) (166) (167)
58.5282,274 44.4527,435 97.0190,291	85,109 27,398 87,193	+2,835 —0,037 —2,798	4.48531365 4.39296499 4.58435374	4.48531524 4.39296507 4.58435376	+159 +8 +2	30571,282 24715,249 38401,991	30571,394 24715,254 38401,993	+0,112 +0,005 +0,002	(164) (168) (169)
51.9073,227 24.0969,060 123.9957,713	73,227 69,060 57,713	0,000 0,000 0,000	4.48531365 4.19086016 4.59158936	4.48531524 4.19086175 4.59159095	+159 +159 +159	30571,282 15518,871 39047,152	30571,394 15518,929 39047,295	+0,112 +0,058 +0,143	(164) (170) (171)

On verra <sup>(1)</sup>, en comparant de même les valeurs obtenues dans les deux cas pour les coordonnées géodésiques des sommets de la figure de rattachement, que la solution adoptée, quelle qu'elle soit, ne saurait avoir d'influence sensible sur les résultats de la comparaison des coordonnées astronomiques et géodésiques des stations. Néanmoins, il était indispensable de s'arrêter à l'une des solutions, à l'exclusion de l'autre, et la précédente discussion était nécessaire pour justifier celle qui a été choisie.

*e. — Figure IV : Rattachement de Sincholagua nord.*

85. La figure IV assure le rattachement au réseau primordial de Sincholagua nord. Ce point devant primitivement faire partie de ce réseau a été, comme tel, observé de 15 Pambamarca, 16 Pichincha, 18 Panecillo, 20 Corazon et, de plus, on y a stationné. Les raisons pour lesquelles il a été ensuite exclu du dit réseau ont été développées à propos des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux <sup>(2)</sup>. Mais Sincholagua nord est un point important de la triangulation générale de la région centrale <sup>(3)</sup>; c'est aussi une station astronomique de latitude. Ces deux motifs justifient la compensation de la figure qui le rattache au réseau primordial.

*f. — Figure V : Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu.*

86. En introduisant dans la triangulation le point Huaira Urcu, on s'était proposé de vérifier trigonométriquement les opérations de mesure de la base de Riobamba, divisée en deux sections par le point Terme moyen. Il était possible ainsi de calculer chaque section, en partant de la valeur mesurée de l'autre section, ou de la valeur mesurée de la base entière, et réciproquement la base entière, en partant de la valeur mesurée de l'une ou l'autre section <sup>(4)</sup>.

Il a été expliqué, à propos des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux <sup>(5)</sup>, comment cette vérification projetée, inutile d'ailleurs, a été rendue illusoire par la destruction du pilier et de la mire du Terme moyen, et la mauvaise installation de la mire de Huaira Urcu. Aussi les observations azimutales faites en Terme moyen et Huaira Urcu n'ont-elles pas été insérées dans le fascicule consacré aux angles azimutaux. Il y a néanmoins intérêt à les utiliser, ainsi que les observations réciproques faites du Terme ouest et du Terme est, pour fixer définitivement sans ambiguïté le point de Huaira Urcu dans la triangulation générale de la région centrale, en effectuant la compensation des angles de la figure V

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 3 : *Latitudes, longitudes et azimuts géodésiques*.

<sup>(2)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.53 à A.56.

<sup>(3)</sup> Voir Tome V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur*.

<sup>(4)</sup> Voir la figure, p. A.56.

<sup>(5)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.60 et A.61.

qui le rattache au réseau primordial. Voici donc, à titre de document, les Tableaux numériques de ces observations :

## STATION DE TERME MOYEN DE LA BASE DE RIOBAMBA.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Cercle azimutal  
à quatre microscopes  
de Brunner frères N° 2 (1).

18-22 Octobre 1901.

Observateur :  
Capitaine LACOMBE.

Méthode des angles.

$$n = 3, \quad q = 16, \quad p = 24^{(2)}.$$

## I. — Angles observés.

TAMBOUR.	SENS.	CALAGES.	HUAIRA URQU-TERME EST. 1016.88.			CALAGES.	HUAIRA URQU- TERME OUEST. 3016.89.			CALAGES.	TERME OUEST-TERME EST. 2006.00.		
		G		<sup>h</sup> <sub>m</sub>	<sup>''</sup>	G		<sup>h</sup> <sub>m</sub>	<sup>''</sup>	G		<sup>h</sup> <sub>m</sub>	<sup>''</sup>
D	D	4.2	18 oct.	5. 0	83.06	0.0	18 oct.	4.37	22.78	8.3	18 oct.	5.18	30.46
»	I	»	18 »	»	91.22	»	18 »	»	25.90	»	18 »	»	32.57
»	D	16.7	19 »	17. 5	88.29	12.5	19 »	18.50	18.51	20.8	20 »	7.20	28.66
»	I	»	19 »	»	89.53	»	19 »	»	22.52	»	20 »	»	33.84
»	D	29.2	19 »	16.28	85.40	25.0	19 »	6.47	20.05	33.3	20 »	7.35	30.06
»	I	»	19 »	»	86.30	»	19 »	»	18.67	»	20 »	»	35.28
»	D	41.7	19 »	17.27	87.39	37.5	19 »	19. 4	17.91	45.8	20 »	7.52	34.99
»	I	»	19 »	»	90.08	»	19 »	»	16.51	»	20 »	»	30.38
G	D	54.2	20 »	8.26	88.17	50.0	20 »	8.43	27.56	58.3	20 »	8.11	30.61
»	I	»	20 »	»	83.07	»	20 »	»	21.02	»	20 »	»	38.64
»	D	66.7	21 »	15.17	92.46	62.5	21 »	15. 0	19.04	70.8	21 »	15.51	41.53
»	I	»	21 »	»	88.60	»	21 »	»	21.36	»	21 »	»	40.12
»	D	79.2	21 »	15.32	88.68	75.0	21 »	16.30	16.52	83.3	21 »	16.11	35.76
»	I	»	21 »	»	86.54	»	21 »	»	19.54	»	21 »	»	42.05
»	D	91.7	22 »	6.53	88.73	87.5	22 »	7. 9	23.10	95.8	22 »	6.38	29.08
»	I	»	22 »	»	83.75	»	22 »	»	18.41	»	22 »	»	30.86
					87.767				20.587				34.056

## II. — Corrections aux directions observées et directions corrigées.

DIRECTIONS.	DIRECTIONS provisoire.	ÉQUATIONS normales.	DIRECTIONS compensées.	CORRECTIONS de réduction au centre des stations observées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
Huairu Urcu....	00.0	24 A = - 2.835	00.000	+36.178 <sup>(3)</sup>	+0.065 <sup>(3)</sup>	0.000	G 0.0000.000
Terme est.....	87.0	24 B = + 5.690	87.355		+0.022	0.000	101.8851.134
Terme ouest....	21.0	24 C = - 2.855	20.999		-0.027	0.000	301.8884.729

(1) Voir les constantes de l'instrument Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

(2) Conformément aux notations du fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*,  $n$  désigne le nombre des directions issues de la station,  $q$  le double du nombre de couples observés,  $p$  le poids d'une direction finale, en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction effectuée à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huettz à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42).

(3) Les éléments du calcul de la correction de réduction au centre de Huairu Urcu, définis Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.65 et suiv., sont :  $H = 198^m$ ,  $L = - 1^{\circ}.886$ ,  $\rho = 0^m,370$ ,  $\rho' = 0^m,3700$ ,  $\lambda = 182^{\circ}.0827''$ . La valeur précédente de  $H$  a aussi servi pour le calcul de la correction de l'altitude.

Erreur moyenne d'une observation de direction (1).....	$m = \pm 2^{\text{''}}.872 = \pm 0^{\text{''}}.930.$
Erreur moyenne d'une observation de couple qui serait exempte de toute erreur de division (1).....	$\mu = \pm 2^{\text{''}}.288 = \pm 0^{\text{''}}.741.$
Erreur moyenne de division totale d'une direction observée (1).....	$\delta = \pm 1^{\text{''}}.228 = \pm 0^{\text{''}}.398.$
Erreur moyenne d'une direction finale (1).....	$m^* = \pm \frac{m}{\sqrt{24}} = \pm 0^{\text{''}}.586 = \pm 0^{\text{''}}.190.$

## STATION DE HUAIRA URCU.

Cercle azimutal  
à quatre microscopes  
de Brunner frères N° 2 (2).

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

12-14 janvier 1902.

Observateur :  
Capitaine LACOMBE.

Méthode des angles.

 $n = 3, \quad q = 16, \quad p = 24$  (3).

I. — Angles observés.

TAMBOUR.	SENS.	CALAGES.	TERME OUEST-TERME EST. 295 G. 23.			CALAGES.	TERME OUEST- TERME MOYEN. 337 G. 47.			CALAGES.	TERME EST-TERME MOYEN. 42 G. 24.		
D	D	G	12 janv.	<sup>h</sup> <sub>m</sub>	°	G	12 janv.	<sup>h</sup> <sub>m</sub>	°	G	12 janv.	<sup>h</sup> <sub>m</sub>	°
»	I	4.2	»	»	23	0.0	»	»	85	8.3	»	»	07
»	D	»	12	»	32	»	12	»	37	»	12	»	91
»	I	16.7	»	8.15	07	12.5	13	»	55	20.8	13	»	28
»	D	»	13	»	15,77	»	13	»	25	»	13	»	92
»	I	29.2	»	9. 0	32	25.0	13	»	00	33.3	13	»	41
»	D	»	13	»	33	»	13	»	13	»	13	»	67
»	I	41.7	13	»	39	37.5	13	»	37	45.8	13	»	08
»	D	»	13	»	84	»	13	»	01	»	13	»	68
G	I	54.2	13	13.45	54	50.0	13	13.15	70	58.3	13	14. 0	27
»	D	»	13	»	60	»	13	»	54	»	13	»	02
»	I	66.7	13	15.10	54	62.5	13	14.35	81	70.8	13	15.30	40
»	D	»	13	»	65	»	13	»	31	»	13	»	91
»	I	79.2	13	16.50	55	75.0	13	15.45	59	83.3	13	17. 5	13
»	D	»	13	»	50	»	13	»	97	»	13	»	37
»	I	91.7	14	9.50	79	87.5	14	9.20	69	95.8	14	9.35	47
»	D	»	14	»	23	»	14	»	97	»	14	»	86
						09,292							28,653

## II. — Corrections aux directions observées et directions corrigées.

DIRECTIONS.	DIRECTIONS provisoires.	ÉQUATIONS normales.	DIRECTIONS compensées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
Terme ouest.....	00",0	24 A = — 1",890	00",000	—0",016	0",000	0.0000",000
Terme est .....	07",0	24 B = + 21",110	07",959	—0",011	0",000	295.2307",964
Terme moyen.....	36",0	24 C = — 19",220	35",278	—0",015	0",000	337.4735",279

Erreur moyenne d'une observation de direction (1).....  $m = \pm 3",939 = \pm 1",276$ .

Erreur moyenne d'une observation de couple qui serait exempte de toute

erreur de division (1).....  $\mu = \pm 1",309 = \pm 0",424$ .

Erreur moyenne de division totale d'une direction observée (1).....  $\delta = \pm 2",627 = \pm 0",851$ .

Erreur moyenne d'une direction finale (1).....  $m^* = \pm \frac{m}{\sqrt{24}} = \pm 0",804 = \pm 0",260$ .

Les fortes corrections aux angles résultant de la compensation des angles de la figure V proviennent des erreurs de fermeture anormales des trois triangles de la figure, dont les valeurs s'expliquent par les conditions, précédemment exposées (2), dans lesquelles ont été faites les observations.

## g. — Figure VI : Rattachement de Chujuj.

87. La figure VI assure le rattachement au réseau primordial du second centre de la station de Chujuj, substitué au premier après la destruction du signal centré sur celui-ci. Il a déjà été expliqué, à propos des anomalies des observations d'angles azimutaux (3), pourquoi le point de Chujuj, qui devait d'abord contribuer aux rattachements de la base de Riobamba et de la station astronomique (de latitude, différence de longitudes et azimut) 33 Loma de Quito, a été exclu du réseau primordial à la suite de la destruction du premier signal. Il a été en même temps signalé que le second centre de Chujuj, où l'on a stationné et sur lequel a été établi un second signal observé de 35 Aupate, 37 Zagrun, 36 Yana Ashpa et 30 Chimborazo, doit être considéré seulement à la fois comme un point important de la triangulation générale de la région centrale (4) et comme une station astronomique de latitude, ce qui légitime la compensation de la figure le rattachant au réseau primordial.

(1) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions*.

(2) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.59 à A.62.

(3) Ibid., p. A.59 à A.63.

(4) Voir t. V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur*.

*h. — Triangle [143] : Rattachement de 53 Machala.*

88. Le triangle [143] assure le rattachement de la station astronomique (de latitude et différence de longitudes) 53 Machala.

*i. — Figure VII : Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate.*

89. En introduisant dans la triangulation le point 67 Viviate, on s'est proposé de vérifier trigonométriquement les opérations de mesure de la base de Viviate, divisée en deux sections par le point Terme moyen. On peut ainsi calculer chaque section, en partant de la valeur mesurée de l'autre section, ou de la valeur mesurée de la base entière, et réciproquement la base entière, en partant de la valeur mesurée de l'une ou l'autre section. Les résultats de cette vérification sont exposés dans le fascicule relatif aux bases <sup>(1)</sup>.

Mais on peut considérer aussi Terme moyen de la base de Viviate et Viviate comme deux points importants de la triangulation générale de la région sud, dont il y a intérêt à fixer définitivement la position.

Si l'on prenait la base de Viviate comme base fondamentale, la position de Terme moyen serait définie sans ambiguïté par les longueurs  $p$  et  $q$  des lignes géodésiques correspondant, sur l'ellipsoïde de référence, aux longueurs mesurées des deux sections de la base. Mais, comme l'on rapporte tous les côtés de la triangulation à la base fondamentale de Riobamba, il faut considérer la ligne géodésique correspondant à la base de Viviate comme ayant pour longueur  $B'$ , valeur calculée en partant de la longueur de la ligne géodésique qui correspond à la longueur mesurée de la base de Riobamba, et définir, sur cette ligne géodésique correspondant à la base de Viviate, le point correspondant à Terme moyen par deux longueurs  $p'$  et  $q'$ , telles que :

$$\frac{p'}{q'} = \frac{p}{q},$$

$$p' + q' = B'.$$

Or on a :

$$\log \frac{p}{q} = 1.91034069 \quad (2),$$

$$\log B' = 3.91487653, \quad B' = 8.220^M, 089\ 20 \quad (3).$$

On en déduit facilement :

$$\begin{aligned} \log p' &= 3.56670723, & p' &= 3.687^M, 289\ 46, \\ \log q' &= 3.65636653, & q' &= 4.532\ ,799\ 74. \end{aligned}$$

Dès lors, pour fixer sans ambiguïté la position de 67 Viviate, en rapportant tou-

<sup>(1)</sup> Tome II, fascicule 2 : Bases.

<sup>(2)</sup> Ibid.

<sup>(3)</sup> Voir plus loin § 100, p. C. 8.

jours tous les côtés de la triangulation à la base fondamentale de Riobamba, il suffit d'effectuer la compensation de la figure VII qui rattache Viviate au réseau primordial, en adoptant  $p'$  et  $q'$  pour longueurs des deux côtés (Terme est-Terme moyen) et (Terme moyen-Terme ouest).

## VII. — PARTICULARITÉS RELATIVES AUX CALCULS EFFECTUÉS ET AUX TABLEAUX NUMÉRIQUES PUBLIÉS.

90. Dans les considérations qui précèdent, succédant à un exposé général des théories relatives à la compensation des angles et au calcul des triangles d'un réseau géodésique tracé sur un ellipsoïde de révolution, on a montré le véritable sens qu'il faut attachèr à la compensation du réseau géodésique du nouvel arc équatorial, effectuée dans le présent fascicule; défini la surface de niveau qu'il s'agit d'étudier et l'ellipsoïde de référence qui lui sera comparé; précisé les quantités observées qui servent de données de départ; indiqué la méthode générale suivie dans la compensation; enfin, exposé les raisons de la configuration d'ensemble du réseau et la manière dont il a été rationnellement divisé en figures compensées séparément. Les Tableaux numériques des première et deuxième Parties du présent fascicule sont ainsi, dès à présent, complètement intelligibles. Il suffit, pour compléter cette introduction, d'indiquer quelques particularités relatives aux calculs effectués et à ces Tableaux qui les résument.

### *a. — Particularités relatives aux calculs effectués.*

91. La compensation de chaque figure a été faite en prenant pour inconnues non point les corrections aux directions, mais les corrections aux angles, procédé tout indiqué, étant donnée la configuration spéciale du réseau <sup>(1)</sup>.

Les excès ont été calculés par la méthode précédemment indiquée <sup>(2)</sup>. On se rappelle que pour obtenir leurs valeurs définitives, au moyen de deux approximations successives, deux calculs provisoires des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques sont nécessaires, effectués le premier par logarithmes à 5 décimales, le second par logarithmes à 7 décimales. De même, il faut toujours procéder à un calcul provisoire des coordonnées géodésiques des sommets du réseau effectué par logarithmes à 5 décimales et dans de rares cas à un second calcul provisoire de ces coordonnées, qu'on fait alors par logarithmes à 7 décimales. Ce dernier a été fait uniquement parce qu'il était utile pour d'autres objets <sup>(3)</sup>. Les deux calculs provisoires des triangles plans et les deux calculs provisoires des coordonnées précités sont les mêmes dont il a été déjà question à propos du mode de calcul des correc-

---

<sup>(1)</sup> Voir plus haut, § 53, p. 55 et 56; § 73, p. 96 et 97.

<sup>(2)</sup> Voir plus haut, §§ 6 à 12, p. 7 à 12.

<sup>(3)</sup> Voir par exemple § 66, p. 84.



tions à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence <sup>(1)</sup>.

Il eût été complètement superflu de publier le calcul des excès. Il suffit d'indiquer que leur calcul définitif, dans la deuxième approximation, a été fait sur les feuilles intitulées : I. *Préparation des équations de condition*. VIII. *Calcul définitif des triangles*, et de renvoyer le lecteur à l'exemple, extrait des registres de calcul, inséré à la fin du fascicule.

Le nombre des décimales à employer dans les calculs a été fixé d'après les considérations plus haut exposées <sup>(2)</sup>.

L'unité d'angle adoptée est la seconde centésimale.

Les angles géodésiques observés sont donnés et les excès calculés avec 3 décimales. Dans les équations aux angles, les coefficients des inconnues et les termes connus comportent donc 3 décimales.

Les Tables de logarithmes employées sont les Tables à 8 décimales du Service géographique de l'Armée <sup>(3)</sup>. Les différences tabulaires des logarithmes des sinus y sont données pour un accroissement de l'arc égal à dix secondes centésimales. Dans les équations aux côtés, pour que les coefficients des inconnues et les termes connus soient du même ordre de grandeur que dans les équations aux angles, on exprime tous les nombres en unités du sixième ordre du logarithme; les coefficients des inconnues, accroissements des logarithmes des sinus pour un accroissement de l'arc égal à une seconde centésimale, comportent alors 3 décimales et les termes connus en comportent 2 <sup>(4)</sup>.

A l'exclusion de la méthode des coefficients indéterminés, les équations normales ont été résolues uniquement par celle des éliminations successives qui fournit à elle seule un nombre suffisant de vérifications.

Les coefficients des équations normales ont été calculés avec 6 décimales dont 5 ont été conservées, ceux des équations des systèmes successifs qui en dérivent, les quantités corrélatives, les corrections et les angles compensés ont été calculés avec 5 décimales <sup>(5)</sup>. Dans le calcul des triangles, effectué à l'aide des Tables de logarithmes précitées, 4 décimales ont été conservées aux angles compensés des triangles géodésiques, 3 décimales aux angles compensés des triangles plans.

Toutes les vérifications précédemment mentionnées <sup>(5)</sup> ont été faites, sauf celles indiquées sous les numéros 4<sup>o</sup>, 5<sup>o</sup> et 6<sup>o</sup>, car elles supposent employée la méthode des

<sup>(1)</sup> Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; IX : *Corrections à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence*, p. A.67 et A.74.

<sup>(2)</sup> Voir plus haut, § 51, p. 49 et 50.

<sup>(3)</sup> SERVICE GÉOGRAPHIQUE DE L'ARMÉE, *Tables des logarithmes à 8 décimales des nombres entiers de 1 à 120 000 et des sinus et tangentes de dix en dix secondes d'arc, dans le système de la division centésimale du quadrant*, publiées par ordre du Ministre de la Guerre, Paris, Imprimerie nationale, 1891.

<sup>(4)</sup> Sauf dans le cas exceptionnel d'une compensation d'ailleurs non définitivement adoptée, voir § 84, p. 124.

<sup>(5)</sup> Voir plus haut, § 50, p. 47 à 49.

coefficients indéterminés. Les fermetures des équations normales et des équations de condition ont été calculées avec 5 décimales.

*b. — Tableaux numériques de la première Partie : Compensation des angles.*

92. Les Tableaux numériques qui suivent cette Introduction comprennent : dans une première Partie, ceux qui sont relatifs à la compensation des angles; dans une deuxième Partie, ceux qui sont relatifs aux triangles.

Les Tableaux de la première Partie (1) fournissent pour chacune des figures du réseau primordial, numérotées de 1 à 11, et des figures supplémentaires, numérotées de I à VII :

1<sup>o</sup> Une *représentation de la triangulation* purement schématique. Parfois, si cette représentation était orientée et exactement tracée à une échelle déterminée, le rapprochement des différentes lignes créerait des confusions; aussi est-elle alors sensiblement déformée, afin de mettre surtout en évidence sans ambiguïté les relations des différents sommets entre eux. Sur cette petite figure sont portés les noms des stations, les nombres (en chiffres arabes) correspondant aux corrections relatives aux divers angles et les nombres (en chiffres romains) qui indiquent les sommets des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques.

2<sup>o</sup> Un *renvoi aux stations*, permettant au lecteur de vérifier les valeurs observées des angles des triangles géodésiques, en se reportant aux observations azimutales.

3<sup>o</sup> Le résumé des calculs faits pour la formation des équations de condition :

*Triangles et équations aux angles.* — Pour tous les triangles sans exception de la figure, les Tableaux indiquent les expressions des angles géodésiques compensés, formées des angles géodésiques observés et des corrections correspondantes, l'excès calculé, l'erreur du triangle et l'équation aux angles qui en résulte. Les équations indépendantes conservées dans la compensation sont seules numérotées.

*Équations aux côtés.* — Les seules équations aux côtés portées sur les Tableaux sont les équations indépendantes utilisées dans la compensation. Chaque équation est inscrite d'abord sous forme d'un rapport de sinus égalé à l'unité. Puis sont indiqués les éléments nécessaires pour la mettre sous forme linéaire : angles compensés des triangles plans (dont chacun est égal à l'angle observé du triangle plan, plus la correction correspondante), logarithmes des sinus des angles compensés des triangles plans (dont chacun est égal au logarithme du sinus de l'angle observé du triangle plan, plus le produit de la correction correspondante par l'accroisse-

---

(1) Dans ces Tableaux toute équation a été écrite en mettant le zéro au premier membre et le terme connu en tête du second membre, tandis que, dans l'*Introduction* et les *Conclusions* du présent fascicule, toute équation a été écrite en mettant le zéro au second membre et le terme connu à la fin du premier membre. Il suffit de signaler au lecteur cette différence de forme sans aucune importance.

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).

ment de ce logarithme pour un accroissement de l'arc égal à 1"). Enfin l'équation est inscrite sous forme linéaire.

4° La *récapitulation des équations de condition*.

5° Les *équations normales*, avec 5 décimales.

6° Les *quantités corrélatives*, avec 5 décimales.

7° Les *corrections aux angles*, avec 5 décimales.

Pour les figures supplémentaires, les Tableaux donnent en plus :

1° Les *éléments déjà compensés* <sup>(1)</sup> qu'il est strictement indispensable de connaître pour la formation des équations de condition : angles géodésiques et logarithmes des côtés sur lesquels s'appuie la figure supplémentaire. Les angles sont désignés par les majuscules P, Q, R, S, ..., les côtés par les minuscules *p, q, r, s, ...*

2° S'il y a lieu, les *équations aux angles supplémentaires* et les *équations aux côtés supplémentaires*, dont la formation n'offre en général aucune difficulté.

*c. — Tableaux numériques de la deuxième Partie : Triangles.*

93. Les Tableaux de la deuxième Partie fournissent, pour les triangles du réseau primordial et pour les triangles supplémentaires :

1<sup>re</sup> colonne : les *renvois aux stations*, permettant au lecteur de vérifier les valeurs observées des angles des triangles géodésiques, en se reportant aux observations azimutales.

2<sup>e</sup> colonne : a) les *numéros des triangles* <sup>(2)</sup>. Ceux-ci sont inscrits dans l'ordre naturel suivi pour le calcul de proche en proche des côtés, à partir de la base fondamentale de Riobamba. Au nombre de 146, ils sont numérotés comme il suit :

[1] à [115], triangles du réseau primordial :

}	[1] à [15], triangles de la figure de rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito, (figure 6);
	[16] à [70], triangles de la section nord du réseau primordial, numérotés du Sud au Nord, de Riobamba à Tulcan;
	[71] à [115], triangles de la section sud du réseau primordial, numérotés du Nord au Sud, de Riobamba à Payta.

[116] à [146], triangles supplémentaires.

b) Les noms des *sommets des triangles*, inscrits dans le même ordre que sur les feuilles de calcul définitif des triangles [voir note <sup>(1)</sup> du Tableau VIII à la fin du fascicule].

<sup>(1)</sup> Pour la figure V seule les éléments de départ ne résultent pas de compensations préalables.

<sup>(2)</sup> Les numéros et les noms des sommets des triangles: ainsi que les noms des sommets de toute figure sont toujours inscrits entre crochets.

3<sup>e</sup> colonne : les *angles observés des triangles géodésiques* (3 décimales).

4<sup>e</sup> colonne : les *corrections aux angles* (4 décimales) et les *erreurs de fermeture* (3 décimales).

5<sup>e</sup> colonne : les *angles compensés des triangles géodésiques* (4 décimales) et les *excès des triangles géodésiques* (3 décimales).

6<sup>e</sup> colonne : les *angles compensés des triangles plans* (3 décimales).

7<sup>e</sup> colonne : les *logarithmes des côtés* <sup>(1)</sup> (8 décimales).

8<sup>e</sup> colonne : les *numéros des côtés* <sup>(2)</sup>. Ceux-ci, au nombre de 192, sont numérotés comme il suit :

(1) à (152), côtés du réseau primordial :

- (1) à (20), côtés de la figure de rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito, (figure 6) ;
- (21) à (86), côtés de la section nord du réseau primordial, numérotés du Sud au Nord, de Riobamba à Tulcan ;
- (87) à (152), côtés de la section sud du réseau primordial, numérotés du Nord au Sud, de Riobamba à Payta.

(153) à (192), côtés supplémentaires.

94. L'application des théories générales de la compensation des angles et du calcul des triangles d'un réseau géodésique a été faite au réseau du nouvel arc équatorial par le capitaine Perrier. Les calculs ont été exécutés, les Tableaux numériques pour l'impression dressés et les épreuves revisées par les soins ou sous la direction de cet officier et de M. Hasse, chef du Bureau des calculs de la Section de Géodésie du Service géographique de l'Armée. M. Hasse a lui-même effectué les calculs les plus importants, en particulier les compensations des figures du réseau primordial.

G. P.

(<sup>1</sup>) Les écarts obtenus entre les différentes valeurs du logarithme d'un même côté sont les suivants :

Pour 20 côtés.....	1 unité du 8 <sup>e</sup> ordre décimal,
Pour 4 côtés.....	2 unités du 8 <sup>e</sup> ordre décimal,
Pour le côté exceptionnel (176) (Sincholagua nord-Sincholagua sud).	9 unités du 8 <sup>e</sup> ordre décimal.
Pour les autres côtés calculables par plusieurs enchaînements.....	0.

A cause de la petitesse du côté (176), (986<sup>m</sup>,618), l'écart correspondant sur la longueur du côté est seulement 0<sup>mm</sup>,21.

On a jugé inutile de compliquer les Tableaux en donnant les longueurs des côtés. Elles trouveront place dans des Tableaux insérés à la fin du fascicule 5 du Tome III : *Nivellement trigonométrique*, qui serviront de conclusion aux opérations géodésiques de la mesure du nouvel arc équatorial et contiendront les altitudes de tous les sommets du réseau de premier ordre de l'espace, les latitudes et longitudes géodésiques de tous les sommets du réseau géodésique correspondant tracé sur l'ellipsoïde de référence, ainsi que les azimuts géodésiques, les logarithmes et les longueurs des côtés du réseau géodésique, issus de chacun de ces sommets.

(<sup>2</sup>) Les numéros des côtés et les noms de leurs sommets extrêmes sont toujours inscrits entre parenthèses.





## PREMIÈRE PARTIE.

---

### COMPENSATION DES ANGLES.

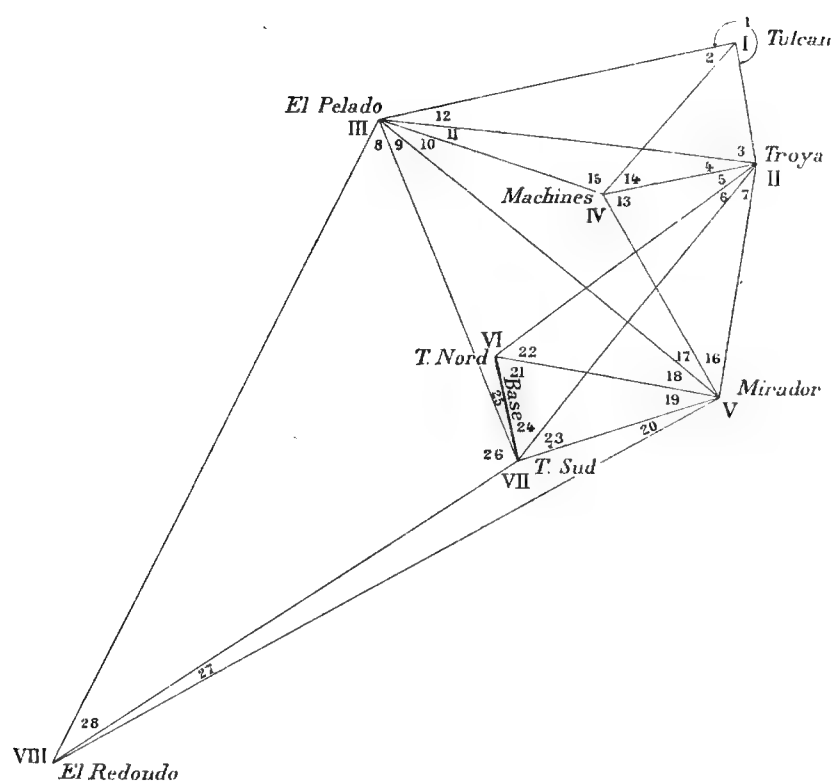


## RÉSEAU PRIMORDIAL.





FIGURE 1.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Tulcan .....	1
Troya .....	2
El Pelado .....	3
Machines .....	4
Mirador .....	5
Terme nord de la base de San Gabriel.	6
Terme sud de la base de San Gabriel.	7 et 7 bis
El Redondo...	10

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Tulcan .....	$99.3626^{\circ}, 487-(1)$
El Pelado .....	$20.1530, 288+(12)$
Troya .....	$80.4843, 063+(3)$

$$\Sigma = 199.9999, 838$$

$$\epsilon = 1, 520$$

$$E = -1, 682$$

$$(1) \quad 0 = -1^{\circ}, 682 - (1) + (3) + (12)$$

Machines .....	$170.4085^{\circ}, 967+(14)+(15)$
Troya .....	$17.7946, 851+(4)$
El Pelado .....	$11.7973, 219+(11)$

$$\Sigma = 200.0006, 037$$

$$\epsilon = 0, 581$$

$$E = +5, 456$$

$$(2) \quad 0 = +5^{\circ}, 456 + (4) + (11) + (14) + (15)$$

Tulcan .....	$39.5342^{\circ}, 861+(2)$
El Pelado .....	$31.9503, 507+(11)+(12)$
Machines .....	$128.5155, 986+(15)$

$$\Sigma = 200.0002, 354$$

$$\epsilon = 1, 446$$

$$E = +0, 908$$

$$(3) \quad 0 = +0^{\circ}, 908 + (2) + (11) + (12) + (15)$$

Tulcan .....	$59.8283^{\circ}, 626-(1)-(2)$
Machines .....	$41.8929, 981+(14)$
Troya .....	$98.2789, 914+(3)+(4)$

$$\Sigma = 200.0003, 521$$

$$\epsilon = 0, 655$$

$$E = +2, 866$$

$$0 = +2^{\circ}, 866 - (1) - (2) + (3) + (4) + (14)$$

Troya.....	$\overset{G}{99.0095^{\prime\prime}}, 791 + (4) + (5) + (6) + (7)$
El Pelado.....	$35.8751, 318 + (10) + (11)$
Mirador.....	$65.1159, 240 + (16) + (17)$

$$\Sigma = 200.0006, 349$$

$$\varepsilon = 3, 205$$

$$E = +3, 144$$

$$(4) \quad 0 = +3^{\prime\prime}, 144 + (4) + (5) + (6) + (7) + (10) + (11) + (16) + (17)$$

Machines.....	$\overset{G}{76.7411^{\prime\prime}}, 630 + (13)$
Mirador.....	$42.0440, 516 + (16)$
Troya.....	$81.2148, 940 + (5) + (6) + (7)$

$$\Sigma = 200.0001, 686$$

$$\varepsilon = 1, 261$$

$$E = -0, 175$$

$$(5) \quad 0 = -0^{\prime\prime}, 175 + (5) + (6) + (7) + (13) + (16)$$

Machines.....	$\overset{G}{152.8502^{\prime\prime}}, 403 - (13) - (14) - (15)$
El Pelado.....	$24.0778, 099 + (10)$
Mirador.....	$23.0718, 724 + (17)$

$$\Sigma = 199.9999, 226$$

$$\varepsilon = 1, 363$$

$$E = -2, 137$$

$$0 = -2^{\prime\prime}, 137 + (10) - (13) - (14) - (15) + (17)$$

Terme sud....	$\overset{G}{107.3622^{\prime\prime}}, 987 + (23) + (24) + (25)$
Mirador.....	$61.7015, 470 + (18) + (19)$
El Pelado.....	$30.9360, 812 + (9)$

$$\Sigma = 199.9999, 269$$

$$\varepsilon = 2, 724$$

$$E = -3, 455$$

$$(6) \quad 0 = -3^{\prime\prime}, 455 + (9) + (18) + (19) + (23) + (24) + (25)$$

Terme sud....	$\overset{G}{39.2193^{\prime\prime}}, 832 + (23)$
Mirador.....	$126.8174, 710 + (16) + (17) + (18) + (19)$
Troya.....	$33.9635, 738 + (7)$

$$\Sigma = 200.0004, 280$$

$$\varepsilon = 1, 611$$

$$E = +2, 669$$

$$(7) \quad 0 = +2^{\prime\prime}, 669 + (7) + (16) + (17) + (18) + (19) + (23)$$

Terme sud....	$\overset{G}{68.1429^{\prime\prime}}, 155 + (24) + (25)$
Troya.....	$65.0460, 053 + (4) + (5) + (6)$
El Pelado.....	$66.8112, 130 + (9) + (10) + (11)$

$$\Sigma = 200.0001, 338$$

$$\varepsilon = 4, 318$$

$$E = -2, 980$$

$$0 = -2^{\prime\prime}, 980 + (4) + (5) + (6) + (9) + (10) + (11) + (24) + (25)$$

Terme nord...	$\overset{G}{70.8172^{\prime\prime}}, 243 + (21)$
Terme sud....	$101.4771, 863 + (23) + (24)$
Mirador.....	$27.7047, 060 + (19)$

$$\Sigma = 199.9991, 166$$

$$\varepsilon = 0, 730$$

$$E = -9, 564$$

$$(8) \quad 0 = -9^{\prime\prime}, 564 + (19) + (21) + (23) + (24)$$

Terme nord...	$\overset{G}{121.8750^{\prime\prime}}, 547 + (21) + (22)$
Terme sud....	$62.2578, 031 + (24)$
Troya.....	$15.8666, 907 + (6)$

$$\Sigma = 199.9995, 485$$

$$\varepsilon = 1, 087$$

$$E = -5, 602$$

$$(9) \quad 0 = -5^{\prime\prime}, 602 + (6) + (21) + (22) + (24)$$

Terme nord...	$51.0578^{\circ}304+(22)$
Mirador.....	$99.1127,650+(16)+(17)+(18)$
Troya.....	$49.8302,645+(6)+(7)$

$$\Sigma = 200.0008,599$$

$$\varepsilon = 1,968$$

$$E = +6,631$$

$$o = +6^{\circ},631+(6)+(7)+(16)+(17)+(18)+(22)$$

Mirador.....	$75.2755^{\circ}615+(18)+(19)+(20)$
El Pelado.....	$86.0835,213+(8)+(9)$
El Redondo...	$38.6415,446+(27)+(28)$

$$\Sigma = 200.0006,274$$

$$\varepsilon = 11,132$$

$$E = -4,858$$

$$(40) \quad o = -4^{\circ},858+(8)+(9)+(18)+(19)+(20)+(27)+(28)$$

Terme sud....	$111.2603^{\circ}509+(26)$
El Pelado.....	$55.1474,401+(8)$
El Redondo...	$33.5927,559+(28)$

$$\Sigma = 200.0005,469$$

$$\varepsilon = 7,211$$

$$E = -1,742$$

$$(41) \quad o = -1^{\circ},742+(8)+(26)+(28)$$

Terme sud....	$181.3773^{\circ}504-(23)-(24)-(25)-(26)$
El Redondo...	$5.0487,887+(27)$
Mirador.....	$13.5740,145+(20)$

$$\Sigma = 200.0001,536$$

$$\varepsilon = 1,197$$

$$E = +0,339$$

$$o = +0^{\circ},339+(20)-(23)-(24)-(25)-(26)+(27)$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin II. III. IV \sin II. I. III \sin I. IV. II}{\sin II. IV. III \sin I. III. II \sin II. I. IV}$$

$$II. III. IV = 11.7973^{\circ}025+(11)$$

$$II. I. III = 99.3625,980-(1)$$

$$I. IV. II = 41.8929,763+(14)$$

$$\log \sin = \bar{1}.26541410+363,9(11)$$

$$» = \bar{1}.99997823-0,7(1)$$

$$» = \bar{1}.78645174+88,3(14)$$

$$\bar{1}.05184407$$

$$II. IV. III = 170.4085^{\circ}773+(14)+(15)$$

$$I. III. II = 20.1529,781+(12)$$

$$II. I. IV = 59.8283,408-(1)-(2)$$

$$\log \sin = \bar{1}.65153268-136,1[(14)+(15)]$$

$$» = \bar{1}.49318116+208,3(12)$$

$$» = \bar{1}.90710442-49,9[(1)+(2)]$$

$$\bar{1}.05181826$$

$$(12) \quad o = +25,81+0,492(1)+0,499(2)+3,639(11)-2,083(12)+2,244(14)+1,361(15)$$

$$1 = \frac{\sin II. III. IV \sin II. IV. V \sin II. V. III}{\sin II. IV. III \sin II. V. IV \sin II. III. V}$$

$$II. III. IV = 11.7973^{\circ}025+(11)$$

$$II. IV. V = 76.7411,210+(13)$$

$$II. V. III = 65.1158,172+(16)+(17)$$

$$\log \sin = \bar{1}.26541410+363,9(11)$$

$$» = \bar{1}.97034637+26,1(13)$$

$$» = \bar{1}.93124897+41,7[(16)+(17)]$$

$$\bar{1}.16700944$$

$$II. IV. III = 170.4085^{\circ}773+(14)+(15)$$

$$II. V. IV = 42.0440,096+(16)$$

$$II. III. V = 35.8750,250+(10)+(11)$$

$$\log \sin = \bar{1}.65153268-136,1[(14)+(15)]$$

$$» = \bar{1}.78778139+87,8(16)$$

$$» = \bar{1}.72767808+108,0[(10)+(11)]$$

$$\bar{1}.16699215$$

$$(13) \quad o = +17,29-1,080(10)+2,559(11)+0,261(13)+1,361(14)+1,361(15)-0,461(16)+0,417(17)$$

$$1 = \frac{\sin III. II. V \sin III. V. VII \sin II. VII. III}{\sin II. V. III \sin III. VII. V \sin III. II. VII}$$

$$\begin{aligned} III. II. V &= 99.0094,722+(4)+(5)+(6)+(7). & \log \sin &= \bar{1}.99991743+1,1[(4)+(5)+(6)+(7)] \\ III. V. VII &= 61.7014,562+(18)+(19) & > &= \bar{1}.91615673+46,8[(18)+(19)] \\ II. VII. III &= 68.1427,716+(24)+(25) & > &= \bar{1}.94319014+37,3[(24)+(25)] \\ & & & \hline & & & \bar{1}.85929430 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} II. V. III &= 65.1158,172+(16)+(17) & \log \sin &= \bar{1}.93124897+41,7[(16)+(17)] \\ III. VII. V &= 107.3622,079+(23)+(24)+(25) & > &= \bar{1}.99708941-8,0[(23)+(24)+(25)] \\ II. II. VII &= 65.0458,614+(4)+(5)+(6) & > &= \bar{1}.93095735+41,7[(4)+(5)+(6)] \\ & & & \hline & & & \bar{1}.85929573 \end{aligned}$$

$$(14) \quad 0 = +1,43+0,406(4)+0,406(5)+0,406(6)-0,011(7)+0,417(16)-0,468(18)-0,468(19)-0,080(23) \\ -0,453(24)-0,453(25)$$

$$1 = \frac{\sin V. VII. VI \sin II. V. VI \sin VI. II. VII}{\sin VI. V. VII \sin V. II. VI \sin II. VII. VI}$$

$$\begin{aligned} V. VII. VI &= 101.4771,620+(23)+(24) & \log \sin &= \bar{1}.99988309-1,6[(23)+(24)] \\ II. V. VI &= 99.1126,994+(16)+(17)+(18) & > &= \bar{1}.99995781+0,9[(16)+(17)+(18)] \\ VI. II. VII &= 15.8666,545+(6) & > &= \bar{1}.39209972+268,1(6) \\ & & & \hline & & & \bar{1}.39194062 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VI. V. VII &= 27.7046,817+(19) & \log \sin &= \bar{1}.62487729+146,7(19) \\ V. II. VI &= 49.8301,989+(6)+(7) & > &= \bar{1}.84832354+68,7[(6)+(7)] \\ II. VII. VI &= 62.2577,669+(24) & > &= \bar{1}.91873767+45,9(24) \\ & & & \hline & & & \bar{1}.39193850 \end{aligned}$$

$$(15) \quad 0 = +2,12+1,994(6)-0,687(7)+0,009(16)+0,009(17)+0,009(18)-1,467(19)-0,016(23)-0,475(24)$$

$$1 = \frac{\sin III. V. VII \sin III. VII. VIII \sin III. VIII. V}{\sin III. VII. V \sin III. VIII. VII \sin III. V. VIII}$$

$$\begin{aligned} III. V. VII &= 61.7014,562+(18)+(19) & \log \sin &= \bar{1}.91615673+46,8[(18)+(19)] \\ III. VII. VIII &= 111.2601,105+(26) & > &= \bar{1}.99317101-12,2(26) \\ III. VIII. V &= 38.6411,735+(27)+(28) & > &= \bar{1}.75616786+98,2[(27)+(28)] \\ & & & \hline & & & \bar{1}.66549560 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} III. VII. V &= 107.3622,079+(23)+(24)+(25) & \log \sin &= \bar{1}.99708941-8,0[(23)+(24)+(25)] \\ III. VIII. VII &= 33.5925,155+(28) & > &= \bar{1}.70201813+117,0(28) \\ III. V. VIII &= 75.2751,904+(18)+(19)+(20) & > &= \bar{1}.96638821+27,9[(18)+(19)+(20)] \\ & & & \hline & & & \bar{1}.66549575 \end{aligned}$$

$$(16) \quad 0 = +0,15-0,189(18)-0,189(19)+0,279(20)-0,080(23)-0,080(24)-0,080(25)+0,122(26)-0,982(27) \\ +0,188(28)$$

### RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = -1,682 - (1) + (3) + (12)$
- (2)  $0 = +5,456 + (4) + (11) + (14) + (15)$
- (3)  $0 = +0,908 + (2) + (11) + (12) + (15)$
- (4)  $0 = +3,144 + (4) + (5) + (6) + (7) + (10) + (11) + (16) + (17)$
- (5)  $0 = -0,175 + (5) + (6) + (7) + (13) + (16)$
- (6)  $0 = -3,455 + (9) + (18) + (19) + (23) + (24) + (25)$
- (7)  $0 = +2,669 + (7) + (16) + (17) + (18) + (19) + (23)$
- (8)  $0 = -9,564 + (19) + (21) + (23) + (24)$
- (9)  $0 = -5,602 + (6) + (21) + (22) + (24)$
- (10)  $0 = -4,858 + (8) + (9) + (18) + (19) + (20) + (27) + (28)$
- (11)  $0 = -1,742 + (8) + (26) + (28)$
- (12)  $0 = +25,810 + 0,492(1) + 0,499(2) + 3,639(11) - 2,083(12) + 2,244(14) + 1,361(15)$
- (13)  $0 = +17,290 - 1,080(10) + 2,559(11) + 0,261(13) + 1,361(14) + 1,361(15) - 0,461(16) + 0,417(17)$
- (14)  $0 = +1,430 + 0,406(4) + 0,406(5) + 0,406(6) - 0,011(7) + 0,417(16) + 0,417(17) - 0,468(18) - 0,468(19)$   
 $- 0,080(23) - 0,453(24) - 0,453(25)$
- (15)  $0 = +2,120 + 1,994(6) - 0,687(7) + 0,009(16) + 0,009(17) + 0,009(18) - 1,467(19) - 0,016(23) - 0,475(24)$
- (16)  $0 = +0,150 - 0,189(18) - 0,189(19) + 0,279(20) - 0,080(23) - 0,080(24) - 0,080(25) + 0,122(26) - 0,982(27)$   
 $+ 0,188(28)$

### ÉQUATIONS NORMALES.

		$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$	$\lambda_5.$	$\lambda_6.$	$\lambda_7.$	$\lambda_8.$	
(I)	0 = - 1,682	+3.	»	+1.	»	»	»	»	»	...
(II)	0 = + 5,456	»	+4.	+2.	+2.	»	»	»	»	...
(III)	0 = + 0,908	+1.	+2.	+4.	+1.	»	»	»	»	...
(IV)	0 = + 3,144	»	+2.	+1.	+8.	+4.	»	+3.	»	...
(V)	0 = - 0,175	»	»	»	+4.	+5.	»	+2.	»	...
(VI)	0 = - 3,455	»	»	»	»	»	+6.	+3.	+3.	...
(VII)	0 = + 2,669	»	»	»	+3.	+2.	+3.	+6.	+2.	...
(VIII)	0 = - 9,564	»	»	»	»	»	+3.	+2.	+4.	...
(IX)	0 = - 5,602	»	»	»	+1.	+1.	+1.	»	+2.	...
(X)	0 = - 4,858	»	»	»	»	»	+3.	+2.	+1.	...
(XI)	0 = - 1,742	»	»	»	»	»	»	»	»	...
(XII)	0 = +25,810	-2,575	+7,244	+3,416	+3,639	»	»	»	»	...
(XIII)	0 = +17,290	»	+5,281	+3,920	+1,435	-0,200	»	-0,044	»	...
(XIV)	0 = + 1,430	»	+0,406	»	+2,041	+1,218	-1,922	-0,193	-1,001	...
(XV)	0 = + 2,120	»	»	»	+1,325	+1,316	-1,949	-2,143	-1,958	...
(XVI)	0 = + 0,150	»	»	»	»	»	-0,618	-0,458	-0,349	...

## ÉQUATIONS NORMALES (suite).

	$\lambda_9$	$\lambda_{10}$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{13}$	$\lambda_{14}$	$\lambda_{15}$	$\lambda_{16}$
(I) ...	»	»	»	- 2,575	»	»	»	»
(II) ...	»	»	»	+ 7,244	+ 5,281	+ 0,406	»	»
(III) ...	»	»	»	+ 3,416	+ 3,920	»	»	»
(IV) ...	+ 1.	»	»	+ 3,639	+ 1,435	+ 2,041	+ 1,325	»
(V) ...	+ 1.	»	»	»	- 0,200	+ 1,218	+ 1,316	»
(VI) ...	+ 1.	+ 3.	»	»	»	- 1,922	- 1,949	- 0,618
(VII) ...	»	+ 2.	»	»	- 0,044	- 0,193	- 2,143	- 0,458
(VIII) ...	+ 2.	+ 1.	»	»	»	- 1,001	- 1,958	- 0,349
(IX) ...	+ 4.	»	»	»	»	- 0,047	+ 1,519	- 0,080
(X) ...	»	+ 7.	+ 2.	»	»	- 0,936	- 1,458	- 0,893
(XI) ...	»	+ 2.	+ 3.	»	»	»	»	+ 0,310
(XII) ...	»	»	»	+ 24,96013	+ 14,21860	»	»	»
(XIII) ...	»	»	»	+ 14,21860	+ 11,87405	- 0,01835	- 0,00040	»
(XIV) ...	- 0,047	- 0,936	»	»	- 0,01835	+ 1,69728	+ 1,72343	- 0,25578
(XV) ...	+ 1,519	- 1,458	»	»	- 0,00040	+ 1,72343	+ 6,82623	+ 0,31484
(XVI) ...	- 0,080	- 0,893	+ 0,310	»	»	+ 0,25578	+ 0,31484	+ 1,18302

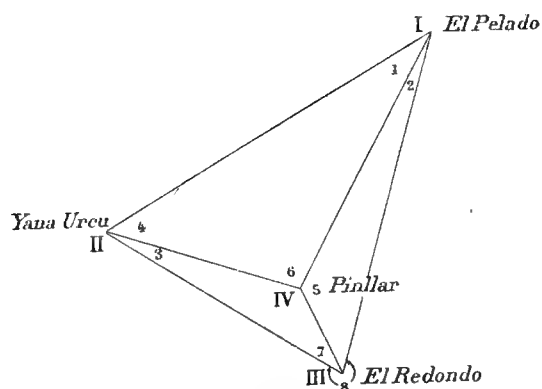
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = - 0,77126$	$\lambda_5 = + 0,80707$	$\lambda_9 = - 1,31706$	$\lambda_{13} = - 1,41288$
$\lambda_2 = + 1,64640$	$\lambda_6 = - 1,64512$	$\lambda_{10} = + 1,45218$	$\lambda_{14} = - 2,06462$
$\lambda_3 = + 1,25350$	$\lambda_7 = - 2,11177$	$\lambda_{11} = - 0,49407$	$\lambda_{15} = + 0,74541$
$\lambda_4 = + 0,73288$	$\lambda_8 = + 4,91433$	$\lambda_{12} = - 1,06498$	$\lambda_{16} = + 1,03048$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Tulcan. ....	(1) = + 0,24729	Mirador. ....	(16) = - 0,77472
	(2) = + 0,72207		(17) = - 2,82230
	(3) = - 0,77126		(18) = - 1,52652
	(4) = + 1,54104		(19) = + 2,28758
Troya. ....	(5) = + 0,70171		(20) = + 1,73968
	(6) = + 0,87100	Terme nord. ....	(21) = + 3,59727
	(7) = - 1,06121		(22) = - 1,31721
	(8) = + 0,95811		(23) = + 1,22824
	(9) = - 0,19294	Terme sud. ....	(24) = + 2,45091
El Pelado. ....	(10) = + 2,25879		(25) = - 0,79229
	(11) = - 3,83824		(26) = - 0,36795
	(12) = + 2,70059		
	(13) = + 0,43831	El Redondo. ....	(27) = + 0,44025
Machines. ....	(14) = - 2,66634		(28) = + 1,15184
	(15) = - 0,47247		

FIGURE 2.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

El Pelado.....	3 bis
Yana Urcu.....	8
Pinllar.....	9
El Redondo.....	10

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

El Pelado.....	$\overset{G}{47.8886^{\circ},225+(1)+(2)}$
Yana Urcu.....	$69.6734,823+(3)+(4)$
El Redondo.....	$82.4388,716-(8)$
$\Sigma$	$= 200.0009,764$
$\epsilon$	$= 13,689$
$E$	$= -3,925$

(1)  $o = -3^{\circ},925+(1)+(2)+(3)+(4)-(8)$

Pinllar.....	$\overset{G}{113.5960^{\circ},177+(6)}$
El Pelado....	$33.7020,205+(1)$
Yana Urcu...	$52.7020,220+(4)$
$\Sigma$	$= 200.0000,602$
$\epsilon$	$= 8,255$
$E$	$= -7,653$

(2)  $o = -7^{\circ},653+(1)+(4)+(6)$

Pinllar.....	$\overset{G}{139.7664^{\circ},678+(5)}$
El Redondo....	$46.0471,315-(7)-(8)$
El Pelado.....	$14.1866,020+(2)$
$\Sigma$	$= 200.0002,013$
$\epsilon$	$= 3,337$
$E$	$= -1,324$

(3)  $o = -1^{\circ},324+(2)+(5)-(7)-(8)$

Pinllar.....	$\overset{G}{146.6375^{\circ},145-(5)-(6)}$
Yana Urcu...	$16.9714,603+(3)$
El Redondo..	$36.3917,401+(7)$
$\Sigma$	$= 200.0007,149$
$\epsilon$	$= 2,097$
$E$	$= +5,052$

$o = +5^{\circ},052+(3)-(5)-(6)+(7)$



## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$r = \frac{\sin I. II. IV \sin I. III. II \sin I. IV. III}{\sin I. IV. II \sin I. II. III \sin I. III. IV}$$

$$I. II. IV = 52.7017,468 + (4)$$

$$I. III. II = 82.4384,153 - (8)$$

$$I. IV. III = 139.7663,565 + (5)$$

$$\log \sin = \overline{1} \cdot 86715503 + 62,6(4)$$

$$» = \overline{1} \cdot 98326183 - 19,3(8)$$

$$» = \overline{1} \cdot 90911121 - 49,1(5)$$

$$\overline{1} \cdot 75952807$$

$$I. IV. II = 113.5957,426 + (6)$$

$$I. II. III = 69.6730,260 + (3) + (4)$$

$$I. III. IV = 46.0470,203 - (7) - (8)$$

$$\log \sin = \overline{1} \cdot 99002003 - 14,8(6)$$

$$» = \overline{1} \cdot 94873712 + 35,2[(3) + (4)]$$

$$» = \overline{1} \cdot 82076988 - 77,2[(7) + (8)]$$

$$\overline{1} \cdot 75952703$$

$$(4) \quad 0 = +1,04 - 0,352(3) + 0,274(4) - 0,491(5) + 0,148(6) + 0,772(7) + 0,579(8)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$(1) \quad 0 = -3,925 + (1) + (2) + (3) + (4) - (8)$$

$$(2) \quad 0 = -7,653 + (1) + (4) + (6)$$

$$(3) \quad 0 = -1,324 + (2) + (5) - (7) - (8)$$

$$(4) \quad 0 = +1,040 - 0,352(3) + 0,274(4) - 0,491(5) + 0,148(6) + 0,772(7) + 0,579(8)$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

		$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$
(I)	$0 = -3,925$	+5.	+2.	+2.	-0,657
(II)	$0 = -7,653$	+2.	+3.	»	+0,422
(III)	$0 = -1,324$	+2.	»	+4.	-1,842
(IV)	$0 = +1,040$	-0,657	+0,422	-1,842	+1,39319

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$$\lambda_1 = -0,70996$$

$$\lambda_2 = +3,46437$$

$$\lambda_3 = -0,75466$$

$$\lambda_4 = -3,12843$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

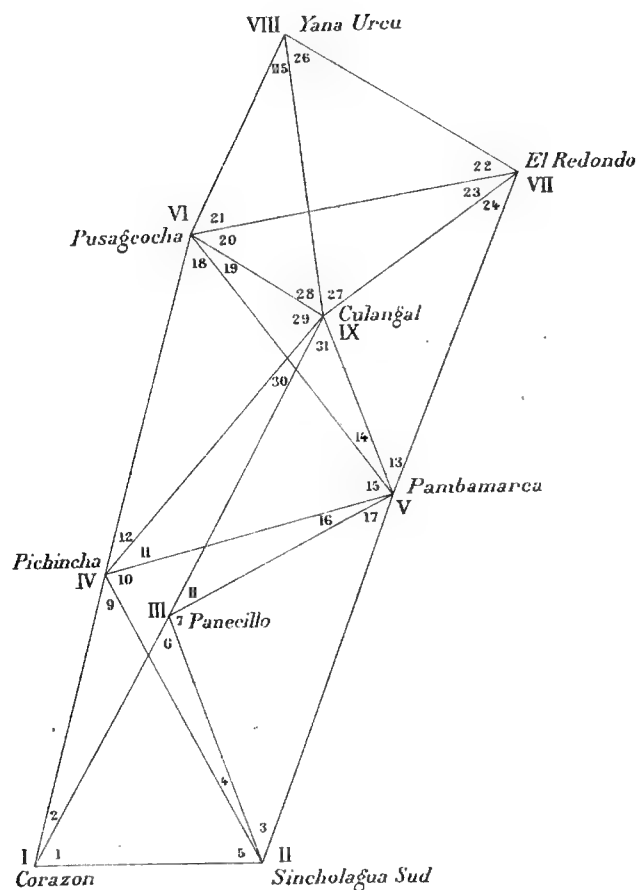
$$\text{El Pelado} \dots \left\{ \begin{array}{l} (1) = +2,75441 \\ (2) = -1,46462 \end{array} \right.$$

$$\text{El Redondo} \dots \left\{ \begin{array}{l} (5) = +0,78140 \\ (6) = +3,00137 \end{array} \right.$$

$$\text{Yana Urcu} \dots \left\{ \begin{array}{l} (3) = +0,39125 \\ (4) = +1,89722 \end{array} \right.$$

$$\text{Pinllar} \dots \left\{ \begin{array}{l} (7) = -1,66049 \\ (8) = -0,34674 \end{array} \right.$$

FIGURE 3.



*Renvoi aux stations.*  
(T. III, fasc. 1.)

Yana Urcu.....	8
El Redondo.....	10
Pusa Cocha.....	11
Culangal.....	12
Pambamarca.....	15 et rattachement F
Pichincha.....	16 et 16 bis
Panecillo.....	18 et rattachement G
Corazon.....	20 et 20 bis
Sincholaqua sud.....	21

## TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Panecillo.....	$54.0859^{\text{G}}, 584+(6)$
Corazon.....	$74.3358, 986+(1)$
Sincholaqua sud.	$71.5789, 415+(4)+(5)$
$\Sigma$	$= 200.0007, 985$
$\epsilon$	$= 7, 871$
$E$	$= +0, 114$

(1)  $0 = +0'', 114 + (1) + (4) + (5) + (6)$

Culangal.....	$58.9957^{\text{G}}, 191+(31)$
Panecillo.....	$35.6235, 179+(8)$
Pambamarca....	$105.3815, 440+(14)+(15)+(16)$
$\Sigma$	$= 200.0007, 810$
$\epsilon$	$= 7, 603$
$E$	$= +0, 207$

(3)  $0 = +0'', 207 + (8) + (14) + (15) + (16) + (31)$

Pambamarca....	$48.5450^{\text{G}}, 792+(17)$
Panecillo.....	$100.6200, 215+(7)$
Sincholaqua sud.	$50.8356, 828+(3)$
$\Sigma$	$= 200.0007, 835$
$\epsilon$	$= 11, 083$
$E$	$= -3, 248$

(2)  $0 = -3'', 248 + (3) + (7) + (17)$

Pichincha.....	$45.3315^{\text{G}}, 776+(9)$
Corazon.....	$84.2983, 265+(1)+(2)$
Sincholaqua sud.	$70.3711, 409+(5)$
$\Sigma$	$= 200.0010, 450$
$\epsilon$	$= 9, 449$
$E$	$= +1, 001$

(4)  $0 = +1'', 001 + (1) + (2) + (5) + (9)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Pambamarca} \dots & 61.1194^{\text{G}}.682+(16)+(17) & \\
 \text{Pichincha} \dots & 86.8384,495+(10) & \\
 \text{Sincholagua sud.} & 52.0434,834+(3)+(4) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0014,011 & \\
 \varepsilon & = 13,675 & \\
 \hline
 E & = +0,336 & 
 \end{array}$$

$$(5) \quad o = +0^{\text{N}}, 336 + (3) + (4) + (10) + (16) + (17)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Pusag Cocha} \dots & 57.7195^{\text{G}}.708+(18) & \\
 \text{Pichincha} \dots & 67.2929,190+(11)+(12) & \\
 \text{Pambamarca} \dots & 71.9884,814+(15) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0009,712 & \\
 \varepsilon & = 12,711 & \\
 \hline
 E & = -2,999 & 
 \end{array}$$

$$(6) \quad o = -2^{\text{N}}, 999 + (11) + (12) + (15) + (18)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Culangal} \dots & 69.0404^{\text{G}}.750+(30)+(31) & \\
 \text{Pichincha} \dots & 38.1531,883+(11) & \\
 \text{Pambamarca} \dots & 92.8071,550+(14)+(15) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0008,183 & \\
 \varepsilon & = 7,887 & \\
 \hline
 E & = +0,296 & 
 \end{array}$$

$$(7) \quad o = +0^{\text{N}}, 296 + (11) + (14) + (15) + (30) + (31)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Pusag Cocha} \dots & 79.5886^{\text{G}}.554+(18)+(19) & \\
 \text{Pichincha} \dots & 29.1397,307+(12) & \\
 \text{Culangal} \dots & 91.2722,525+(29) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0006,386 & \\
 \varepsilon & = 7,249 & \\
 \hline
 E & = -0,863 & 
 \end{array}$$

$$(8) \quad o = -0^{\text{N}}, 863 + (12) + (18) + (19) + (29)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Pusag Cocha} \dots & 21.8690^{\text{G}}.846+(19) & \\
 \text{Pambamarca} \dots & 17.8186,736+(14) & \\
 \text{Culangal} \dots & 160.3127,275+(29)+(30)+(31) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0004,857 & \\
 \varepsilon & = 2,425 & \\
 \hline
 E & = +2,432 & 
 \end{array}$$

$$o = +2^{\text{N}}, 432 + (14) + (19) + (29) + (30) + (31)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{El Redondo} \dots & 63.9604^{\text{G}}.657+(23)+(24) & \\
 \text{Pusag Cocha} \dots & 69.4157,894+(19)+(20) & \\
 \text{Pambamarca} \dots & 66.6247,539+(13)+(14) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0010,090 & \\
 \varepsilon & = 13,842 & \\
 \hline
 E & = -3,752 & 
 \end{array}$$

$$(8) \quad o = -3^{\text{N}}, 752 + (13) + (14) + (19) + (20) + (23) + (24)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{El Redondo} \dots & 35.7911^{\text{G}}.496+(24) & \\
 \text{Culangal} \dots & 115.4031,936-(27)-(28)-(29) & \\
 & -(30)-(31) & \\
 \text{Pambamarca} \dots & 48.8060,803+(13) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0004,235 & \\
 \varepsilon & = 6,399 & \\
 \hline
 E & = -2,164 & 
 \end{array}$$

$$(9) \quad o = -2^{\text{N}}, 164 + (13) + (24) - (27) - (28) - (29) - (30) - (31)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{El Redondo} \dots & 28.1693^{\text{G}}.161+(23) & \\
 \text{Pusag Cocha} \dots & 47.5467,048+(20) & \\
 \text{Culangal} \dots & 124.2840,789+(27)+(28) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0000,998 & \\
 \varepsilon & = 5,018 & \\
 \hline
 E & = -4,020 & 
 \end{array}$$

$$o = -4^{\text{N}}, 020 + (20) + (23) + (27) + (28)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Yana Urcu} \dots & 57.1509^{\text{G}}.988+(26) & \\
 \text{Culangal} \dots & 68.8897,200+(27) & \\
 \text{El Redondo} \dots & 73.9598,839+(22)+(23) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0006,027 & \\
 \varepsilon & = 8,888 & \\
 \hline
 E & = -2,861 & 
 \end{array}$$

$$(10) \quad o = -2^{\text{N}}, 861 + (22) + (23) + (26) + (27)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Yana Urcu} \dots & 35.7029^{\text{G}}.156+(25) & \\
 \text{Pusag Cocha} \dots & 108.9030,213+(20)+(21) & \\
 \text{Culangal} \dots & 55.3943,589+(28) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0002,958 & \\
 \varepsilon & = 4,850 & \\
 \hline
 E & = -1,892 & 
 \end{array}$$

$$(11) \quad o = -1^{\text{N}}, 892 + (20) + (21) + (25) + (28)$$

Yana Urcu...	$92.8539,144+(25)+(26)$
Pusag Cocha..	$61.3563,165+(21)$
El Redondo...	$45.7905,678+(22)$

$$\Sigma = 200.0007,987$$

$$\varepsilon = 8,720$$

$$E = -0,733$$

$$(12) \quad 0 = -0'',733 + (21) + (22) + (25) + (26)$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$I = \frac{\sin II.IV \sin II.IV.V \sin I.III.II \sin II.V.III}{\sin I.IV.II \sin II.V.IV \sin II.I.III \sin II.III.V}$$

II.I.IV =	$84.2980,115+(1)+(2)$	log sin =	$\bar{1}.98665383+17,2[(1)+(2)]$
II.IV.V =	$86.8379,936+(10)$	» =	$\bar{1}.99065118+14,3(10)$
I.III.II =	$54.0856,960+(6)$	» =	$\bar{1}.87564027+60,0(6)$
II.V.III =	$48.5447,098+(17)$	» =	$\bar{1}.83932669+71,4(17)$
			$\bar{1}.69227197$

I.IV.II =	$45.3312,626+(9)$	log sin =	$\bar{1}.81517646+79,1(9)$
II.V.IV =	$61.1190,124+(16)+(17)$	» =	$\bar{1}.91340226+47,7[(16)+(17)]$
II.I.III =	$74.3356,362+(1)$	» =	$\bar{1}.96371025+29,1(1)$
II.III.V =	$100.6196,520+(7)$	» =	$\bar{1}.9997942-0,7(7)$
			$\bar{1}.69226839$

$$(13) \quad 0 = +3,58 - 0,119(1) + 0,172(2) + 0,600(6) + 0,007(7) - 0,791(9) + 0,143(10) - 0,447(16) + 0,237(17)$$

$$I = \frac{\sin III.II.V \sin V.III.IX \sin II.IV.V \sin IV.IX.V}{\sin II.III.V \sin III.IX.V \sin IV.II.V \sin V.IV.IX}$$

III.II.V =	$50.8353,134+(3)$	log sin =	$\bar{1}.85510929+66,4(3)$
V.III.IX =	$35.6232,645+(8)$	» =	$\bar{1}.72494803+108,9(8)$
II.IV.V =	$86.8379,936+(10)$	» =	$\bar{1}.99065118+14,3(10)$
IV.IX.V =	$69.0402,121+(30)+(31)$	» =	$\bar{1}.94648224+36,0[(30)+(31)]$
			$\bar{1}.51719074$

II.III.V =	$100.6196,520+(7)$	log sin =	$\bar{1}.9997942-0,7(7)$
III.IX.V =	$58.9954,657+(31)$	» =	$\bar{1}.90289553+51,2(31)$
IV.II.V =	$52.0430,276+(3)+(4)$	» =	$\bar{1}.86298429+63,9[(3)+(4)]$
V.IV.IX =	$38.1529,254+(11)$	» =	$\bar{1}.75133186+99,9(11)$
			$\bar{1}.51719110$

$$(14) \quad 0 = +0,36 - 0,025(3) + 0,639(4) - 0,007(7) - 1,089(8) - 0,143(10) + 0,999(11) - 0,360(30) + 0,152(31)$$

$$1 = \frac{\sin IV. V. IX \sin IV. IX. VI \sin IV. VI. V}{\sin IV. IX. V \sin IV. VI. IX \sin IV. V. VI}$$

$$\begin{array}{ll} IV. V. IX = 92.8068^{\circ}, 921 + (14) + (15) & \log \sin = \bar{1}.99722187 + 7, 8[(14) + (15)] \\ IV. IX. VI = 91.2720, 109 + (29) & \text{»} = \bar{1}.99590562 + 9, 5(29) \\ IV. VI. V = 57.7191, 471 + (18) & \text{»} = \bar{1}.89621935 + 53, 4(18) \\ & \hline & \bar{1}.88934684 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} IV. IX. V = 69.0402^{\circ}, 121 + (30) + (31) & \log \sin = \bar{1}.94648224 + 36, 0[(30) + (31)] \\ IV. VI. IX = 79.5884, 138 + (18) + (19) & \text{»} = \bar{1}.97728397 + 22, 7[(18) + (19)] \\ IV. V. VI = 74.9880, 577 + (15) & \text{»} = \bar{1}.96558159 + 28, 3(15) \\ & \hline & \bar{1}.88934780 \end{array}$$

$$(15) \quad 0 = +0, 96 - 0, 078(14) + 0, 205(15) - 0, 307(18) + 0, 227(19) - 0, 095(29) + 0, 360(30) + 0, 360(31)$$

$$1 = \frac{\sin VII. VI. IX \sin V. VII. IX \sin VI. V. IX}{\sin VI. VII. IX \sin VII. V. IX \sin V. VI. IX}$$

$$\begin{array}{ll} VII. VI. IX = 47.5465^{\circ}, 375 + (20) & \log \sin = \bar{1}.83208550 + 73, 7(20) \\ V. VII. IX = 35.7909, 363 + (24) & \text{»} = \bar{1}.72676890 + 108, 3(24) \\ VI. V. IX = 17.8185, 928 + (14) & \text{»} = \bar{1}.44130792 + 237, 4(14) \\ & \hline & \bar{1}.00016232 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} VI. VII. IX = 28.1691^{\circ}, 488 + (23) & \log \sin = \bar{1}.63162830 + 144, 0(23) \\ VII. V. IX = 48.8058, 670 + (13) & \text{»} = \bar{1}.84118401 + 70, 8(13) \\ V. VI. IX = 21.8690, 038 + (19) & \text{»} = \bar{1}.52737359 + 190, 7(19) \\ & \hline & \bar{1}.00018590 \end{array}$$

$$(16) \quad 0 = +23, 58 + 0, 708(13) - 2, 374(14) + 1, 907(19) - 0, 737(20) + 1, 440(23) - 1, 083(24)$$

$$1 = \frac{\sin VIII. VI. IX \sin VII. VIII. IX \sin VI. VII. IX}{\sin VI. VIII. IX \sin VIII. VII. IX \sin VII. VI. IX}$$

$$\begin{array}{ll} VIII. VI. IX = 108.9028^{\circ}, 596 + (20) + (21) & \log \sin = \bar{1}.99573937 - 9, 6[(20) + (21)] \\ VII. VIII. IX = 57.1507, 025 + (26) & \text{»} = \bar{1}.89315583 + 54, 4(26) \\ VI. VII. IX = 28.1691, 488 + (23) & \text{»} = \bar{1}.63162830 + 144, 0(23) \\ & \hline & \bar{1}.52052350 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} VI. VIII. IX = 35.7027^{\circ}, 539 + (25) & \log \sin = \bar{1}.72581259 + 108, 6(25) \\ VIII. VII. IX = 73.9595, 876 + (22) + (23) & \text{»} = \bar{1}.96260717 + 29, 6[(22) + (23)] \\ VII. VI. IX = 47.5465, 375 + (20) & \text{»} = \bar{1}.83208550 + 73, 7(20) \\ & \hline & \bar{1}.52050526 \end{array}$$

$$(17) \quad 0 = +18, 24 - 0, 833(20) - 0, 096(21) - 0, 296(22) + 1, 144(23) - 1, 086(25) + 0, 544(26)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = + 0,114 + (1) + (4) + (5) + (6)$   
 (2)  $0 = - 3,248 + (3) + (7) + (17)$   
 (3)  $0 = + 0,207 + (8) + (14) + (15) + (16) + (31)$   
 (4)  $0 = + 1,001 + (1) + (2) + (5) + (9)$   
 (5)  $0 = + 0,336 + (3) + (4) + (10) + (16) + (17)$   
 (6)  $0 = - 2,999 + (11) + (12) + (15) + (18)$   
 (7)  $0 = + 0,296 + (11) + (14) + (15) + (30) + (31)$   
 (8)  $0 = - 3,752 + (13) + (14) + (19) + (20) + (23) + (24)$   
 (9)  $0 = - 2,164 + (13) + (24) - (27) - (28) - (29) - (30) - (31)$   
 (10)  $0 = - 2,861 + (22) + (23) + (26) + (27)$   
 (11)  $0 = - 1,892 + (20) + (21) + (25) + (28)$   
 (12)  $0 = - 0,733 + (21) + (22) + (25) + (26)$   
 (13)  $0 = + 3,580 - 0,119(1) + 0,172(2) + 0,600(6) + 0,007(7) - 0,791(9) + 0,143(10) - 0,477(16) + 0,237(17)$   
 (14)  $0 = + 0,360 - 0,025(3) + 0,639(4) - 0,007(7) - 1,089(8) - 0,143(10) + 0,999(11) - 0,360(30) + 0,152(31)$   
 (15)  $0 = + 0,960 - 0,078(14) + 0,205(15) - 0,307(18) + 0,227(19) - 0,095(29) + 0,360(30) + 0,360(31)$   
 (16)  $0 = + 23,580 + 0,708(13) - 2,374(14) + 1,907(19) - 0,737(20) + 1,440(23) - 1,083(24)$   
 (17)  $0 = + 18,240 - 0,833(20) - 0,096(21) - 0,296(22) + 1,144(23) - 1,086(25) + 0,544(26)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$	$\lambda_5.$	$\lambda_6.$	$\lambda_7.$	$\lambda_8.$	$\lambda_9.$	
(I)	$0 = + 0,114$	$+4.$	»	$+2.$	$+1.$	»	»	»	»	...
(II)	$0 = - 3,248$	» $+3.$	»	»	$+2.$	»	»	»	»	...
(III)	$0 = + 0,207$	»	$+5.$	»	$+1.$	$-1.$	$+3.$	$+1.$	$-1.$	...
(IV)	$0 = + 1,001$	$+2.$	»	$+4.$	»	»	»	»	»	...
(V)	$0 = + 0,336$	$+1.$	$+2.$	$+1.$	$+5.$	»	»	»	»	...
(VI)	$0 = - 2,999$	»	»	$+1.$	»	»	$-1.$	$+2.$	»	...
(VII)	$0 = + 0,296$	»	»	$+3.$	»	»	$+2.$	$+5.$	$+1.$	$-2.$
(VIII)	$0 = - 3,752$	»	»	$+1.$	»	»	$+1.$	$-6.$	$+2.$	...
(IX)	$0 = - 2,164$	»	»	$-1.$	»	»	$-2.$	$+2.$	$+7.$	...
(X)	$0 = - 2,861$	»	»	»	»	»	»	$+1.$	$-1.$	...
(XI)	$0 = - 1,892$	»	»	»	»	»	»	$-1.$	$-1.$	...
(XII)	$0 = - 0,733$	»	»	»	»	»	»	»	»	...
(XIII)	$0 = + 3,580$	$+0,481$	$+0,244$	$-0,477$	$-0,738$	$-0,097$	»	»	»	...
(XIV)	$0 = + 0,360$	$+0,639$	$-0,032$	$-0,937$	»	$+0,471$	$+0,999$	$+0,791$	»	$+0,208$
(XV)	$0 = + 0,960$	»	»	$+0,487$	»	»	$-0,102$	$+0,847$	$+0,149$	$-0,625$
(XVI)	$0 = + 23,580$	»	»	$-2,374$	»	»	»	$-2,374$	$-0,139$	$-0,375$
(XVII)	$0 = + 18,240$	»	»	»	»	»	»	$+0,311$	»	...

## ÉQUATIONS NORMALES (suite).

	$\lambda_{10}$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{13}$	$\lambda_{14}$	$\lambda_{15}$	$\lambda_{16}$	$\lambda_{17}$
(I) ...	»	»	»	+0,481	+0,639	»	»	»
(II) ...	»	»	»	+0,244	-0,032	»	»	»
(III) ...	»	»	»	-0,477	-0,937	+0,487	-2,374	»
(IV) ...	»	»	»	-0,738	»	»	»	»
(V) ...	»	»	»	-0,097	+0,471	»	»	»
(VI) ...	»	»	»	»	+0,999	-0,102	»	»
(VII) ...	»	»	»	»	+0,791	+0,847	-2,374	»
(VIII) ...	+1.	+1.	»	»	»	+0,149	-0,139	+0,311
(IX) ...	-1.	-1.	»	»	+0,208	-0,625	-0,375	»
(X) ...	+4.	»	+2.	»	»	»	+1,440	+1,392
(XI) ...	»	+4.	+2.	»	»	»	-0,737	-2,015
(XII) ...	+2.	+2.	+4.	»	»	»	»	-0,934
(XIII) ...	»	»	»	+1,33362	-0,02050	»	»	»
(XIV) ...	»	»	»	-0,02050	+2,76507	-0,07488	»	»
(XV) ...	»	»	»	»	-0,07488	+0,46212	+0,61806	»
(XVI) ...	+1,440	-0,737	»	»	»	+0,61806	+13,56345	+2,26128
(XVII) ...	+1,392	-2,015	-0,934	»	»	»	+2,26128	+3,57480

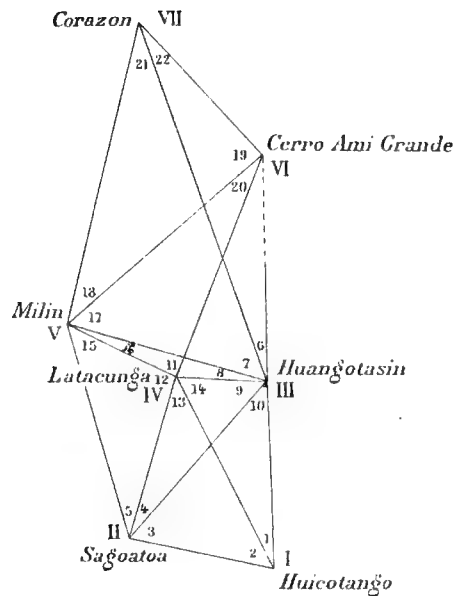
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = +2,57660$	$\lambda_6 = +2,70297$	$\lambda_{10} = +6,16861$	$\lambda_{14} = -1,32356$
$\lambda_2 = +2,37422$	$\lambda_7 = -2,07676$	$\lambda_{11} = -2,58682$	$\lambda_{15} = +6,70776$
$\lambda_3 = -1,65291$	$\lambda_8 = +0,78887$	$\lambda_{12} = -3,63921$	$\lambda_{16} = -2,02560$
$\lambda_4 = -2,68890$	$\lambda_9 = +0,29572$	$\lambda_{13} = -6,23185$	$\lambda_{17} = -8,70062$
$\lambda_5 = -1,19789$			

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Corazon .....	{	(1) = +0,62965	Pusag Cocha.....	{	(18) = +0,64369
		(2) = -3,76129			(19) = -1,55099
Sincholagua sud...	{	(3) = +1,20912			(20) = +6,94254
		(4) = +0,53296			(21) = -5,39077
		(5) = -0,11230			(22) = +5,10478
Panecillo .....	{	(6) = -1,16431	El Redondo .....	{	(23) = -5,91289
		(7) = +2,33984			(24) = +3,27831
		(8) = -0,21155			(25) = +3,22284
		(9) = +2,24287	Yana Urcu.....	{	(26) = -2,20374
Pichincha.....	{	(10) = -1,90021			(27) = +5,87289
		(11) = -0,69603			(28) = -2,88254
		(12) = +2,70297	Culangal.....	{	(29) = -0,93296
		(13) = -0,34953			(30) = +0,51879
Pambamarca.....	{	(14) = +1,34476			(31) = -1,81178
		(15) = +0,34839			
		(16) = +0,12322			
		(17) = -0,30133			

FIGURE 4.



*Renvoi aux stations.*  
(T. III, fasc. 1.)

Corazon.....	20
Cerro Ami Grande...	22
Milin.....	23
Latacunga.....	24
Huangotasin.....	25
Sagoatoa.....	26
Huicotango.....	27

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Latacunga} \dots & 42.4850^{\text{G}}, 684 + (13) & \\
 \text{Sagoatoa} \dots & 98.3394, 613 + (3) + (4) & \\
 \text{Huicotango} \dots & 59.1757, 615 + (2) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0002, 912 & \\
 \varepsilon & = 3, 929 & \\
 \hline
 E & = -1, 017 & 
 \end{array}$$

(1)  $0 = -1'', 017 + (2) + (3) + (4) + (13)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Huangotasin} \dots & 116.8009^{\text{G}}, 938 + (9) + (10) & \\
 \text{Latacunga} \dots & 58.6048, 529 + (14) & \\
 \text{Huicotango} \dots & 24.5942, 836 + (1) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0001, 303 & \\
 \varepsilon & = 2, 461 & \\
 \hline
 E & = -1, 158 & 
 \end{array}$$

(2)  $0 = -1'', 158 + (1) + (9) + (10) + (14)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Milin} \dots & 64.7265^{\text{G}}, 841 + (15) & \\
 \text{Sagoatoa} \dots & 33.1539, 730 + (5) & \\
 \text{Latacunga} \dots & 102.1200, 648 + (12) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0006, 219 & \\
 \varepsilon & = 2, 976 & \\
 \hline
 E & = +3, 243 & 
 \end{array}$$

(3)  $0 = +3'', 243 + (5) + (12) + (15)$

*Arc de méridien équatorial, t. III, (2).*

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Cerro Ami G}^{\text{de}} & 27.7500^{\text{G}}, 011 + (20) & \\
 \text{Milin} \dots & 64.1025, 273 + (16) + (17) & \\
 \text{Latacunga} \dots & 108.1476, 484 + (11) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0001, 768 & \\
 \varepsilon & = 3, 459 & \\
 \hline
 E & = -1, 691 & 
 \end{array}$$

(4)  $0 = -1'', 691 + (11) + (16) + (17) + (20)$



Huangotasin ..	$\overset{G}{84.8778}, 115 + (6) + (7) + (8)$
Cerro Ami G <sup>de</sup> .	$26.4801, 086[\text{conclu}]$
Latacunga . . .	$88.6423, 655 - (11) - (12) - (13) - (14)$

$$200 + \varepsilon = 200.0002, 856$$

Cerro Ami G <sup>de</sup> .	$\overset{G}{54.2300}, 264[\text{conclu}]$
Milin . . . . .	$62.6449, 324 + (17)$
Huangotasin ..	$83.1256, 654 + (6) + (7)$

$$200 + \varepsilon = 200.0006, 242$$

Huangotasin ..	$\overset{G}{46.5251}, 127 + (10)$
Sagoatola . . .	$69.7049, 004 + (3)$
Huicotango . .	$83.7700, 451 + (1) + (2)$

$$\Sigma = 200.0000, 582$$

$$\varepsilon = 3, 912$$

$$E = -3, 330$$

$$(5) \quad o = -3'', 330 + (1) + (2) + (3) + (10)$$

Milin . . . . .	$\overset{G}{66.1841}, 790 + (15) + (16)$
Sagoatola . . .	$61.7885, 339 + (4) + (5)$
Huangotasin ..	$72.0280, 272 + (8) + (9)$

$$\Sigma = 200.0007, 401$$

$$\varepsilon = 5, 527$$

$$E = +1, 874$$

$$o = +1'', 874 + (4) + (5) + (8) + (9) + (15) + (16)$$

Latacunga . . .	$\overset{G}{101.0899}, 213 + (13) + (14)$
Sagoatola . . .	$28.6345, 609 + (4)$
Huangotasin ..	$70.2758, 811 + (9)$

$$\Sigma = 200.0003, 633$$

$$\varepsilon = 2, 478$$

$$E = +1, 155$$

$$o = +1'', 155 + (4) + (9) + (13) + (14)$$

Latacunga . . .	$\overset{G}{196.7900}, 139 - (12) - (13) - (14)$
Huangotasin ..	$1.7521, 461 + (8)$
Milin . . . . .	$1.4575, 949 + (16)$

$$\Sigma = 199.9997, 549$$

$$\varepsilon = 0, 073$$

$$E = -2, 524$$

$$(6) \quad o = -2'', 524 + (8) - (12) - (13) - (14) + (16)$$

Corazon . . . . .	$\overset{G}{36.5453}, 453 + (21)$
Milin . . . . .	$100.8251, 122 + (17) + (18)$
Huangotasin ..	$62.6302, 376 + (7)$

$$\Sigma = 200.0006, 951$$

$$\varepsilon = 8, 961$$

$$E = -2, 010$$

$$(7) \quad o = -2'', 010 + (7) + (17) + (18) + (21)$$

Corazon . . . . .	$\overset{G}{63.0576}, 257 + (21) + (22)$
Milin . . . . .	$38.1801, 798 + (18)$
Cerro Ami G <sup>de</sup> .	$98.7628, 575 + (19)$

$$\Sigma = 200.0006, 630$$

$$\varepsilon = 6, 487$$

$$E = +0, 143$$

$$(8) \quad o = +0'', 143 + (18) + (19) + (21) + (22)$$

Cerro Ami G <sup>de</sup> . . . . .	$\overset{G}{152.9926}, 686[\text{conclu}]$
Corazon . . . . .	$26.5122, 804 + (22)$
Huangotasin . . . . .	$20.4954, 278 + (6)$

$$200 + \varepsilon = 200.0003, 768$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin II. I. III \sin II. III. IV \sin I. IV. II}{\sin I. III. II \sin II. IV. III \sin II. I. IV}$$

$$\begin{aligned} II. I. III &= 83.7699,147+(1)+(2) \\ II. III. IV &= 70.2757,985+(9) \\ I. IV. II &= 42.4849,374+(13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.98573088+17,8[(1)+(2)] \\ &= \bar{1}.95083441+34,4(9) \\ &= \bar{1}.79162618+86,6(13) \\ &\quad \bar{1}.72819147 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I. III. II &= 46.5249,823+(10) \\ II. IV. III &= 101.0898,387+(13)+(14) \\ II. I. IV &= 59.1756,305+(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.82443502+76,1(10) \\ &= \bar{1}.99993635-1,2[(13)+(14)] \\ &= \bar{1}.90381576+51,0(2) \\ &\quad \bar{1}.72818713 \end{aligned}$$

$$(9) \quad 0 = +4,34+0,178(1)-0,332(2)+0,344(9)-0,761(10)+0,878(13)+0,012(14)$$

$$1 = \frac{\sin IV. V. VI \sin III. IV. VI \sin V. III. VI}{\sin V. IV. VI \sin IV. III. VI \sin III. V. VI}$$

$$\begin{aligned} IV. V. VI &= 64.1024,120+(16)+(17) \\ III. IV. VI &= 88.6422,703-(11)-(12)-(13)-(14) \\ V. III. VI &= 83.1254,573+(6)+(7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.92695374+43,1[(16)+(17)] \\ &= \bar{1}.99305144-12,3[(11)+(12)+(13)+(14)] \\ &= \bar{1}.98456131+18,5[(6)+(7)] \\ &\quad \bar{1}.90456649 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V. IV. VI &= 108.1475,331+(11) \\ IV. III. VI &= 84.8777,163+(6)+(7)+(8) \\ III. V. VI &= 62.6447,243+(17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.99643355-8,7(11) \\ &= \bar{1}.98763039+16,5[(6)+(7)+(8)] \\ &= \bar{1}.92050445+45,4(17) \\ &\quad \bar{1}.90456839 \end{aligned}$$

$$(10) \quad 0 = +1,90-0,020(6)-0,020(7)+0,165(8)+0,036(11)+0,123(12)+0,123(13)+0,123(14)-0,431(16)+0,023(17)$$

$$1 = \frac{\sin V. III. VI \sin V. VI. VII \sin III. VII. V}{\sin III. VI. V \sin V. VII. VI \sin V. III. VII}$$

$$\begin{aligned} V. III. VI &= 83.1254,573+(6)+(7) \\ V. VI. VII &= 98.7626,413+(19) \\ III. VII. V &= 36.5450,466+(21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.98456131+18,5[(6)+(7)] \\ &= \bar{1}.99991796+1,3(19) \\ &= \bar{1}.73482849+105,5(21) \\ &\quad \bar{1}.71930776 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} III. VI. V &= 54.2298,184-(6)-(7)-(17) \\ V. VII. VI &= 63.0574,095+(21)+(22) \\ V. III. VII &= 62.6299,389+(7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.87650275-59,7[(6)+(7)+(17)] \\ &= \bar{1}.92236320+44,7[(21)+(22)] \\ &= \bar{1}.92043736+45,3(7) \\ &\quad \bar{1}.71930331 \end{aligned}$$

$$(11) \quad 0 = +4,45+0,782(6)+0,329(7)+0,597(17)+0,013(19)+0,608(21)-0,447(22)$$



## EQUATIONS NORMALES (suite).

	$\lambda_7$	$\lambda_8$	$\lambda_9$	$\lambda_{10}$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$
(I) ...	»	»	+0,546	+0,123	»	+ 2,019
(II) ...	»	»	-0,227	+0,123	»	- 0,500
(III) ...	»	»	»	+0,123	»	+ 2,312
(IV) ...	+1.	»	»	-0,372	+0,597	+ 0,942
(V) ...	»	»	-0,915	»	»	- 1,369
(VI) ...	»	»	-0,890	-0,635	»	- 5,914
(VII) ...	+4.	+2.	»	+0,003	+1,534	- 1,279
(VIII) ...	+2.	+4.	»	»	+0,174	»
(IX) ...	»	»	+1,61039	+0,10947	»	+ 0,98395
(X) ...	+0,003	»	+0,10947	+0,26100	-0,00849	+ 0,23613
(XI) ...	+1,534	+0,174	»	-0,00849	+1,64582	- 1,64250
(XII) ...	-1,279	»	+0,98395	+0,23613	-1,64250	+25,57074

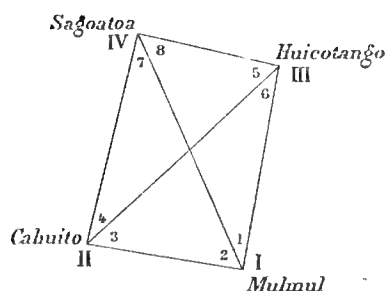
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = + 2,54586$	$\lambda_5 = - 2,45436$	$\lambda_9 = - 5,06826$
$\lambda_2 = + 0,36563$	$\lambda_6 = - 4,12893$	$\lambda_{10} = - 13,46841$
$\lambda_3 = - 0,39249$	$\lambda_7 = + 3,48701$	$\lambda_{11} = - 8,20064$
$\lambda_4 = + 1,01684$	$\lambda_8 = - 1,42253$	$\lambda_{12} = - 1,96274$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Huicotango . . . . .	{	(1) = + 0,30064	Latacunga . . . . .	{	(11) = - 2,50046
		(2) = + 0,77317			(12) = - 0,95260
Sagoatoa . . . . .	{	(3) = + 0,12683		{	(13) = - 2,46419
		(4) = + 2,58119			(14) = - 0,25530
		(5) = - 2,72619			(15) = + 0,43579
Huangotasin . . . . .	{	(6) = - 2,78725	Milin . . . . .	{	(16) = + 1,84685
		(7) = + 4,41466			(17) = - 1,54765
		(8) = - 2,99493			(18) = + 2,06448
	{	(9) = - 1,01670	Cerro Ami Grande . . .	{	(19) = - 1,52914
		(10) = + 2,12936			(20) = + 3,89226
Corazon . . . . .	{	(21) = - 2,92151		{	(22) = + 2,24316
		(22) = + 2,24316			

FIGURE 5.



*Renvoi aux stations.*  
(T. III, fasc. 1.)

Sagoatoa.....	26
Huicotango.....	27
Cahuito.....	28
Mulmul.....	29

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Huicotango.....	<sup>6</sup> 41.2831,743+(6)
Cahuito.....	56.4294,235+(3)
Mulmul.....	102.2883,255+(1)+(2)
$\Sigma$ =	200.0009,233
$\varepsilon$ =	4,603
E =	+4,630

(1)  $0 = +4'', 630 + (1) + (2) + (3) + (6)$

Sagoatoa.....	<sup>6</sup> 42.6672,276+(7)
Cahuito.....	93.9253,750+(3)+(4)
Mulmul.....	63.4086,233+(2)
$\Sigma$ =	200.0012,259
$\varepsilon$ =	4,829
E =	+7,430

(2)  $0 = +7'', 430 + (2) + (3) + (4) + (7)$

Sagoatoa.....	<sup>6</sup> 101.7065,403+(7)+(8)
Cahuito.....	37.4959,515+(4)
Huicotango.....	60.7980,959+(5)
$\Sigma$ =	200.0005,877
$\varepsilon$ =	4,459
E =	+1,418

(3)  $0 = +1'', 418 + (4) + (5) + (7) + (8)$

Huicotango.....	<sup>6</sup> 102.0812,702+(5)+(6)
Sagoatoa.....	59.0393,127+(8)
Mulmul.....	38.8797,022+(1)
$\Sigma$ =	200.0002,851
$\varepsilon$ =	4,233
E =	-1,382

$0 = -1'', 382 + (1) + (5) + (6) + (8)$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$r = \frac{\sin I. II. IV \sin I. IV. III \sin I. III. II}{\sin I. IV. II \sin I. III. IV \sin I. II. III}$$

$$\begin{array}{ll} I. II. IV = 93.9252,140+(3)+(4) & \log \sin = 7.99801977+6,5[(3)+(4)] \\ I. IV. III = 59.0391,716+(8) & \text{»} = 7.90311928+51,1(8) \\ I. III. II = 41.2830,209+(6) & \text{»} = 7.78101495+90,1(6) \\ & \hline & 7.68215400 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} I. IV. II = 42.6670,666+(7) & \log \sin = 7.79319838+86,0(7) \\ I. III. IV = 102.0811,291+(5)+(6) & \text{»} = 7.99976790-2,2[(5)+(6)] \\ I. II. III = 56.4292,701+(3) & \text{»} = 7.88918614+55,7(3) \\ & \hline & 7.68215242 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +1,58-0,492(3)+0,065(4)+0,022(5)+0,923(6)-0,860(7)+0,511(8)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$\begin{array}{ll} (1) & 0 = +4,630+(1)+(2)+(3)+(6) \\ (2) & 0 = +7,430+(2)+(3)+(4)+(7) \\ (3) & 0 = +1,418+(4)+(5)+(7)+(8) \\ (4) & 0 = +1,580-0,492(3)+0,065(4)+0,022(5)+0,923(6)-0,860(7)+0,511(8) \end{array}$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
(I) $0 = +4,630$	+4.	+2.	»	+0,431
(II) $0 = +7,430$	+2.	+4.	+2.	-1,287
(III) $0 = +1,418$	»	+2.	+4.	-0,262
(IV) $0 = +1,580$	+0,431	-1,287	-0,262	+2,09942

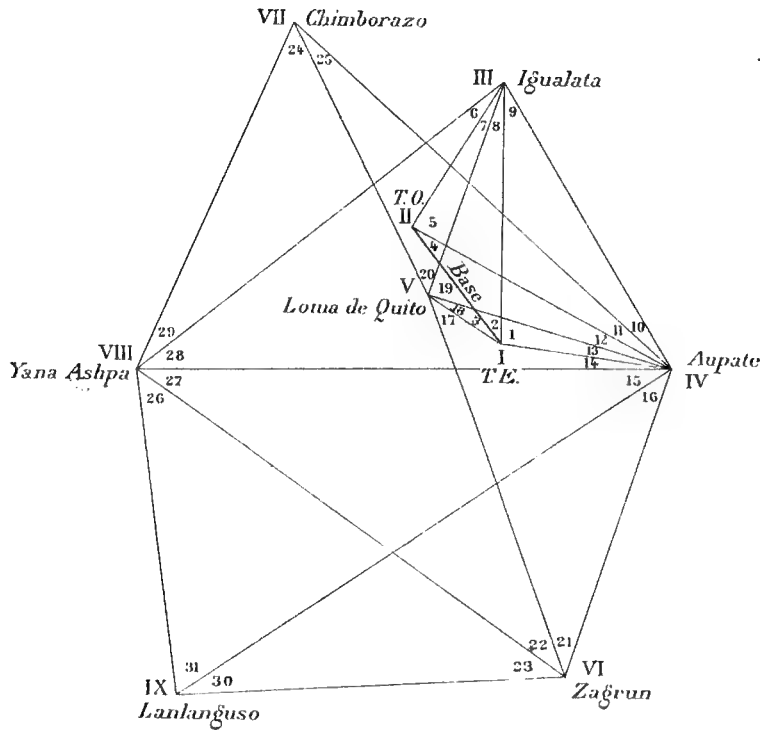
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$$\lambda_1 = +1,67004 \quad \lambda_2 = -4,82964 \quad \lambda_3 = +1,80944 \quad \lambda_4 = +3,83032$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{ll} \text{Mulmul...} \left\{ \begin{array}{l} (1) = +1,67004 \\ (2) = -3,15960 \end{array} \right. & \text{Huicotango...} \left\{ \begin{array}{l} (5) = +1,72517 \\ (6) = -1,86535 \end{array} \right. \\ \text{Cahuito...} \left\{ \begin{array}{l} (3) = -1,27509 \\ (4) = -3,26918 \end{array} \right. & \text{Sagoatla...} \left\{ \begin{array}{l} (7) = +0,27387 \\ (8) = -0,14786 \end{array} \right. \end{array}$$

FIGURE 6.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Chimborazo...	30
Igualata .....	31
Terme ouest de la base de Riobamba.....	32
Loma de Quito.....	33
Terme est de la base de Riobamba.....	34
Aupate.....	35
Yana Ashpa.....	36
Zagrun .....	37
Lanlanguso .....	38

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Igualata.....	$49.2545^{\circ}, 074 + (7) + (8)$
Terme ouest ..	$98.6838, 382 + (4) + (5)$
Terme est . . .	$52.0609, 840 + (2)$

$$\Sigma = 199.9993, 296$$

$$\varepsilon = 0, 723$$

$$E = -7, 427$$

$$(1) \quad 0 = -7'', (27 + (2) + (4) + (5) + (7) + (8))$$

Aupate .....	$15.6385^{\circ}, 243 + (12) + (13)$
Terme ouest ..	$13.1024, 989 + (4)$
Terme est . . .	$171.2588, 698 + (1) + (2)$

$$\Sigma = 199.9998, 930$$

$$\varepsilon = 0, 254$$

$$E = -1, 324$$

$$(2) \quad 0 = -1'', 324 + (1) + (2) + (4) + (12) + (13)$$

Igualata.....	$77.6179^{\circ}, 718 + (7) + (8) + (9)$
Terme ouest ..	$85.5813, 393 + (5)$
Aupate .....	$36.8010, 356 + (10) + (11)$

$$\Sigma = 200.0003, 467$$

$$\varepsilon = 1, 264$$

$$E = +2, 203$$

$$(3) \quad 0 = +2'', 203 + (5) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11)$$

Aupate .....	$52.4395^{\circ}, 599 + (10) + (11) + (12) + (13)$
Igualata.....	$28.3634, 644 + (9)$
Terme est.....	$119.1978, 858 + (1)$

$$\Sigma = 200.0009, 101$$

$$\varepsilon = 0, 795$$

$$E = +8, 306$$

$$0 = +8'', 306 + (1) + (9) + (10) + (11) + (12) + (13)$$

	<sup>G</sup>
Loma de Quito.	121.2811,825+(18)+(19)
Termo est. ....	59.5369,241+(2)+(3)
Igualata.....	19.1812,726+(8)

$$\Sigma = 199.9993,792$$

$$\varepsilon = 0,359$$

E = —6,567

$$(4) \quad 0 = -6'', 567 + (2) + (3) + (8) + (18) + (19)$$

Aupate . . . . .	$7.3831,617+(13)$
Terme est. . . . .	$178.7348,099+(1)+(2)+(3)$
Loma de Quito.	$13.8820,213+(18)$

$$\Sigma = 199.9999,929$$

$$\varepsilon = 0,086$$

$$E = -0,157$$

$$(5) \quad 0 = -0'', 157 + (1) + (2) + (3) + (13) + (18)$$

Loma de Quito.	$107.3991,612+(19)$
Aupato . . . . .	$45.0563,982+(10)+(11)+(12)$
Igualata. . . . .	$47.5447,370+(8)+(9)$

$$\Sigma = 200,0002,964$$

$$\varepsilon = 1,068$$

$$E = +1,896$$

$$0 = +1'', 896 + (8) + (9) + (10) + (11) + (12) + (19)$$

Chimborazo . . .	$15.0641^{\text{G}}, 059+(25)$
Loma de Quito.	$155.4185, 676+(19)+(20)$
Aupate . . . . .	$29.5168, 901+(11)+(12)$

$$\Sigma = 199.9995,636$$

$$\epsilon = 1,381$$

E = -5,745

$$(6) \quad 0 = -5'', 745 + (11) + (12) + (19) + (20) + (25)$$

Yana Ashpa . . .	$36.0826^{+0.0007}_{-0.0007} + (28)$
Aupato . . . . .	$68.3103^{+0.0007}_{-0.0007} + (10) + (11) + (12)$ $+ (13) + (14)$
Igualata . . . . .	$95.6076^{+0.0007}_{-0.0007} + (6) + (7) + (8) + (9)$

$$\Sigma = 200.0006,952$$

$$\varepsilon = 3,921$$

$$E = +3,03 \text{ V}$$

$$(7) \quad 0 = +3'', 031 + (6) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11) \\ + (12) + (13) + (14) + (28)$$

	<b>G</b>
Chimborazo . . .	72.7612, 094+(24)+(25)
Yana Ashpa . . .	74.4683, 010+(28)+(29)
Aupate . . . . .	52.7708, 640+(11)+(12)+(13)+(14)

$$\Sigma = 200.0003,744$$

$$z = 6,185$$

$$\mathbf{E} = -2,44 \mathbf{i}$$

$$(8) \quad 0 = -2^4 \cdot 3^4 \cdot 4 \cdot (11) + (12) + (13) + (14) + (24) + (25) \\ + (28) + (29)$$

Zagrun . . . . .	29.0467, 658+(21)
Aupate . . . . .	101.7588, 040+(13)+(14)+(15) +(16)

$$\Sigma = 200,0002,705$$

$$\varepsilon = 2,256$$

$$E = +0,449$$

$$(9) \quad o = +o'', 449 + (13) + (14) + (15) + (16) + (17) + (18) + (21)$$

Zagrun . . . . .	74.0036, <sup>6</sup> 855+(21)+(22)
Aupate . . . . .	78.5048, 301+(15)+(16)

$$\Sigma = 200,0008,819$$

$$\varepsilon = 5,785$$

$$E = +3,034$$

$$(10) \quad 0 = +3'' + (15) + (16) + (21) + (22) + (27)$$

*Arc de méridien équatorial*, t. III, (2).



$$\begin{array}{l} \text{Lanlanguso} \dots \quad 95.1519,814+(30)+(31) \\ \text{Zagrun} \dots \quad 56.2231,351+(23) \\ \text{Yana Ashpa} \dots \quad 48.6250,428+(26) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0001,593$$

$$\varepsilon = 4,698$$

$$E = -3,105$$

$$(11) \quad o = -3'', 105 + (23) + (26) + (30) + (31)$$

$$\begin{array}{l} \text{Zagrun} \dots \quad 130.2268,206+(21)+(22)+(23) \\ \text{Aupate} \dots \quad 34.1815,563+(16) \\ \text{Lanlanguso} \dots \quad 35.5918,677+(30) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0002,446$$

$$\varepsilon = 3,889$$

$$E = -1,443$$

$$(12) \quad o = -1'', 443 + (16) + (21) + (22) + (23) + (30)$$

$$\begin{array}{l} \text{Lanlanguso} \dots \quad 59.5601,137+(31) \\ \text{Aupate} \dots \quad 44.3232,738+(15) \\ \text{Yana Ashpa} \dots \quad 96.1174,091+(26)+(27) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0007,966$$

$$\varepsilon = 6,594$$

$$E = +1,372$$

$$o = +1'', 372 + (15) + (26) + (27) + (31)$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin I. II. III \sin I. III. IV \sin I. IV. II}{\sin I. III. II \sin I. IV. III \sin I. II. IV}$$

$$I. II. III = 98.6838,141+(1)+(5)$$

$$I. III. IV = 28.3634,379+(9)$$

$$I. IV. II = 15.6385,158+(12)+(13)$$

$$\log \sin = \bar{1}.99990717 + 1,4[(4)+(5)]$$

$$» = \bar{1}.63441465 + 142,8(9)$$

$$» = \bar{1}.38593877 + 272,1[(12)+(13)]$$

$$\bar{1}.02026059$$

$$I. III. II = 49.2544,833+(7)+(8)$$

$$I. IV. III = 52.4395,334+(10)+(11)+(12)+(13)$$

$$I. II. IV = 13.1024,904+(4)$$

$$\log \sin = \bar{1}.84433915 + 69,9[(7)+(8)]$$

$$» = \bar{1}.86550517 + 63,2[(10)+(11)+(12)+(13)]$$

$$» = \bar{1}.31040333 + 326,8(4)$$

$$\bar{1}.02024765$$

$$(13) \quad o = +12,94 - 3,254(4) + 0,014(5) - 0,699(7) - 0,699(8) + 1,428(9) - 0,632(10) - 0,632(11) + 2,089(12) + 2,089(13)$$

$$1 = \frac{\sin I. V. III \sin I. III. IV \sin I. IV. V}{\sin I. III. V \sin I. IV. III \sin I. V. IV}$$

$$I. V. III = 121.2811,706+(18)+(19)$$

$$I. III. IV = 28.3634,379+(9)$$

$$I. IV. V = 7.3831,588+(13)$$

$$\log \sin = \bar{1}.97526887 - 23,7[(18)+(19)]$$

$$» = \bar{1}.63441465 + 142,8(9)$$

$$» = \bar{1}.06338810 + 585,6(13)$$

$$\bar{2}.67307162$$

$$I. III. V = 19.1812,606+(8)$$

$$I. IV. III = 52.4395,334+(10)+(11)+(12)+(13)$$

$$I. V. IV = 13.8820,184+(18)$$

$$\log \sin = \bar{1}.47240609 + 219,5(8)$$

$$» = \bar{1}.86550517 + 63,2[(10)+(11)+(12)+(13)]$$

$$» = \bar{1}.33512528 + 307,9(18)$$

$$\bar{2}.67303654$$

$$(14) \quad o = +35,08 - 2,195(8) + 1,428(9) - 0,632(10) - 0,632(11) - 0,632(12) + 5,224(13) - 3,316(18) - 0,237(19)$$

$$1 = \frac{\sin V. III. IV \sin IV. V. VII \sin III. VIII. IV \sin IV. VII. VIII}{\sin III. V. IV \sin IV. VII. V \sin IV. III. VIII \sin IV. VIII. VII}$$

$$\begin{array}{ll} V. III. IV = 47.5447,014+(8)+(9) & \log \sin = \bar{1}.83207197+ 73,7[(8)+(9)] \\ IV. V. VII = 155.4185,215+(19)+(20) & \text{»} = \bar{1}.80917915- 80,9[(19)+(20)] \\ III. VIII. IV = 36.0825,466+(28) & \text{»} = \bar{1}.72991050+107,2(28) \\ IV. VII. VIII = 72.7610,032+(24)+(25) & \text{»} = \bar{1}.95897074+ 31,1[(24)+(25)] \\ & \bar{1}.33013236 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} III. V. IV = 107.3991,256+(19) & \log \sin = \bar{1}.99706008- 7,9(19) \\ IV. VII. V = 15.0640,599+(25) & \text{»} = \bar{1}.37000150+282,9(25) \\ IV. III. VIII = 95.6075,151+(6)+(7)+(8)+(9) & \text{»} = \bar{1}.99896543+ 4,7[(6)+(7)+(8)+(9)] \\ IV. VIII. VII = 74.4680,948+(28)+(29) & \text{»} = \bar{1}.96409453+ 28,9[(28)+(29)] \\ & \bar{1}.33012154 \end{array}$$

$$(15) \quad 0 = +10,82-0,047(6)-0,047(7)+0,690(8)+0,690(9)-0,730(19)-0,809(20)+0,311(24)-2,518(25) \\ +0,783(28)-0,289(29)$$

$$1 = \frac{\sin IV. VII. VIII \sin IV. VIII. VI \sin IV. V. VII \sin IV. VI. V}{\sin IV. VIII. VII \sin IV. VI. VIII \sin IV. VII. V \sin IV. V. VI}$$

$$\begin{array}{ll} IV. VII. VIII = 72.7610,032+(24)+(25) & \log \sin = \bar{1}.95897074+ 31,1[(24)+(25)] \\ IV. VIII. VI = 47.4921,734+(27) & \text{»} = \bar{1}.83168454+ 73,9(27) \\ IV. V. VII = 155.4185,215+(19)+(20) & \text{»} = \bar{1}.80917915- 80,9[(19)+(20)] \\ IV. VI. V = 29.0466,906+(21) & \text{»} = \bar{1}.64404220+139,0(21) \\ & \bar{1}.24387663 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} IV. VIII. VII = 74.4680,948+(28)+(29) & \log \sin = \bar{1}.96409453+ 28,9[(28)+(29)] \\ IV. VI. VIII = 74.0034,927+(21)+(22) & \text{»} = \bar{1}.96273689+ 29,5[(21)+(22)] \\ IV. VII. V = 15.0640,599+(25) & \text{»} = \bar{1}.37000150+282,9(25) \\ IV. V. VI = 69.1946,255+(17)+(18) & \text{»} = \bar{1}.94703750+ 35,8[(17)+(18)] \\ & \bar{1}.24387042 \end{array}$$

$$(16) \quad 0 = +6,21-0,358(17)-0,358(18)-0,809(19)-0,809(20)+1,095(21)-0,295(22)+0,311(24)-2,518(25) \\ +0,739(27)-0,289(28)-0,289(29)$$

$$1 = \frac{\sin VI. IX. VIII \sin IV. VIII. VI \sin VI. IV. IX}{\sin VI. VIII. IX \sin VI. IV. VIII \sin VI. IX. IV}$$

$$\begin{array}{ll} VI. IX. VIII = 95.1518,248+(30)+(31) & \log \sin = \bar{1}.99873942+ 5,2[(30)+(31)] \\ IV. VIII. VI = 47.4921,734+(27) & \text{»} = \bar{1}.83168454+ 73,9(27) \\ VI. IV. IX = 34.1814,267+(16) & \text{»} = \bar{1}.70883912+114,6(16) \\ & \bar{1}.53926308 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} VI. VIII. IX = 48.6248,862+(26) & \log \sin = \bar{1}.83989853+ 71,3(26) \\ VI. IV. VIII = 78.5046,373+(15)+(16) & \text{»} = \bar{1}.97475861+ 23,9[(15)+(16)] \\ VI. IX. IV = 35.5917,381+(30) & \text{»} = \bar{1}.72460447+109,0(30) \\ & \bar{1}.53926161 \end{array}$$

$$(17) \quad 0 = +1,47-0,239(15)+0,907(16)-0,713(26)+0,739(27)-1,038(30)+0,052(31)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = -7,427 + (2) + (4) + (5) + (7) + (8)$   
 (2)  $0 = -1,324 + (1) + (2) + (4) + (12) + (13)$   
 (3)  $0 = +2,203 + (5) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11)$   
 (4)  $0 = -6,567 + (2) + (3) + (8) + (18) + (19)$   
 (5)  $0 = -0,157 + (1) + (2) + (3) + (13) + (18)$   
 (6)  $0 = -5,745 + (11) + (12) + (19) + (20) + (25)$   
 (7)  $0 = +3,031 + (6) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11) + (12) + (13) + (14) + (28)$   
 (8)  $0 = -2,411 + (11) + (12) + (13) + (14) + (24) + (25) + (28) + (29)$   
 (9)  $0 = +0,449 + (13) + (14) + (15) + (16) + (17) + (18) + (21)$   
 (10)  $0 = +3,034 + (15) + (16) + (21) + (22) + (27)$   
 (11)  $0 = -3,105 + (23) + (26) + (30) + (31)$   
 (12)  $0 = -1,443 + (16) + (21) + (22) + (23) + (30)$   
 (13)  $0 = +12,940 - 3,254(4) + 0,014(5) - 0,699(7) - 0,699(8) + 1,428(9) - 0,632(10) - 0,632(11)$   
 $+ 2,089(12) + 2,089(13)$   
 (14)  $0 = +35,080 - 2,195(8) + 1,428(9) - 0,632(10) - 0,632(11) - 0,632(12) + 5,224(13) - 3,316(18)$   
 $- 0,237(19)$   
 (15)  $0 = +10,820 - 0,047(6) - 0,047(7) + 0,690(8) + 0,690(9) - 0,730(19) - 0,809(20) + 0,311(24)$   
 $- 2,518(25) + 0,783(28) - 0,289(29)$   
 (16)  $0 = +6,210 - 0,358(17) - 0,358(18) - 0,809(19) - 0,809(20) + 1,095(21) - 0,295(22) + 0,311(24)$   
 $- 2,518(25) + 0,739(27) - 0,289(28) - 0,289(29)$   
 (17)  $0 = +1,470 - 0,239(15) + 0,907(16) - 0,713(26) + 0,739(27) - 1,038(30) + 0,052(31)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$	$\lambda_5.$	$\lambda_6.$	$\lambda_7.$	$\lambda_8.$	$\lambda_9.$	
(I)	$0 = -7,427 + 5.$	$+2.$	$+3.$	$+2.$	$+1.$	»	$+2.$	»	»	...
(II)	$0 = -1,324 + 2.$	$+5.$	»	$+1.$	$+3.$	$+1.$	$+2.$	$+2.$	$+1.$	...
(III)	$0 = +2,203 + 3.$	»	$+6.$	$+1.$	»	$+1.$	$+5.$	$+1.$	»	...
(IV)	$0 = -6,567 + 2.$	$+1.$	$+1.$	$+5.$	$+3.$	$+1.$	$+1.$	»	$+1.$	...
(V)	$0 = -0,157 + 1.$	$+3.$	»	$+3.$	$+5.$	»	$+1.$	$+1.$	$+2.$	...
(VI)	$0 = -5,745$	»	$+1.$	$+1.$	»	$+5.$	$+2.$	$+3.$	»	...
(VII)	$0 = +3,031 + 2.$	$+2.$	$+5.$	$+1.$	$+1.$	$+2.$	$+10.$	$+5.$	$+2.$	...
(VIII)	$0 = -2,411$	»	$+1.$	»	$+1.$	$+3.$	$+5.$	$+8.$	$+2.$	...
(IX)	$0 = +0,449$	»	$+1.$	»	$+1.$	»	$+2.$	$+2.$	$+7.$	...
(X)	$0 = +3,034$	»	»	»	»	»	»	»	$+3.$	...
(XI)	$0 = -3,105$	»	»	»	»	»	»	»	»	...
(XII)	$0 = -1,443$	»	»	»	»	»	»	»	$+2.$	...
(XIII)	$0 = +12,940 - 4,638$	$+0,924$	$-1,220$	$-0,699$	$+2,089$	$+1,457$	$+2,944$	$+3,546$	$+2,089$	...
(XIV)	$0 = +35,080 - 2,195$	$+4,592$	$-2,031$	$-5,748$	$+1,908$	$-1,501$	$+2,561$	$+3,960$	$+1,908$	...
(XV)	$0 = +10,820 + 0,643$	»	$+1,333$	$-0,040$	»	$-4,057$	$+2,069$	$-1,713$	»	...
(XVI)	$0 = +6,210$	»	»	$-1,167$	$-0,358$	$-4,136$	$-0,289$	$-2,785$	$+0,379$	...
(XVII)	$0 = +1,470$	»	»	»	»	»	»	»	$+0,668$	...

## ÉQUATIONS NORMALES (suite).

	$\lambda_{10}$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{13}$	$\lambda_{14}$	$\lambda_{15}$	$\lambda_{16}$	$\lambda_{17}$
(I) ...	»	»	»	— 4,638	— 2,195	+0,643	»	»
(II) ...	»	»	»	+ 0,924	+ 4,592	»	»	»
(III) ...	»	»	»	— 1,220	— 2,031	+1,333	»	»
(IV) ...	»	»	»	— 0,699	— 5,748	—0,040	— 1,167	»
(V) ...	»	»	»	+ 2,089	+ 1,908	»	— 0,358	»
(VI) ...	»	»	»	+ 1,457	— 1,501	—4,057	— 4,136	»
(VII) ...	»	»	»	+ 2,944	+ 2,561	+2,069	— 0,289	»
(VIII) ...	»	»	»	+ 3,546	+ 3,960	—1,713	— 2,785	»
(IX) ...	+3.	»	+2.	+ 2,089	+ 1,908	»	+ 0,379	+0,663
(X) ...	+5.	»	+3.	»	»	»	+ 1,539	+1,407
(XI) ...	»	+4.	+2.	»	»	»	»	—1,699
(XII) ...	+3.	+2.	+5.	»	»	»	+ 0,800	—0,131
(XIII) ...	»	»	»	+23,13179	+13,96502	+0,53586	»	»
(XIV) ...	»	»	»	+13,96502	+46,39768	—0,35622	+ 1,37886	»
(XV) ...	»	»	»	+ 0,53586	— 0,35622	+9,27765	+ 7,53932	»
(XVI) ...	+1,539	»	+0,800	»	+ 1,37886	+7,53932	+10,00155	+0,54612
(XVII) ...	+1,407	—1,699	—0,131	»	»	»	+ 0,54612	+3,01441

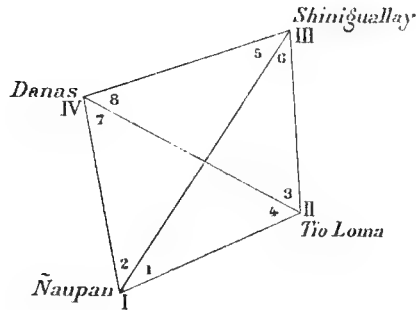
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = + 3,47883$	$\lambda_6 = + 0,30467$	$\lambda_{10} = - 2,07430$	$\lambda_{14} = - 0,93921$
$\lambda_2 = - 0,93189$	$\lambda_7 = + 0,77085$	$\lambda_{11} = + 0,48000$	$\lambda_{15} = - 2,71370$
$\lambda_3 = - 2,49057$	$\lambda_8 = + 0,58098$	$\lambda_{12} = + 0,88038$	$\lambda_{16} = + 2,05587$
$\lambda_4 = - 0,19324$	$\lambda_9 = + 0,35188$	$\lambda_{13} = + 0,43687$	$\lambda_{17} = + 0,33888$
$\lambda_5 = - 0,07733$			

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Terme est . . . . .	{	(1) = — 1,00922	Loma de Quito . . . . .	{	(17) = — 0,38412
		(2) = + 2,27637			(18) = + 2,45973
		(3) = — 0,27057			(19) = + 0,65182
Terme ouest . . . . .	{	(4) = + 1,12536	Zagrun . . . . .	{	(20) = + 0,83685
		(5) = + 0,99438			(21) = + 1,40914
Igualata . . . . .	{	(6) = + 0,89839	Chimborazo . . . . .	{	(22) = — 1,80040
		(7) = + 1,58128			(23) = + 1,36038
		(8) = + 1,44962			(24) = + 0,37640
Aupate . . . . .	{	(9) = — 4,30949	Yana Ashpa . . . . .	{	(25) = + 2,54207
		(10) = — 1,40224			(26) = + 0,23838
		(11) = — 0,51659	Lanlanguso . . . . .	{	(27) = — 0,30458
		(12) = + 2,23081			(28) = — 1,36715
		(13) = — 3,29932			(29) = + 0,77109
		(14) = + 1,70371			(30) = + 1,00862
		(15) = — 1,80341			(31) = + 0,49762
		(16) = — 0,53468			

FIGURE 7.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Shiniguallay .....	39
Danas .....	40
Tio Loma .....	41
Naupan.....	42

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Naupan.....	$85.7971,181+(1)+(2)$
Tio Loma.....	$57.6834,871+(4)$
Danas .....	$56.5192,615+(7)$
$\Sigma =$	$199.9998,667$
$\varepsilon =$	$5,302$
$E =$	$-6,635$

(1)  $0 = -6^{\text{N}}, 635 + (1) + (2) + (4) + (7)$

Tio Loma.....	$121.3851,749+(3)+(4)$
Shiniguallay.....	$41.1233,137+(6)$
Naupan.....	$37.4918,249+(1)$
$\Sigma =$	$200.0003,135$
$\varepsilon =$	$4,668$
$E =$	$-1,533$

(2)  $0 = -1^{\text{N}}, 533 + (1) + (3) + (4) + (6)$

Naupan.....	$48.3052,932+(2)$
Shiniguallay.....	$44.4443,392+(5)$
Danas.....	$107.2502,280+(7)+(8)$
$\Sigma =$	$199.9998,604$
$\varepsilon =$	$5,867$
$E =$	$-7,263$

(3)  $0 = -7^{\text{N}}, 263 + (2) + (5) + (7) + (8)$

Tio Loma.....	$63.7016,878+(3)$
Shiniguallay.....	$85.5676,529+(5)+(6)$
Danas .....	$50.7309,665+(8)$
$\Sigma =$	$200.0003,072$
$\varepsilon =$	$5,233$
$E =$	$-2,161$

$0 = -2^{\text{N}}, 161 + (3) + (5) + (6) + (8)$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.I.IV} \sin \text{II.IV.III} \sin \text{I.III.II}}{\sin \text{I.IV.II} \sin \text{II.III.IV} \sin \text{II.I.I.III}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{II.I.IV} = 85.7969,414+(1)+(2) & \log \sin = \bar{1}.98910082+15,5[(1)+(2)] \\ \text{II.IV.III} = 50.7307,921+(8) & \text{»} = \bar{1}.85441358+66,7(8) \\ \text{I.III.II} = 41.1231,581+(6) & \text{»} = \bar{1}.77957206+90,5(6) \\ & \hline & \bar{1}.62308646 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I.IV.II} = 56.5190,848+(7) & \log \sin = \bar{1}.88968538+55,5(7) \\ \text{II.III.IV} = 85.5674,785+(5)+(6) & \text{»} = \bar{1}.98874270+15,7[(5)+(6)] \\ \text{II.I.I.III} = 37.4916,693+(1) & \text{»} = \bar{1}.74465390+102,1(1) \\ & \hline & \bar{1}.62308198 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +4,48 - 0,866(1) + 0,155(2) - 0,157(5) + 0,748(6) - 0,555(7) + 0,667(8)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$\begin{array}{ll} (1) & 0 = -6,635 + (1) + (2) + (4) + (7) \\ (2) & 0 = -1,533 + (1) + (3) + (4) + (6) \\ (3) & 0 = -7,263 + (2) + (5) + (7) + (8) \\ (4) & 0 = +4,480 - 0,886(1) + 0,155(2) - 0,157(5) + 0,748(6) - 0,555(7) + 0,667(8) \end{array}$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

		$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$
(I)	$0 = -6,635$	$+4.$	$+2.$	$+2.$	$-1,266$
(II)	$0 = -1,533$	$+2.$	$+4.$	»	$-0,118$
(III)	$0 = -7,263$	$+2.$	»	$+4.$	$+0,110$
(IV)	$0 = +4,480$	$-1,266$	$-0,118$	$+0,110$	$+2,11105$

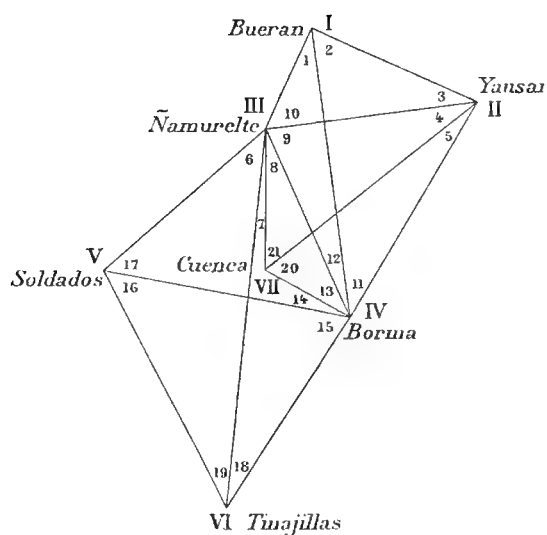
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$$\lambda_1 = -0,43653 \quad \lambda_2 = +0,52882 \quad \lambda_3 = +2,10179 \quad \lambda_4 = -2,46139$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Ñaupan.....	{	(1) = +2,22645	Shinigallay.....	{	(5) = +2,48869
		(2) = +1,28328			(6) = -1,31455
Tio Loma.....	{	(3) = +0,52882	Danas.....	{	(7) = +3,03299
		(4) = +0,09229			(8) = +0,45804

FIGURE 8.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Bueran.....	44
Yausai.....	45
Namurelte.....	46
Cuenca.....	47
Soldados.....	48
Borma.....	49
Tinajillas.....	52

## TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{rcl}
 \tilde{\text{Namurelte}} \dots & 146.1200,934 + (9) + (10) & \\
 \text{Borma} \dots & 18.8160,162 + (12) & \\
 \text{Bueran} \dots & 35.0641,034 + (1) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0002,130 & \\
 \varepsilon & = 2,395 & \\
 E & = -0,265 &
 \end{array}$$

$$(1) \quad 0 = -0'',265 + (1) + (9) + (10) + (12)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Borma} \dots & 61.4745'',288 + (11) + (12) & \\
 \text{Yausai} \dots & 56.5765,809 + (4) + (5) & \\
 \tilde{\text{Namurelte}} \dots & 81.9484,966 + (9) & \\
 \hline
 \Sigma & = 199.9996,063 & \\
 \varepsilon & = 5,846 & \\
 E & = -9,783 &
 \end{array}$$

$$(2) \quad 0 = -9'',783 + (4) + (5) + (9) + (11) + (12)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Borma} \dots & 42.6585'',126 + (11) & \\
 \text{Yausai} \dots & 91.7849,060 + (3) + (4) + (5) & \\
 \text{Bueran} \dots & 65.5564,513 + (2) & \\
 \hline
 \Sigma & = 199.9998,699 & \\
 \varepsilon & = 6,317 & \\
 E & = -7,618 &
 \end{array}$$

$$(3) \quad 0 = -7'',618 + (2) + (3) + (4) + (5) + (11)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \tilde{\text{Namurelte}} \dots & 64.1715'',968 + (10) & \\
 \text{Yausai} \dots & 35.2083,251 + (3) & \\
 \text{Bueran} \dots & 100.6205,547 + (1) + (2) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0004,766 & \\
 \varepsilon & = 2,866 & \\
 E & = +1,900 &
 \end{array}$$

$$0 = +1'',900 + (1) + (2) + (3) + (10)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Cuenca} \dots & 56.2103'',841 + (21) & \\
 \text{Yausai} \dots & 34.2153,415 + (4) & \\
 \tilde{\text{Namurelte}} \dots & 109.5752,964 + (8) + (9) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0010,220 & \\
 \varepsilon & = 4,226 & \\
 E & = +5,994 &
 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +5'',994 + (4) + (8) + (9) + (21)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Cuenca} \dots & 72.7045'',374 + (20) & \\
 \text{Borma} \dots & 104.9334,747 + (11) + (12) + (13) & \\
 \text{Yausai} \dots & 22.3612,394 + (5) & \\
 \hline
 \Sigma & = 199.9992,515 & \\
 \varepsilon & = 3,316 & \\
 E & = -10,801 &
 \end{array}$$

$$(5) \quad 0 = -10'',801 + (5) + (11) + (12) + (13) + (20)$$

$$\begin{array}{l} \text{Cuenca} \dots \dots \dots 128.9149^{\text{G}}, 215 + (20) + (21) \\ \text{Borma} \dots \dots \dots 43.4589, 459 + (13) \\ \text{Ñamurelte} \dots \dots \dots 27.6267, 998 + (8) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0006, 672$$

$$\varepsilon = 1, 696$$

$$E = +4, 976$$

$$o = +4^{\text{G}}, 976 + (8) + (13) + (20) + (21)$$

$$\begin{array}{l} \text{Tinajillas} \dots \dots \dots 64.0502^{\text{G}}, 903 + (18) + (19) \\ \text{Borma} \dots \dots \dots 77.5630, 712 + (15) \\ \text{Soldados} \dots \dots \dots 58.3862, 375 + (16) \end{array}$$

$$\Sigma = 199.9995, 990$$

$$\varepsilon = 7, 117$$

$$E = -11, 127$$

$$(6) \quad o = -11^{\text{G}}, 127 + (15) + (16) + (18) + (19)$$

$$\begin{array}{l} \text{Soldados} \dots \dots \dots 117.0401^{\text{G}}, 134 + (16) + (17) \\ \text{Tinajillas} \dots \dots \dots 35.9718, 126 + (19) \\ \text{Ñamurelte} \dots \dots \dots 46.9883, 027 + (6) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0002, 287$$

$$\varepsilon = 7, 643$$

$$E = -5, 356$$

$$(7) \quad o = -5^{\text{G}}, 356 + (6) + (16) + (17) + (19)$$

$$\begin{array}{l} \text{Soldados} \dots \dots \dots 58.6538^{\text{G}}, 759 + (17) \\ \text{Borma} \dots \dots \dots 62.8227, 420 + (13) + (14) \\ \text{Ñamurelte} \dots \dots \dots 78.5248, 734 + (6) + (7) + (8) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0014, 913$$

$$\varepsilon = 5, 681$$

$$E = +9, 232$$

$$(8) \quad o = +9^{\text{G}}, 232 + (6) + (7) + (8) + (13) + (14) + (17)$$

$$\begin{array}{l} \text{Tinajillas} \dots \dots \dots 28.0784^{\text{G}}, 777 + (18) \\ \text{Borma} \dots \dots \dots 140.3858, 132 + (13) + (14) + (15) \\ \text{Ñamurelte} \dots \dots \dots 31.5365, 707 + (7) + (8) \end{array}$$

$$\Sigma = 200.0008, 616$$

$$\varepsilon = 5, 155$$

$$E = +3, 461$$

$$o = +3^{\text{G}}, 461 + (7) + (8) + (13) + (14) + (15) + (18)$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.IV.III} \sin \text{I.I.III} \sin \text{III.I.IV}}{\sin \text{III.II.IV} \sin \text{II.I.III} \sin \text{I.IV.III}}$$

$$\text{II.IV.III} = 61.4743^{\text{G}}, 340 + (11) + (12)$$

$$\text{I.I.III} = 35.2082, 296 + (3)$$

$$\text{III.I.IV} = 35.0640, 236 + (1)$$

$$\log \sin = \bar{1}.91508903 + 47, 1[(11) + (12)]$$

$$» = \bar{1}.72039469 + 110, 5(3)$$

$$» = \bar{1}.71879703 + 111, 0(1)$$

$$\bar{1}.35428075$$

$$\text{III.II.IV} = 56.5763^{\text{G}}, 860 + (4) + (5)$$

$$\text{II.I.III} = 100.6204, 592 + (1) + (2)$$

$$\text{I.IV.III} = 18.8159, 364 + (12)$$

$$\log \sin = \bar{1}.89000313 + 55, 4[(4) + (5)]$$

$$» = \bar{1}.99997937 - 0, 6[(1) + (2)]$$

$$» = \bar{1}.46430417 + 224, 0(12)$$

$$\bar{1}.35428667$$

$$(9) \quad o = +5, 92 - 1, 116(1) - 0, 006(2) - 1, 105(3) + 0, 554(4) + 0, 554(5) - 0, 471(11) + 1, 769(12)$$

*Arc de méridien équatorial, t. III, (2).*



$$I = \frac{\sin II. III. VII \sin II. VII. IV \sin II. IV. III}{\sin II. VII. III \sin II. IV. VII \sin II. III. IV}$$

$$\begin{array}{ll} II. III. VII = 109.5751,555+(8) +(9) & \log \sin = \bar{1}.99506906-10,4[(8) +(9)] \\ II. VII. IV = 72.7044,269+(20) & \text{»} = \bar{1}.95879452+31,2(20) \\ II. IV. III = 61.4743,340+(11)+(12) & \text{»} = \bar{1}.91508903+47,1[(11)+(12)] \\ & \hline & \bar{1}.86895261 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} II. VII. III = 56.2102,432+(21) & \log \sin = \bar{1}.88796264+56,1(21) \\ II. IV. VII = 104.9333,642+(11)+(12)+(13) & \text{»} = \bar{1}.99869469-5,3[(11)+(12)+(13)] \\ II. III. IV = 81.9483,017+(9) & \text{»} = \bar{1}.98230145+19,8(9) \\ & \hline & \bar{1}.86895878 \end{array}$$

$$(10) \quad 0 = +6,17+0,104(8)+0,302(9)-0,524(11)-0,524(12)-0,053(13)-0,312(20)+0,561(21)$$

$$I = \frac{\sin III. V. VI \sin IV. III. VI \sin V. IV. VI}{\sin V. III. VI \sin III. IV. VI \sin IV. V. VI}$$

$$\begin{array}{ll} III. V. VI = 117.0398,586+(16)+(17) & \log \sin = \bar{1}.98425361-18,7[(16)+(17)] \\ IV. III. VI = 31.5363,989+(7) +(8) & \text{»} = \bar{1}.67702217+126,3[(7)+(8)] \\ V. IV. VI = 77.5628,340+(15) & \text{»} = \bar{1}.97244931+25,1(15) \\ & \hline & \bar{1}.63372509 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} V. III. VI = 46.9880,479+(6) & \log \sin = \bar{1}.82793352+75,0(6) \\ III. IV. VI = 140.3856,114+(13)+(14)+(15) & \text{»} = \bar{1}.90603405-50,2[(13)+(14)+(15)] \\ IV. V. VI = 58.3860,003+(16) & \text{»} = \bar{1}.89974211+52,2(16) \\ & \hline & \bar{1}.63370968 \end{array}$$

$$(11) \quad 0 = +15,41-0,750(6)+1,263(7)+1,263(8)+0,502(13)+0,502(14)+0,753(15)-0,709(16)-0,187(17)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = -0,265+(1) +(9) +(10)+(12)$
- (2)  $0 = -9,783+(4) +(5) +(9) +(11)+(12)$
- (3)  $0 = -7,618+(2) +(3) +(4) +(5) +(11)$
- (4)  $0 = +5,994+(4) +(8) +(9) +(21)$
- (5)  $0 = -10,801+(5) +(11)+(12)+(13)+(20)$
- (6)  $0 = -11,127+(15)+(16)+(18)+(19)$
- (7)  $0 = -5,356+(6) +(16)+(17)+(19)$
- (8)  $0 = +9,232+(6) +(7) +(8) +(13)+(14)+(17)$
- (9)  $0 = +5,920-1,116(1)-0,006(2)-1,105(3) +0,554(4) +0,554(5) -0,471(11)+1,769(12)$
- (10)  $0 = +6,170+0,104(8)+0,302(9)-0,524(11)-0,524(12)-0,053(13)-0,312(20)+0,561(21)$
- (11)  $0 = +15,410-0,750(6)+1,263(7)+1,263(8) +0,502(13)+0,502(14)+0,753(15)-0,709(16)-0,187(17)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$	$\lambda_5.$	
(I) $0 = -0,265$	+4.	+2.	»	+1.	+1.	...
(II) $0 = -9,783$	+2.	+5.	+3.	+2.	+3.	...
(III) $0 = -7,618$	»	+3.	+5.	+1.	+2.	...
(IV) $0 = +5,994$	+1.	+2.	+1.	+4.	»	...
(V) $0 = -10,801$	+1.	+3.	+2.	»	+5.	...
(VI) $0 = -11,127$	»	»	»	»	»	...
(VII) $0 = -5,356$	»	»	»	»	»	...
(VIII) $0 = +9,232$	»	»	»	+1.	+1.	...
(IX) $0 = +5,920$	+0,653	+2,406	-0,474	+0,554	+1,852	...
(X) $0 = +6,170$	-0,222	-0,746	-0,524	+0,967	-1,413	...
(XI) $0 = +15,410$	»	»	»	+1,263	+0,502	...

## ÉQUATIONS NORMALES (suite).

	$\lambda_6.$	$\lambda_7.$	$\lambda_8.$	$\lambda_9.$	$\lambda_{10}.$	$\lambda_{11}.$
(I) ...	»	»	»	+0,653	-0,222	»
(II) ...	»	»	»	+2,406	-0,746	»
(III) ...	»	»	»	-0,474	-0,524	»
(IV) ...	»	»	+1.	+0,554	+0,967	+1,263
(V) ...	»	»	+1.	+1,852	-1,413	+0,502
(VI) ...	+4.	+2.	»	»	»	+0,044
(VII) ...	+2.	+4.	+2.	»	»	-1,646
(VIII) ...	»	+2.	+6.	»	+0,051	+2,593
(IX) ...	»	»	»	+6,43156	-0,68016	»
(X) ...	»	»	+0,051	-0,68016	+1,06605	+0,10474
(XI) ...	+0,044	-1,646	+2,593	»	+0,10474	+5,36150

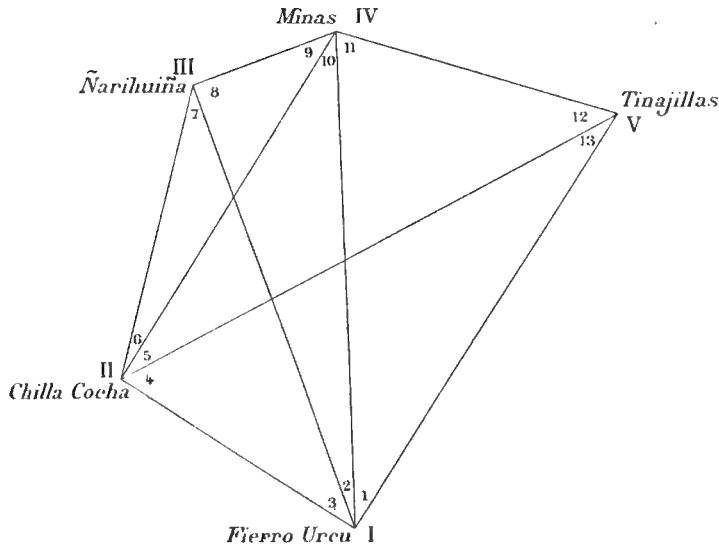
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -2,25134$	$\lambda_4 = +0,20396$	$\lambda_7 = -4,50545$	$\lambda_{10} = -5,24797$
$\lambda_2 = +4,74166$	$\lambda_5 = +0,64279$	$\lambda_8 = +2,18345$	$\lambda_{11} = -5,36088$
$\lambda_3 = -2,49225$	$\lambda_6 = +5,09345$	$\lambda_9 = -3,40700$	

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Bucran.....	{	(1) = + 1,55087	{	(11) = + 7,24684	
		(2) = - 2,47191		(12) = - 0,14393	
Yausai.....	{	(3) = + 1,27245	Borma.....	{	(13) = + 0,41322
		(4) = + 0,56589			(14) = - 0,50771
		(5) = + 1,00472			(15) = + 1,05671
	{	(6) = + 1,69866	Soldados.....	{	(16) = + 4,38886
		(7) = - 4,58739			(17) = - 1,31952
Ñamurelte.. ..		{	(8) = - 4,92917	Tinajillas .....	{
	(9) = + 1,10939		(19) = + 0,58800		
	{	(10) = - 2,25134	Cuenca .....	{	(20) = + 2,28016
					(21) = - 2,74015

FIGURE 9.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Minas.....	50
Narihuina.....	51
Tinajillas.....	52
Chilla Cocha.....	54
Fierro Urcu.....	55

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Fierro Urcu...	$37.6115,744+(1)$
Tinajillas.....	$83.0956,203+(12)+(13)$
Minas.....	$79.2945,940+(11)$

$$\Sigma = 200.0017,887$$

$$\varepsilon = 19,961$$

$$E = -2,074$$

$$(1) \quad 0 = -2'',074 + (1) + (11) + (12) + (13)$$

Chilla Cocha..	$33.4309,046+(5)$
Tinajillas.....	$50.0295,882+(12)$
Minas.....	$116.5411,608+(10)+(11)$

$$\Sigma = 200.0016,536$$

$$\varepsilon = 16,583$$

$$E = -0,047$$

$$(2) \quad 0 = -0'',047 + (5) + (10) + (11) + (12)$$

Fierro Urcu...	$98.1640,988+(1)+(2)+(3)$
Tinajillas.....	$33.0660,321+(13)$
Chilla Cocha..	$68.7720,267+(4)$

$$\Sigma = 200.0021,576$$

$$\varepsilon = 19,793$$

$$E = +1,783$$

$$0 = +1'',783 + (1) + (2) + (3) + (4) + (13)$$

Narihuina....	$102.2803,226+(8)$
Fierro Urcu...	$19.3321,029+(2)$
Minas.....	$78.3886,114+(9)+(10)$

$$\Sigma = 200.0010,369$$

$$\varepsilon = 10,296$$

$$E = +0,073$$

$$(3) \quad 0 = +0'',073 + (2) + (8) + (9) + (10)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Ñarihuiña} \dots & \overset{G}{139.5473}, 013+(7)+(8) & \\
 \text{Chilla Cocha} \dots & 19.3114, 385+(6) & \\
 \text{Minas} \dots \dots & 41.1420, 446+(9) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0007, 844 & \\
 \varepsilon & = 5, 356 & \\
 \hline
 E & = +2, 488 &
 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +2, 488+(6)+(7)+(8)+(9)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Chilla Cocha} \dots & \overset{G}{102.2029}, 313+(4)+(5) & \\
 \text{Fierro Urcu} \dots & 60.5525, 244+(2)+(3) & \\
 \text{Minas} \dots \dots & 37.2465, 668+(10) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0020, 225 & \\
 \varepsilon & = 16, 415 & \\
 \hline
 E & = +3, 810 &
 \end{array}$$

$$(5) \quad 0 = +3, 810+(2)+(3)+(4)+(5)+(10)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Chilla Cocha} \dots & \overset{G}{121.5143}, 698+(4)+(5)+(6) & \\
 \text{Fierro Urcu} \dots & 41.2204, 215+(3) & \\
 \text{Narihuiña} \dots \dots & 37.2669, 787+(7) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0017, 700 & \\
 \varepsilon & = 11, 475 & \\
 \hline
 E & = +6, 225 &
 \end{array}$$

$$0 = +6, 225+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$I = \frac{\sin II. I. V \sin II. V. IV \sin I. IV. II}{\sin I. V. II \sin II. IV. V \sin II. I. IV}$$

$$\begin{array}{rcl}
 II. I. V & = \overset{G}{98.1634}, 390+(1)+(2)+(3) & \\
 II. V. IV & = 50.0290, 354+(12) & \\
 I. IV. II & = 37.2460, 197+(10) &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \log \sin & = \bar{1}.99981926+2, 0[(1)+(2)+(3)] & \\
 \text{»} & = \bar{1}.84968299+68, 1(12) & \\
 \text{»} & = \bar{1}.74213467+103, 0(10) & \\
 \hline
 & \bar{1}.59163692 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 I. V. II & = \overset{G}{33.0653}, 724+(13) & \\
 II. IV. V & = 116.5406, 080+(10)+(11) & \\
 II. I. IV & = 60.5519, 772+(2)+(3) &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \log \sin & = \bar{1}.69578835+119, 3(13) & \\
 \text{»} & = \bar{1}.98517329+18, 1[(10)+(11)] & \\
 \text{»} & = \bar{1}.91066862+48, 7[(2)+(3)] & \\
 \hline
 & \bar{1}.59163026 &
 \end{array}$$

$$(6) \quad 0 = +6, 66+0, 020(1)-0, 467(2)-0, 467(3)+1, 211(10)+0, 181(11)+0, 681(12)-1, 193(13)$$

$$I = \frac{\sin I. II. III \sin I. III. IV \sin I. IV. II}{\sin I. III. II \sin I. IV. III \sin I. II. IV}$$

$$\begin{array}{rcl}
 I. II. III & = \overset{G}{121.5139}, 873+(4)+(5)+(6) & \\
 I. III. IV & = 102.2799, 794+(8) & \\
 I. IV. II & = 37.2460, 197+(10) &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \log \sin & = \bar{1}.97471398+24, 0[(4)+(5)+(6)] & \\
 \text{»} & = \bar{1}.99972142+2, 5(8) & \\
 \text{»} & = \bar{1}.74213467+103, 0(10) & \\
 \hline
 & \bar{1}.71657007 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 I. III. II & = \overset{G}{37.2665}, 962+(7) & \\
 I. IV. III & = 78.3882, 682+(9)+(10) & \\
 I. II. IV & = 102.2023, 841+(4)+(5) &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \log \sin & = \bar{1}.74234650+102, 9(7) & \\
 \text{»} & = \bar{1}.97447908+24, 1[(9)+(10)] & \\
 \text{»} & = \bar{1}.99974006+2, 3[(4)+(5)] & \\
 \hline
 & \bar{1}.71656564 &
 \end{array}$$

$$(7) \quad 0 = +4, 43-0, 217(4)-0, 217(5)-0, 240(6)-1, 029(7)-0, 025(8)-0, 241(9)+0, 789(10)$$

*Arc de méridien équatorial, t. III, (2).*

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = -2,074 + (1) + (11) + (12) + (13)$   
 (2)  $0 = -0,047 + (5) + (10) + (11) + (12)$   
 (3)  $0 = +0,073 + (2) + (8) + (9) + (10)$   
 (4)  $0 = +2,488 + (6) + (7) + (8) + (9)$   
 (5)  $0 = +3,810 + (2) + (3) + (4) + (5) + (10)$   
 (6)  $0 = +6,660 + 0,020(1) - 0,467(2) - 0,467(3) + 1,211(10) + 0,181(11) + 0,681(12) - 1,193(13)$   
 (7)  $0 = +4,430 - 0,217(4) - 0,217(5) - 0,240(6) - 1,029(7) - 0,025(8) - 0,241(9) + 0,789(10)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

		$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$
(I)	$0 = -2,074$	+4.	+2.	»	»	»	-0,311	»
(II)	$0 = -0,047$	+2.	+4.	+1.	»	+2.	+2,073	+0,572
(III)	$0 = +0,073$	»	+1.	+4.	+2.	+2.	+0,744	+0,523
(IV)	$0 = +2,488$	»	»	+2.	+4.	»	»	-1,535
(V)	$0 = +3,810$	»	+2.	+2.	»	+5.	+0,277	+0,355
(VI)	$0 = +6,660$	+0,311	+2,073	+0,744	»	+0,277	+3,82287	+0,95548
(VII)	$0 = +4,430$	»	+0,572	+0,523	-1,535	+0,355	+0,95548	+1,89185

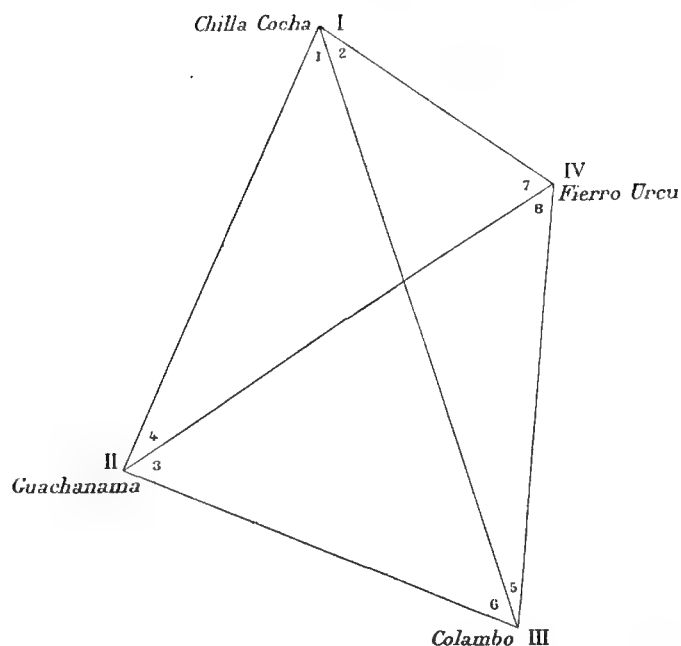
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -1,76272$	$\lambda_3 = +6,40809$	$\lambda_5 = -4,17515$
$\lambda_2 = +4,12823$	$\lambda_4 = -7,32112$	$\lambda_6 = -2,79242$
		$\lambda_7 = -9,10772$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Fierro Uren .....	{	(1) = -1,81857	Ñarihuina .....	{	(7) = +2,05072
		(2) = +3,53700			(8) = -0,68534
		(3) = -2,87109			(9) = +1,28193
Chilla Cocha .....	{	(4) = -2,19877	Minas .....	{	(10) = -4,20644
		(5) = +1,92946			(11) = +1,86008
		(6) = -5,13527	Tinajillas .....	{	(12) = +0,46387
					(13) = +1,56864

FIGURE 10.



*Renvoi aux stations.*  
(T. III. fasc. 1.)

Chilla Cocha.....	54
Fierro Urcu.....	55
Guachanama.....	56
Colambo.....	57

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Guachanama ..	$98.3996'' 108 + (3) + (4)$
Colambo.....	$55.1318, 571 + (6)$
Chilla Cocha...	$46.4720, 013 + (1)$

$$\Sigma = 200.0034, 692$$

$$\varepsilon = 29, 335$$

$$E = +5, 357$$

(1)  $0 = +5'', 357 + (1) + (3) + (4) + (6)$

Colambo.....	$80.1196'' 089 + (5) + (6)$
Fierro Urcu...	$57.3448, 550 + (8)$
Guachanama ..	$62.5381, 552 + (3)$

$$\Sigma = 200.0026, 191$$

$$\varepsilon = 25, 943$$

$$E = +0, 248$$

(2)  $0 = +0'', 248 + (3) + (5) + (6) + (8)$

Guachanama ..	$35.8614'' 556 + (4)$
Fierro Urcu...	$75.3907, 695 + (7)$
Chilla Cocha...	$88.7500, 639 + (1) + (2)$

$$\Sigma = 200.0022, 890$$

$$\varepsilon = 19, 024$$

$$E = +3, 866$$

(3)  $0 = +3'', 866 + (1) + (2) + (4) + (7)$

Colambo.....	$24.9877'' 518 + (5)$
Fierro Urcu...	$132.7356, 245 + (7) + (8)$
Chilla Cocha...	$42.2780, 626 + (2)$

$$\Sigma = 200.0014, 389$$

$$\varepsilon = 15, 632$$

$$E = -1, 243$$

$0 = -1'', 243 + (2) + (5) + (7) + (8)$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$I = \frac{\sin I. II. III \sin III. I. IV \sin II. IV. III}{\sin II. I. III \sin I. IV. III \sin III. II. IV}$$

$$\begin{aligned} I. II. III &= 98.3986^{\text{G}}, 330 + (3) + (4) \\ III. I. IV &= 42.2775, 415 + (2) \\ II. IV. III &= 57.3439, 902 + (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.99986259 + 1,7[(3) + (4)] \\ &» = \bar{1}.78982457 + 87,2(2) \\ &» = \bar{1}.89420384 + 54,1(8) \\ &\quad \underline{\bar{1}.68389100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} II. I. III &= 46.4710^{\text{G}}, 235 + (1) \\ I. IV. III &= 132.7351, 034 + (7) + (8) \\ III. II. IV &= 62.5372, 904 + (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin &= \bar{1}.82402402 + 76,2(1) \\ &» = \bar{1}.93986135 - 38,5[(7) + (8)] \\ &» = \bar{1}.92001625 + 45,5(3) \\ &\quad \underline{\bar{1}.68390162} \end{aligned}$$

$$(4) \quad 0 = +10,62 + 0,762(1) - 0,872(2) + 0,438(3) - 0,017(4) - 0,385(7) - 0,926(8)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$\begin{aligned} (1) \quad 0 &= + 5,357 + (1) + (3) + (4) + (6) \\ (2) \quad 0 &= + 0,248 + (3) + (5) + (6) + (8) \\ (3) \quad 0 &= + 3,866 + (1) + (2) + (4) + (7) \\ (4) \quad 0 &= +10,620 + 0,762(1) - 0,872(2) + 0,438(3) - 0,017(4) - 0,385(7) - 0,926(8) \end{aligned}$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$
(I) $0 = + 5,357$	+4.	+2.	+2.	+1,183
(II) $0 = + 0,248$	+2.	+4.	»	-0,488
(III) $0 = + 3,866$	+2.	»	+4.	-0,512
(IV) $0 = +10,620$	+1,183	-0,488	-0,512	+2,53886

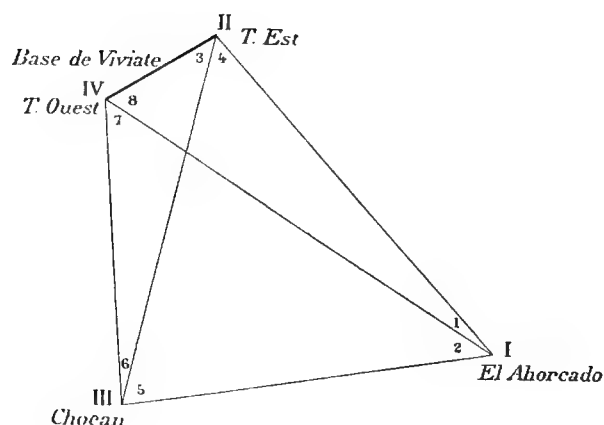
## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$$\lambda_1 = + 5,40908 \quad \lambda_2 = - 3,78994 \quad \lambda_3 = - 4,74480 \quad \lambda_4 = - 8,38871$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Chilla Cocha.....	{	(1) = - 5,72792	Colambo.....	{	(5) = - 3,79004
		(2) = + 2,57016			(6) = + 1,61914
Guachanama.....	{	(3) = - 2,05511	Fierro Urcu.....	{	(7) = - 1,51515
		(4) = + 0,80689			(8) = + 3,97801

FIGURE 11.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Terme est de la base de Viviate.....	63
Terme ouest de la base de Viviate.....	66
El Ahorcado.....	69
Chocan.....	70

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{El Ahorcado...} & 63.8199,013+(1)+(2) & \\
 \text{Terme est....} & 61.0371,622+(4) & \\
 \text{Chocan.....} & 75.1438,896+(5) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0009,531 & \\
 \varepsilon & = 4,632 & \\
 \hline
 E & = +4,899 & 
 \end{array}$$

(1)  $o = +4'',899+(1)+(2)+(4)+(5)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Chocan.....} & 17.8193,390+(6) & \\
 \text{Terme est....} & 48.1394,432+(3) & \\
 \text{Terme ouest..} & 134.0416,412+(7)+(8) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0004,234 & \\
 \varepsilon & = 1,136 & \\
 \hline
 E & = +3,098 & 
 \end{array}$$

(2)  $o = +3'',098+(3)+(6)+(7)+(8)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{El Ahorcado...} & 17.2575,524+(1) & \\
 \text{Terme est....} & 109.1766,054+(3)+(4) & \\
 \text{Terme ouest...} & 73.5662,695+(8) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0004,273 & \\
 \varepsilon & = 1,798 & \\
 \hline
 E & = +2,475 & 
 \end{array}$$

(3)  $o = +2'',475+(1)+(3)+(4)+(8)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Chocan.....} & 92.9632,286+(5)+(6) & \\
 \text{El Ahorcado...} & 46.5623,489+(2) & \\
 \text{Terme ouest...} & 60.4753,717+(7) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0009,492 & \\
 \varepsilon & = 3,970 & \\
 \hline
 E & = +5,522 & 
 \end{array}$$

$o = +5'',522+(2)+(5)+(6)+(7)$



## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.IV.III} \sin \text{I.III.II} \sin \text{II.I.IV}}{\sin \text{II.III.IV} \sin \text{II.I.III} \sin \text{I.IV.II}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{II.IV.III} = 134.0416^{\text{G}}.033+(7)+(8) & \log \sin = \bar{1}.93470503 - 40,4[(7)+(8)] \\ \text{I.III.II} = 75.1437,352+(5) & \text{»} = \bar{1}.96602021 + 28,1(5) \\ \text{II.I.IV} = 17.2574,925+(1) & \text{»} = \bar{1}.42776550 + 245,5(1) \\ & \hline & \bar{1}.32849074 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{II.III.IV} = 17.8193^{\text{G}}.011+(6) & \log \sin = \bar{1}.44132473 + 237,3(6) \\ \text{II.I.III} = 63.8197,469+(1)+(2) & \text{»} = \bar{1}.92572834 + 43,5[(1)+(2)] \\ \text{I.IV.II} = 73.5662,096+(8) & \text{»} = \bar{1}.96143400 + 30,1(8) \\ & \hline & \bar{1}.32848707 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +3,67 + 2,020(1) - 0,435(2) + 0,281(5) - 2,373(6) - 0,404(7) - 0,705(8)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$\begin{array}{ll} (1) & 0 = +4,899 + (1) + (2) + (4) + (5) \\ (2) & 0 = +3,098 + (3) + (6) + (7) + (8) \\ (3) & 0 = +2,475 + (1) + (3) + (4) + (8) \\ (4) & 0 = +3,670 + 2,020(1) - 0,435(2) + 0,281(5) - 2,373(6) - 0,404(7) - 0,705(8) \end{array}$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$
(I) $0 = +4,899$	+4.	»	+2.	+ 1,866
(II) $0 = +3,098$	»	+4.	+2.	- 3,482
(III) $0 = +2,475$	+2.	+2.	+4.	+ 1,315
(IV) $0 = +3,670$	+1,866	-3,482	+1,315	+10,63996

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$$\lambda_1 = - 1,68726 \quad \lambda_2 = - 2,93587 \quad \lambda_3 = + 2,11054 \quad \lambda_4 = - 1,27064$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

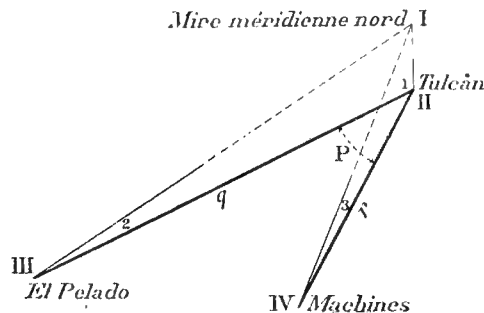
$$\begin{array}{ll} \text{El Ahorcado} \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} (1) = - 2,14342 \\ (2) = - 1,13453 \end{array} \right. & \text{Chocan} \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} (5) = - 2,04431 \\ (6) = + 0,07937 \end{array} \right. \\ \text{Terme est} \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} (3) = - 0,82533 \\ (4) = + 0,42328 \end{array} \right. & \text{Terme ouest} \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} (7) = - 2,42253 \\ (8) = + 0,07048 \end{array} \right. \end{array}$$

## **FIGURES SUPPLÉMENTAIRES.**



## FIGURE I.

RATTACHEMENT DE LA MIRE MÉRIDIDIENNE NORD DE LA STATION ASTRONOMIQUE 1 TULCAN,  
(ANGASMAYO).



*Renvoi aux stations.*

(T. III, fasc. 1.)

Tulcan..... 1  
El Pelado.. 3 et rattachement B  
Machines.. 4 et rattachement D

(T. III, fasc. 2.)

Tulcan..... p. 104 et 105.

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

*Angle géodésique.*

$$P = 396.5343'', 5831 \quad \text{triangle [69]}$$

*Côtés.*

$$\log q = 4.38597541 \quad \text{côté (85)}$$

$$\log r = 4.11328843 \quad \text{côté (86)}$$

TRIANGLES.

$$\begin{array}{l} \text{Mire méridienne nord.} \quad 66.2844'', 221 \quad [\text{conclu}] \\ \text{El Pelado.....} \quad 9.4711, 058 + (2) \\ \text{Tulcan.....} \quad 124.2445, 463 + (1) \\ \hline \epsilon = 0,742 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Mire méridienne nord.} \quad 27.5911'', 646 \quad [\text{conclu}] \\ \text{Machines .....} \quad 8.6299, 538 + (3) \\ \text{Tulcan .....} \quad 163.7789, 046 + (1) \\ \hline \epsilon = 0,230 \end{array}$$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

*Équation aux côtés supplémentaire.*

$$1 = \frac{q \sin I. III. II \sin II. I. IV}{r \sin II. I. III \sin I. IV. II}$$

$$\begin{array}{l} I. III. II = 66.2843'', 974 + (1) - (2) \\ II. I. IV = 27.5911, 569 - (1) - (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} II. I. III = 66.2843'', 974 - (1) - (2) \\ I. IV. II = 8.6299, 462 + (3) \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +0,820 + 1,075(1) - 4,951(2) + 6,476(3)$$

$$\begin{array}{l} \log q = 4.38597541 \\ \log \sin = 1.17091621 + 455,2(2) \\ \quad = 1.62320758 - 147,4[(1) + (3)] \\ \hline 3.18009920 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \log r = 4.11328843 \\ \log \sin = 1.93601455 - 39,9[(1) + (2)] \\ \quad = 1.13079704 + 500,2(3) \\ \hline 3.18010002 \end{array}$$

*Poids des directions finales observées.*

Unité de poids : poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42).

A Tulcan	{	Mire méridienne nord.	6,090 <sup>(1)</sup>	A El Pelado	{	Tulcan .....	20
		El Pelado .....	20			Mire méridienne nord.	20
A Machines	{	Mire méridienne nord.	20		{	Tulcan .....	20
		Tulcan .....	20				

*Poids des angles observés <sup>(2)</sup>.*

Unité de poids : poids d'un angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42) par dix couples ou vingt répétitions.

(Mire méridienne nord-Tulcan-El Pelado) .....	$p_1 = 0,467$
(Tulcan-El Pelado-Mire méridienne nord) .....	$p_2 = 1$
(Tulcan-Machines-Mire méridienne nord) .....	$p_3 = 1$

*Transformation <sup>(3)</sup>.*

$$\begin{aligned} (1)' &= (1) \sqrt{4,67} & \frac{+1,075}{\sqrt{4,67}} &= +0,4975 \\ (2)' &= (2) \sqrt{10} & \frac{-4,951}{\sqrt{10}} &= -1,5658 \\ (3)' &= (3) \sqrt{10} & \frac{+6,476}{\sqrt{10}} &= +2,0481 \end{aligned}$$

## ÉQUATION DE CONDITION.

$$0 = +0,820 + 0,4975 (1)' - 1,5658 (2)' + 2,0481 (3)'$$

## ÉQUATION NORMALE.

$$0 = +0,820 + 6,89395 \lambda$$

## QUANTITÉ CORRÉLATIVE.

$$\lambda = -0,11894$$

## INCONNUES AUXILIAIRES.

$$(1)' = -0,05917 \quad (2)' = +0,18624 \quad (3)' = -0,24360$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

$$\text{Tulcan... } (1) = -0,02738 \quad \text{El Pelado... } (2) = +0,05890 \quad \text{Machines... } (3) = -0,07703$$

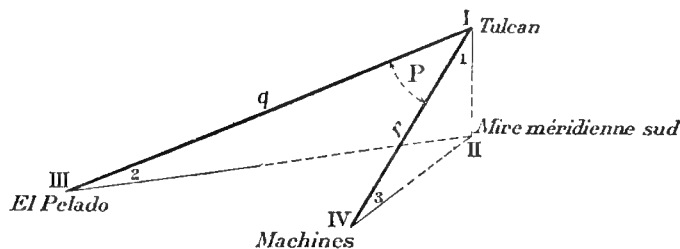
<sup>(1)</sup> Voir § 76, p. 105.

<sup>(2)</sup> Dans le cas exceptionnel où les deux directions qui forment un angle n'ont pas le même poids, le poids  $p$  de cet angle est évidemment donné en fonction des poids  $p'$ ,  $p''$  des directions par la relation  $\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{p''}$ . Par exemple, les poids respectifs des angles (Mire méridienne nord-Tulcan-El Pelado) et (Tulcan-El Pelado-Mire méridienne nord) sont  $\frac{1}{\frac{1}{6,090} + \frac{1}{20}}$  et  $\frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20}}$ , soit 4,67 et 10 ou 0,467 et 1 suivant l'unité adoptée.

<sup>(3)</sup> Pour le traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés dans le cas où les poids des quantités observées sont inégaux, voir plus haut § 23, p. 24 et 25.

## FIGURE II.

RATTACHEMENT DE LA MIRE MÉRIDIENTINE SUD DE LA STATION ASTRONOMIQUE 1 TULCAN,  
(LA RINCONADA).



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Tulcan..... 1  
El Pelado... 3 et rattachement A  
Machines... 4 et rattachement C

## ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angle géodésique.

$$P = 396.5343'', 5831 \quad \text{triangle [69]}$$

Côtés.

$$\begin{aligned} \log q &= 4.38597541 & \text{côté (85)} \\ \log r &= 4.11328843 & \text{côté (86)} \end{aligned}$$

## TRIANGLES.

Mire méridienne sud..	$142.4852'', 846$ [conclu]	Mire méridienne sud..	$110.1062'', 584$ [conclu]
Tulcan.....	$36.2226, 022 + (1)$	Tulcan.....	$75.7569, 605 + (1)$
Machines.....	$21.2921, 430 + (3)$	El Pelado.....	$14.1368, 775 + (2)$
	$\epsilon = 0,298$		$\epsilon = 0,964$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{q}{r} \frac{\sin I. III. II \sin I. II. IV}{\sin I. II. III \sin I. IV. II}$$

$$\begin{aligned} I. III. II &= 14.1368'', 454 + (2) \\ I. II. IV &= 142.4852, 746 - (1) - (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log q &= 4.38597541 \\ \log \sin &= \bar{1}.34289724 + 302,1 (2) \\ &= \bar{1}.89512413 + 53,8 [(1) + (3)] \\ &= 3.62399678 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lcl}
 & \log r = 4^{\circ} 11328843 & \\
 \text{I. II. III} = 110.1062,263 - (1) - (2) & \log \sin = 1^{\circ} 99450453 + 10,9 [(1) + (2)] & \\
 \text{I. IV. II} = 21.2921,331 + (3) & \text{»} = 1^{\circ} 51621188 + 196,3 (3) & \\
 & \hline
 & 3^{\circ} 62400484 &
 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +8,06 - 0,429 (1) - 2,912 (2) + 1,425 (3)$$

## ÉQUATION NORMALE.

$$0 = +8,06 + 10,69441 \lambda$$

## QUANTITÉ CORRÉLATIVE.

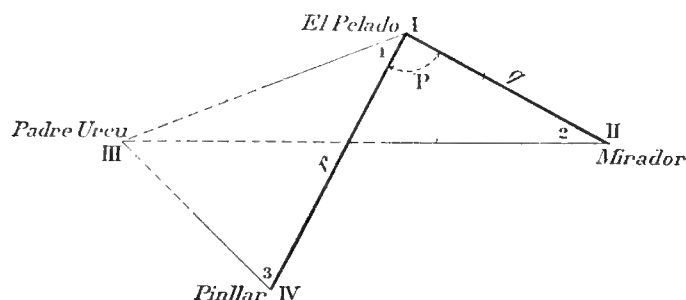
$$\lambda = -0,75366$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

$$\text{Tulcan... } (1) = +0^{\circ} 32332 \quad \text{El Pelado... } (2) = +2^{\circ} 19466 \quad \text{Machines... } (3) = -1^{\circ} 07397$$

## FIGURE III.

## RATTACHEMENT DE PADRE URCU.



*Renvoi aux stations.*  
(T. III, fasc. 1.)

El Pelado..... 3 et 3 bis  
Mirador..... 5  
Pinllar, station supplé-  
mentaire..... p. B.119

## ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

*Angle géodésique.*

$P = 100^{\text{G}}, 2700^{\text{N}}, 5336$  triangles [53] et [56]

*Côtés.*

$\log q = 4.47538794$  côté (73)  
 $\log r = 4.59726803$  côté (68)

## TRIANGLES.

Padre Urcu.....	$24.2334^{\text{N}}, 881$ [conclu]	Padre Urcu.....	$75.1396^{\text{N}}, 423$ [conclu]
Mirador.....	$34.4265, 428 + (2)$	Pinllar.....	$83.7904, 415 + (3)$
El Pelado.....	$141.3407, 447 + (1)$	El Pelado.....	$41.0706, 914 + (1)$
	$\varepsilon = 7,756$		$\varepsilon = 7,752$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

*Équation aux côtés supplémentaire.*

$$1 = \frac{q}{r} \frac{\sin I. II. III \sin I. III. IV}{\sin I. III. II \sin I. IV. III}$$

$I. II. III = 34.4262^{\text{N}}, 843 + (2)$   
 $I. III. IV = 75.1393, 839 - (1) - (3)$

$\log q = 4.47538794$   
 $\log \sin = 1.71163309 + 113,6 (2)$   
» =  $1.96600799 - 28,1 [(1) + (3)]$   
 $4.15302902$

*Arc de méridien équatorial, t. III, (2).*

A.7



$$\begin{array}{lcl}
 \text{I.III.II} = 24.2332^{\text{''}}_{296} - (1) - (2) & \log r = 4.59726803 & \\
 \text{I.IV.II} = 83.7901,831 + (3) & \log \sin = 1.56999198 - 170,4 [(1) + (2)] & \\
 & \text{»} = 1.98576689 + 17,7 (3) & \\
 & \underline{4.15302690} &
 \end{array}$$

$$(1) \quad 0 = + 2,12 + 1,423 (1) + 2,840 (2) - 0,458 (3)$$

## ÉQUATION NORMALE.

$$0 = + 2,12 + 10,30029 \lambda$$

## QUANTITÉ CORRÉLATIVE.

$$\lambda = - 0,20582$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

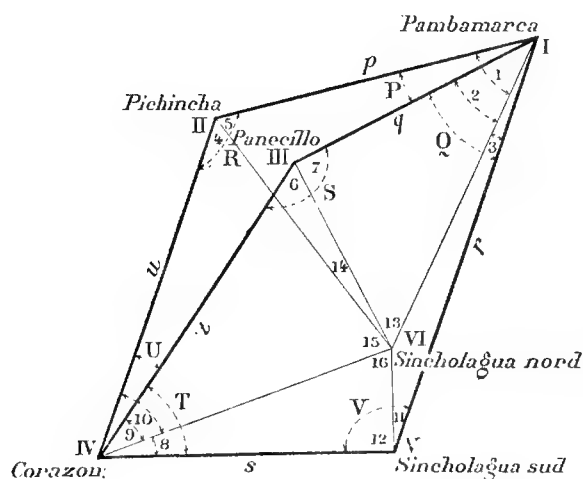
$$\text{El Pelado} \dots (1) = - 0,29288$$

$$\text{Mirador} \dots (2) = - 0,58453$$

$$\text{Pinllar} \dots (3) = + 0,09427$$

FIGURE IV.

RATTACHEMENT DE SINCHOLAGUA NORD.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Pambamarca..... 15 et 15 bis rattachement F  
Pichincha..... 16 et 16 bis  
Panecillo..... 18 et 18 bis rattachement G  
Corazon..... 20 et 20 bis  
Sincholagua sud.. 21  
Sincholagua nord,  
station supplé-  
mentaire..... p. B. 120.

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angles géodésiques.

$P = 12.5744,0132$	triangles [37] et [40]
$Q = 48.5450,4907$	triangle [37]
$R = 132.1700,6137$	triangles [39] et [40]
$S = 154.7060,9746$	triangles [36] et [37]
$T = 74.3359,6157$	triangle [36]
$U = 9.9620,5174$	triangles [36] et [39]
$V = 122.4147,8730$	triangles [39] et [40]

Côtés.

$\log p = 4.59941485$	côté (54)
$\log q = 4.58221102$	côté (49)
$\log r = 4.72708034$	côté (48)
$\log s = 4.47835655$	côté (45)
$\log t = 4.55791856$	côté (47)
$\log u = 4.61433886$	côté (53)

## TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Sincholagua nord.} & \overset{G}{53.1112^{\circ}667} + (13) + (14) & \\
 \text{Pambamarca} & \overset{G}{60.8246,163} + (1) & \\
 \text{Pichincha} & \overset{G}{86.0656,431} + (5) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0015,261 & \\
 \varepsilon & = 13,387 & \\
 \hline
 E & = + 1,874 &
 \end{array}$$

$$(1) \quad o = + 1,874 + (1) + (5) + (13) + (14)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Sincholagua nord.} & \overset{G}{52.0428^{\circ}729} + (13) & \\
 \text{Pambamarca} & \overset{G}{48.2502,273} + (2) & \\
 \text{Panecillo} & \overset{G}{99.7079,696} + (7) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0010,698 & \\
 \varepsilon & = 10,8315 & \\
 \hline
 E & = - 0,1335 &
 \end{array}$$

$$(2) \quad o = - 0,1335 + (2) + (7) + (13)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Sincholagua nord.} & \overset{G}{72.7353^{\circ}157} + (14) + (15) & \\
 \text{Panecillo} & \overset{G}{54.9980,103} + (6) & \\
 \text{Corazon} & \overset{G}{72.2671,933} + (9) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0005,193 & \\
 \varepsilon & = 7,7885 & \\
 \hline
 E & = - 2,5955 &
 \end{array}$$

$$(3) \quad o = - 2,5955 + (6) + (9) + (14) + (15)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Sincholagua nord.} & \overset{G}{91.3030^{\circ}856} + (16) & \\
 \text{Corazon} & \overset{G}{2.0687,053} + (8) & \\
 \text{Sincholagua sud.} & \overset{G}{106.6281,295} + (12) & \\
 \hline
 \Sigma & = 199.9999,204 & \\
 \varepsilon & = 0,232 & \\
 \hline
 E & = - 1,028 &
 \end{array}$$

$$(4) \quad o = - 1,028 + (8) + (12) + (16)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Sincholagua nord.} & \overset{G}{71.6669^{\circ}219} + (15) & \\
 \text{Pichincha} & \overset{G}{46.1043,840} + (4) & \\
 \text{Corazon} & \overset{G}{82.2296,212} + (10) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0009,271 & \\
 \varepsilon & = 9,403 & \\
 \hline
 E & = - 0,132 &
 \end{array}$$

$$o = - 0,132 + (4) + (10) + (15)$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Sincholagua nord.} & \overset{G}{183.9187^{\circ}258} - (13) - (14) - (15) - (16) & \\
 \text{Sincholagua sud.} & \overset{G}{15.7864,948} + (11) & \\
 \text{Pambamarca} & \overset{G}{0.2948,519} + (3) & \\
 \hline
 \Sigma & = 200.0000,725 & \\
 \varepsilon & = 0,102 & \\
 \hline
 E & = + 0,623 &
 \end{array}$$

$$o = + 0,623 + (3) + (11) - (13) - (14) - (15) - (16)$$

## Équations aux angles supplémentaires.

$$\begin{array}{l}
 \text{A Pambamarca} \dots \left\{ \begin{array}{l} \overset{G}{48.2502,273} + (2) + \overset{G}{0.2948,519} + (3) = Q = \overset{G}{48.5450,4907} \\ \overset{G}{60.8246,163} + (1) - \overset{G}{48.2502,273} - (2) = P = \overset{G}{12.5744,0132} \end{array} \right. \begin{array}{l} (5) \quad o = + 0,3013 + (2) + (3) \\ (6) \quad o = - 0,1232 + (1) - (2) \end{array} \\
 \text{A Pichincha} \dots \left\{ \begin{array}{l} \overset{G}{46.1043,840} + (4) + \overset{G}{86.0656,431} + (5) = R = \overset{G}{132.1700,6137} \\ \overset{G}{54.9980,103} + (6) + \overset{G}{99.7079,696} + (7) = S = \overset{G}{154.7060,9746} \end{array} \right. \begin{array}{l} (7) \quad o = - 0,3427 + (4) + (5) \\ (8) \quad o = - 1,1756 + (6) + (7) \end{array} \\
 \text{A Panecillo} \dots \left\{ \begin{array}{l} \overset{G}{2.0687,053} + (8) + \overset{G}{72.2671,933} + (9) = T = \overset{G}{71.3359,6157} \\ \overset{G}{82.2296,212} + (10) - \overset{G}{72.2671,933} - (9) = U = \overset{G}{9.9620,5174} \end{array} \right. \begin{array}{l} (9) \quad o = - 0,6297 + (8) + (9) \\ (10) \quad o = + 3,7616 - (9) + (10) \end{array} \\
 \text{A Corazon} \dots \left\{ \begin{array}{l} \overset{G}{82.2296,212} + (10) - \overset{G}{72.2671,933} - (9) = U = \overset{G}{9.9620,5174} \\ \overset{G}{15.7864,948} + (11) + \overset{G}{106.6281,295} + (12) = V = \overset{G}{122.4147,8730} \end{array} \right. \begin{array}{l} (11) \quad o = + 0,623 + (3) + (11) - (13) - (14) - (15) - (16) \\ (12) \quad o = - 1,6300 + (11) + (12) \end{array} \\
 \text{A Sincholagua sud.} & \overset{G}{15.7864,948} + (11) + \overset{G}{106.6281,295} + (12) = V = \overset{G}{122.4147,8730} &
 \end{array}$$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

*Équations aux côtés supplémentaires.*

$$1 = \frac{p}{q} \frac{\sin I. II. VI \sin I. VI. III}{\sin I. VI. II \sin I. III. VI}$$

$$\begin{aligned} I. II. VI &= 86.0651,968 + (5) \\ I. VI. III &= 52.0425,118 + (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log p &= 4.59941485 \\ \log \sin &= 7.98951195 + 15,1 (5) \\ &= 7.86298099 + 64,0 (13) \\ &\quad \underline{4.45190779} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I. VI. II &= 53.1108,205 + (13) + (14) \\ I. III. VI &= 99.7076,086 + (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log q &= 4.58221102 \\ \log \sin &= 7.86970187 + 61,8 [(13) + (14)] \\ &= 7.99999542 + 0,3 (7) \\ &\quad \underline{4.45190831} \end{aligned}$$

$$(12) \quad o = + 0,52 - 0,151 (5) + 0,003 (7) - 0,022 (13) + 0,618 (14)$$

$$1 = \frac{q}{t} \frac{\sin III. I. VI \sin III. VI. IV}{\sin I. VI. III \sin III. IV. VI}$$

$$\begin{aligned} III. I. VI &= 48.2498,663 + (2) \\ III. VI. IV &= 72.7350,561 + (14) + (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log q &= 4.58221102 \\ \log \sin &= 7.83721138 + 72,0 (2) \\ &= 7.95888997 + 31,1 [(14) + (15)] \\ &\quad \underline{4.37831237} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I. VI. III &= 52.0425,118 + (13) \\ III. IV. VI &= 72.2669,337 + (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log t &= 4.55791856 \\ \log \sin &= 7.86298099 + 64,0 (13) \\ &= 7.95741781 + 31,7 (9) \\ &\quad \underline{4.37831736} \end{aligned}$$

$$(13) \quad o = + 4,99 - 0,720 (2) + 0,317 (9) + 0,640 (13) - 0,311 (14) - 0,311 (15)$$

$$1 = \frac{t}{s} \frac{\sin IV. III. VI \sin IV. VI. V}{\sin III. VI. IV \sin IV. V. VI}$$

$$\begin{aligned} IV. III. VI &= 54.9977,507 + (6) \\ IV. VI. V &= 91.3030,779 + (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log t &= 4.55791856 \\ \log \sin &= 7.88103241 + 58,2 (6) \\ &= 7.99593481 + 9,4 (16) \\ &\quad \underline{4.43488578} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{III. VI. IV} &= 72.7350,561 + (14) + (15) \\ \text{IV. V. VI} &= 106.6281,217 + (12)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log s &= 4.47835655 \\ \log \sin &= 1.95888997 + 31,1 [(14) + (15)] \\ &= 1.99764190 - 7,1 (12) \\ &\quad \underline{4.43488842}\end{aligned}$$

$$(14) \quad 0 = +2,64 - 0,582(6) - 0,071(12) + 0,311(14) + 0,311(15) - 0,094(16)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$\begin{aligned}(1) \quad 0 &= +1,8740 + (1) + (5) + (13) + (14) \\ (2) \quad 0 &= -0,1335 + (2) + (7) + (13) \\ (3) \quad 0 &= -2,5955 + (6) + (9) + (14) + (15) \\ (4) \quad 0 &= -1,0280 + (8) + (12) + (16) \\ (5) \quad 0 &= +0,3013 + (2) + (3) \\ (6) \quad 0 &= -0,1232 + (1) - (2) \\ (7) \quad 0 &= -0,3427 + (4) + (5) \\ (8) \quad 0 &= -1,1756 + (6) + (7) \\ (9) \quad 0 &= -0,6297 + (8) + (9) \\ (10) \quad 0 &= +3,7616 - (9) + (10) \\ (11) \quad 0 &= -1,6300 + (11) + (12) \\ (12) \quad 0 &= +0,5200 - 0,151(5) + 0,003(7) - 0,022(13) + 0,618(14) \\ (13) \quad 0 &= +4,9900 - 0,720(2) + 0,317(9) + 0,640(13) - 0,311(14) - 0,311(15) \\ (14) \quad 0 &= +2,6400 - 0,582(6) - 0,071(12) + 0,311(14) + 0,311(15) - 0,094(16)\end{aligned}$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$	$\lambda_5.$	$\lambda_6.$	$\lambda_7.$	
(I) $0 = +1,8740$	+ 4.	+ 1.	+ 1.	»	»	+ 1.	+ 1.	...
(II) $0 = -0,1335$	+ 1.	+ 3.	»	»	+ 1.	- 1.	»	...
(III) $0 = -2,5955$	+ 1.	»	+ 4.	»	»	»	»	...
(IV) $0 = -1,0280$	»	»	»	+ 3.	»	»	»	...
(V) $0 = +0,3013$	»	+ 1.	»	»	+ 2.	- 1.	»	...
(VI) $0 = -0,1232$	+ 1.	- 1.	»	»	- 1.	+ 2.	»	...
(VII) $0 = -0,3427$	+ 1.	»	»	»	»	»	+ 2.	...
(VIII) $0 = -1,1756$	»	+ 1.	+ 1.	»	»	»	»	...
(IX) $0 = -0,6297$	»	»	+ 1.	+ 1.	»	»	»	...
(X) $0 = +3,7616$	»	»	- 1.	»	»	»	»	...
(XI) $0 = -1,6300$	»	»	»	+ 1.	»	»	»	...
(XII) $0 = +0,5200$	+ 0,445	- 0,019	+ 0,618	»	»	»	- 0,151	...
(XIII) $0 = +4,9900$	+ 0,329	- 0,080	- 0,305	»	- 0,720	+ 0,720	»	...
(XIV) $0 = +2,6400$	+ 0,311	»	+ 0,040	- 0,165	»	»	»	...

## ÉQUATIONS NORMALES (suite).

		$\lambda_8$	$\lambda_9$	$\lambda_{10}$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{13}$	$\lambda_{14}$
(I)	...	»	»	»	»	+ 0,445	+ 0,329	+ 0,311
(II)	...	+ 1.	»	»	»	- 0,019	- 0,080	»
(III)	...	+ 1.	+ 1.	- 1.	»	+ 0,618	- 0,305	+ 0,040
(IV)	...	»	+ 1.	»	+ 1.	»	»	- 0,165
(V)	...	»	»	»	»	»	- 0,720	»
(VI)	...	»	»	»	»	»	+ 0,720	»
(VII)	...	»	»	»	»	- 0,151	»	»
(VIII)	...	+ 2.	»	»	»	+ 0,003	»	- 0,582
(IX)	...	»	+ 2.	- 1.	»	»	+ 0,317	»
(X)	...	»	- 1.	+ 2.	»	»	- 0,317	»
(XI)	...	»	»	»	+ 2.	»	»	- 0,071
(XII)	...	+ 0,003	»	»	»	+ 0,40522	- 0,20268	+ 0,19220
(XIII)	...	»	+ 0,317	- 0,317	»	- 0,26268	+ 1,22193	- 0,19344
(XIV)	...	- 0,582	»	»	- 0,071	+ 0,19220	- 0,19344	+ 0,54604

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

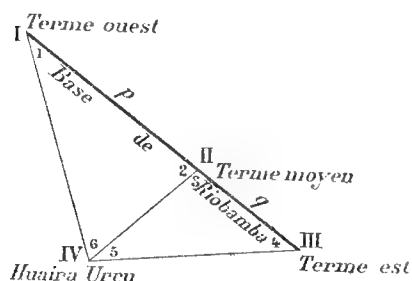
$\lambda_1 = -4,75686$	$\lambda_6 = +10,33362$	$\lambda_{11} = +0,71711$
$\lambda_2 = +11,01484$	$\lambda_7 = +2,97881$	$\lambda_{12} = +5,68202$
$\lambda_3 = +2,52284$	$\lambda_8 = -13,12733$	$\lambda_{13} = -14,62153$
$\lambda_4 = -1,49693$	$\lambda_9 = +0,86791$	$\lambda_{14} = -23,84136$
$\lambda_5 = -5,75504$	$\lambda_{10} = -2,50299$	

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Pambamarca.....	{ (1) = + 5,57676 (2) = + 5,45368 (3) = - 5,75504	Sincholagua sud.....	{ (11) = + 0,71711 (12) = + 0,91292
Pichincha.....	{ (4) = + 2,97881 (5) = - 2,63604	Sincholagua nord.....	{ (13) = - 3,22480 (14) = - 1,58989 (15) = - 0,34452 (16) = + 0,74416
Panecillo.....	{ (6) = + 3,27118 (7) = - 2,09544		
Corazon.....	{ (8) = - 0,62902 (9) = + 1,25871 (10) = - 2,50299		

## FIGURE V.

RATTACHEMENT DE TERME MOYEN DE LA BASE DE RIOBAMBA ET DE HUAIRA URCU.



Renvoi aux stations.

(T. III, fasc. 1.)

Terme ouest de la base de Riobamba... 32

Terme est de la base de Riobamba..... 34

(T. III, fasc. 2.)

Terme moyen de la base de Riobamba... p. 131

Huaira Urcu ..... p. 132

A cause de la brisure de la base, la figure V est en réalité un quadrilatère complet. Mais cette brisure est si faible que, dans les limites de précision d'un calcul par logarithmes à 8 décimales, la longueur totale de la base est égale à la somme des longueurs de ses deux sections <sup>(1)</sup>. Il en résulte que toute compensation du quadrilatère dans laquelle on introduirait comme données les logarithmes à 8 décimales de ces trois quantités doit évidemment fournir pour les angles du triangle géodésique [Terme ouest-Terme moyen-Terme est] des corrections annulant les deux petits angles et rendant le troisième égal à 200°. Ces corrections sont donc :

en Terme ouest....	— 19,428
en Terme moyen...	+ 33,595
en Terme est.....	— 24,561

Dès lors, la compensation de la figure V a été effectuée en la réduisant aux trois triangles :

[Huaira Urcu — Terme moyen — Terme ouest]  
 [Huaira Urcu — Terme est — Terme moyen]  
 [Huaira Urcu — Terme est — Terme ouest]

mais en introduisant les trois équations aux angles supplémentaires :

angle géodésique compensé (Terme moyen — Terme ouest — Terme est) =	0°,
» (Terme ouest — Terme moyen — Terme est) =	200°,
» (Terme moyen — Terme est — Terme ouest) =	0°.

C'est en effet ce qui a été fait dans la compensation ci-après, mais on a exprimé la première et la troisième des conditions ci-dessus en désignant par

(1) la correction à l'angle géodésique observé (Huaira Urcu — Terme ouest — Terme est)  
 (4) » (Huaira Urcu — Terme est — Terme ouest)

et immédiatement par

(1) — 19,428 la correction à l'angle géodésique observé (Huaira Urcu — Terme ouest — Terme moyen)  
 (4) — 24,561 » (Huaira Urcu — Terme est — Terme moyen),

ce qui revient à supprimer, pour simplifier, deux inconnues et deux équations de condition.

(1) Voir § 66, p. 82.

## ÉLÉMENTS DE DÉPART.

$$\left. \begin{array}{l} \log p = 3.77965355 \\ \log q = 3.52633883 \end{array} \right\} \text{ Tome II, fascicule 2 : Bases.}$$

## TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Huaira Urcu.....	$62.5264^{\text{G}}, 721 + (6)$	Huaira Urcu.....	$42.2427^{\text{G}}, 315 + (5)$
Terme moyen.....	$98.1115, 271 + (2)$	Terme est.....	$55.8704, 925 + (4) - 24^{\text{G}}, 561$
Terme ouest.....	$39.3625, 648 + (1) - 19^{\text{G}}, 428$	Terme moyen....	$101.8851, 134 + (3)$
$\Sigma =$	$200.0005, 640$	$\Sigma =$	$199.9983, 374$
$\varepsilon =$	$0, 199$	$\varepsilon =$	$0, 111$
E =	$+ 5, 441$	E =	$- 16, 737$

(1)  $0 = -13^{\text{G}}, 987 + (1) + (2) + (6)$       (2)  $0 = -41^{\text{G}}, 298 + (3) + (4) + (5)$

Huaira Urcu.....	$104.7692^{\text{G}}, 036 + (5) + (6)$
Terme est.....	$55.8680, 364 + (4)$
Terme ouest.....	$39.3606, 220 + (1)$
$\Sigma =$	$199.9978, 620$
$\varepsilon =$	$0, 310$
E =	$- 21, 690$

## Équation aux angles supplémentaire.

$$\text{à Terme moyen... } 98.1115, 271 + (2) + 101.8851, 134 + (3) = 200^{\text{G}}$$

$$(3) \quad 0 = -33^{\text{G}}, 595 + (2) + (3)$$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

## Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{p}{q} \frac{\sin \text{II.I.IV} \sin \text{II.IV.III}}{\sin \text{I.IV.II} \sin \text{II.III.IV}}$$

$$\begin{array}{l} \text{II.I.IV} = 39.3625^{\text{G}}, 582 \\ \text{II.IV.III} = 42.2427, 278 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \log p = 3.77965355 \\ \log \sin = 1.76316981 + 95,9 [(1) - 19^{\text{G}}, 428] \\ \quad = 1.78952097 + 87,2 (5) \\ \hline 3.33234433 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I.IV.II} = 62.5264^{\text{G}}, 655 \\ \text{II.III.IV} = 55.8704, 888 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \log q = 3.52633883 \\ \log \sin = 1.91996696 + 45,6 (6) \\ \quad = 1.88604769 + 56,7 [(4) - 24^{\text{G}}, 561] \\ \hline 3.33235348 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +13,85 - 0,959 (1) + 0,567 (4) - 0,872 (5) + 0,456 (6)$$

Arc de méridien équatorial, t. III, (2).



## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = -13,987 + (1) + (2) + (6)$   
 (2)  $0 = -41,298 + (3) + (4) + (5)$   
 (3)  $0 = -33,595 + (2) + (3)$   
 (4)  $0 = +13,850 - 0,959(1) + 0,567(4) - 0,872(5) + 0,456(6)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

		$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$
(I)	$0 = -13,987$	+ 3	»	+ 1	- 0,503
(II)	$0 = -41,298$	»	+ 3	+ 1	- 0,305
(III)	$0 = -33,595$	+ 1	+ 1	+ 2	»
(IV)	$0 = +13,850$	- 0,503	- 0,305	»	+ 2,20949

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

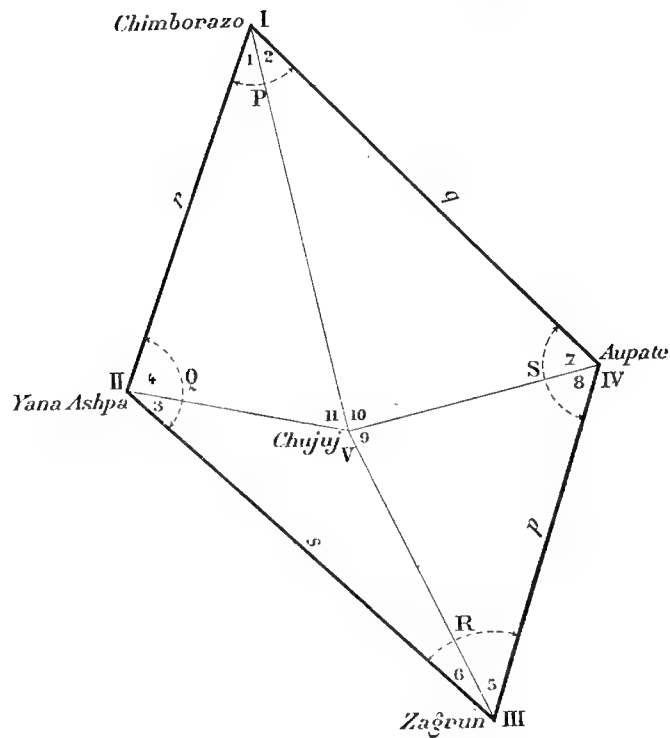
$$\begin{array}{ll}
 \lambda_1 = -0,32407 & \lambda_3 = +12,40195 \\
 \lambda_2 = +9,11514 & \lambda_4 = -5,08392
 \end{array}$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

$$\begin{array}{ll}
 (1) = +4,55141 & (4) = +6,23256 \\
 (2) = +12,07788 & (5) = +13,54832 \\
 (3) = +21,51709 & (6) = -2,64234
 \end{array}$$

## FIGURE VI.

## RATTACHEMENT DE CHUJUI.

*Renvoi aux stations.*

(T. III, fasc. 1.)

---

Chimborazo.....	30
Aupate.....	35
Yana Ashpa .....	36
Zagrun .....	37
Chujui, station supplémentaire. p. B. 121.	

## ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

*Angles géodésiques.*

$P = 72.7615,0125$	triangle [10]
$Q = 121.9605,7723$	triangles [10] et [12]
$R = 74.0036,4637$	triangle [12]
$S = 131.2754,7215$	triangles [10] et [12]

*Côtés.*

$\log p = 4.38025240$	côté (16)
$\log q = 4.51642757$	côté (10)
$\log r = 4.41991966$	côté (14)
$\log s = 4.52332613$	côté (17)

## TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Chujuj.....	$76.3967,653 + (11)$	Chujuj.....	$142.5450,320 - [(9) + (10) + (11)]$
Chimborazo.....	$35.9702,626 + (1)$	Yana Ashpa.....	$34.3270,814 + (3)$
Yana Ashpa.....	$87.6335,859 + (4)$	Zagrun.....	$23.1281,813 + (6)$
$\Sigma =$	$200.0006,138$	$\Sigma =$	$200.0002,947$
$\varepsilon =$	$3,068$	$\varepsilon =$	$2,037$
$E =$	$+ 3,070$	$E =$	$+ 0,910$
(1)	$0 = + 3,070 + (1) + (4) + (11)$		$0 = + 0,910 + (3) + (6) - (9) - (10) - (11)$

Chujuj.....	$81.6825,204 + (9)$	Chujuj.....	$99.3756,823 + (10)$
Zagrun.....	$50.8755,042 + (5)$	Aupate.....	$63.8336,042 + (7)$
Aupate.....	$67.4420,899 + (8)$	Chimborazo.....	$36.7909,468 + (2)$
$\Sigma =$	$200.0001,145$	$\Sigma =$	$200.0002,333$
$\varepsilon =$	$2,956$	$\varepsilon =$	$3,909$
$E =$	$- 1,811$	$E =$	$- 1,576$
(2)	$0 = - 1,811 + (5) + (8) + (9)$	(3)	$0 = - 1,576 + (2) + (7) + (10)$

## Équations aux angles supplémentaires.

A Chimborazo.	$35.9702,626 + (1) + 36.7909,468 + (2) = P = 72.7615,012$	(4)	$0 = - 2,918 + (1) + (2)$
A Yana Ashpa.	$34.3270,814 + (3) + 87.6335,859 + (4) = Q = 121.9605,772$	(5)	$0 = + 0,901 + (3) + (4)$
A Zagrun....	$50.8755,042 + (5) + 23.1281,813 + (6) = R = 74.0036,464$	(6)	$0 = + 0,391 + (5) + (6)$
A Aupate....	$63.8336,042 + (7) + 67.4420,899 + (8) = S = 131.2754,722$	(7)	$0 = + 2,219 + (7) + (8)$

## ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

## Équations aux côtés supplémentaires.

$r = \frac{r}{q} \frac{\sin I. II. V \sin I. V. IV}{\sin I. V. II \sin I. IV. V}$	$\log r = 4.41991966$
$I. II. V = 87.6334,836 + (4)$	$\log \sin = 1.99175407 + 13,4 (4)$
$I. V. IV = 99.3755,520 + (10)$	$\log \sin = 1.99997911 + 0,7 (10)$
	$4.41165284$
$I. V. II = 76.3966,630 + (11)$	$\log q = 4.51642757$
$I. IV. V = 63.8334,739 + (7)$	$\log \sin = 1.96944020 + 26,5 (11)$
	$\log \sin = 1.92578813 + 43,6 (7)$
	$4.41165590$
(8)	$0 = + 3,06 - 0,134 (4) + 0,436 (7) - 0,007 (10) + 0,265 (11)$

$1 = \frac{q}{p} \frac{\sin IV. I. V \sin III. V. IV}{\sin I. V. IV \sin IV. III. V}$	$\log q = 4.51642757$
$IV. I. V = 36.7908,165 + (2)$	$\log \sin = 1.73741015 + 104,6 (2)$
$III. V. IV = 81.6824,218 + (9)$	$\log \sin = 1.98176879 + 20,1 (9)$
	$4.23560651$

$$\begin{aligned} \text{I.V.IV} &= 99.3755,520 + (10) \\ \text{IV.III.V} &= 50.8754,057 + (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log p &= 4.38025240 \\ \log \sin &= 7.99997911 + 0,7 (10) \\ &= 7.85537554 + 66,3 (5) \\ &\quad \underline{4.23560705} \end{aligned}$$

$$(9) \quad 0 = +0,54 - 1,046 (2) + 0,663 (5) - 0,201 (9) + 0,007 (10)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

$$\begin{aligned} (1) \quad 0 &= +3,070 + (1) + (4) + (11) \\ (2) \quad 0 &= -1,811 + (5) + (8) + (9) \\ (3) \quad 0 &= -1,576 + (2) + (7) + (10) \\ (4) \quad 0 &= -2,918 + (1) + (2) \\ (5) \quad 0 &= +0,901 + (3) + (4) \\ (6) \quad 0 &= +0,391 + (5) + (6) \\ (7) \quad 0 &= +2,219 + (7) + (8) \\ (8) \quad 0 &= +3,060 - 0,134 (4) + 0,436 (7) - 0,007 (10) + 0,265 (11) \\ (9) \quad 0 &= +0,540 - 1,046 (2) + 0,663 (5) - 0,201 (9) + 0,007 (10) \end{aligned}$$

## ÉQUATIONS NORMALES.

	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$	$\lambda_8$	$\lambda_9$
(I) $0 = +3,070$	+ 3.	»	»	+ 1.	+ 1.	»	»	+ 0,131	»
(II) $0 = -1,811$	»	+ 3.	»	»	»	+ 1.	+ 1.	»	+ 0,462
(III) $0 = -1,576$	»	»	+ 3.	»	»	»	+ 1.	+ 0,430	- 1,039
(IV) $0 = -2,918$	+ 1.	»	+ 1.	+ 2.	»	»	»	»	- 1,046
(V) $0 = +0,901$	+ 1.	»	»	»	+ 2.	»	»	- 0,134	»
(VI) $0 = +0,391$	»	+ 1.	»	»	»	+ 2.	»	»	+ 0,663
(VII) $0 = +2,219$	»	+ 1.	+ 1.	»	»	»	+ 2.	+ 0,437	»
(VIII) $0 = +3,060$	+ 0,131	»	+ 0,430	»	- 0,134	»	+ 0,437	+ 0,27920	- 0,00005
(IX) $0 = +0,540$	»	+ 0,462	- 1,039	- 1,046	»	+ 0,663	»	- 0,00005	+ 1,57414

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

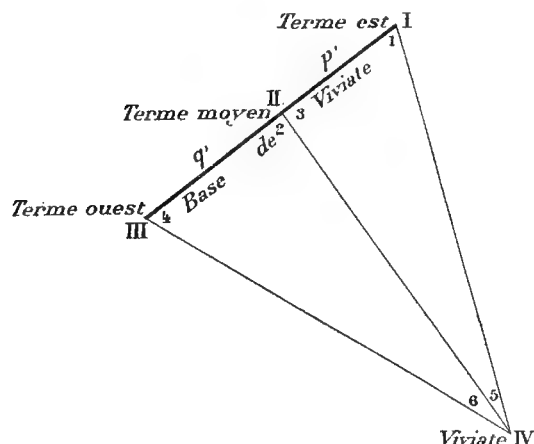
$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0,27256 & \lambda_4 &= +1,80818 & \lambda_7 &= +1,17651 \\ \lambda_2 &= +0,13295 & \lambda_5 &= -1,58187 & \lambda_8 &= -18,91947 \\ \lambda_3 &= +3,56280 & \lambda_6 &= -1,52605 & \lambda_9 &= +3,81320 \end{aligned}$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

Chimborazo.....	{	(1) = +1,53562	Aupate.....	{	(7) = -3,52850
		(2) = +1,38237			(8) = +1,30946
Yana Ashpa.....	{	(3) = -1,58187	Chujuj.....	{	(9) = -0,63350
		(4) = +0,68078			(10) = +3,72213
Zagrun.....	{	(5) = +1,13505			(11) = -5,28642
		(6) = -1,52605			

## FIGURE VII.

RATTACHEMENT DE TERME MOYEN DE LA BASE DE VIVIATE ET DE VIVIATE.



Renvoi aux stations.  
(T. III, fasc. 1.)

Terme est de la base de Viviate.	63
Terme moyen de la base de Viviate.....	64
Terme ouest de la base de Viviate.	66
Viviate .....	67

A cause de la brisure de la base, la figure VII est en réalité un quadrilatère complet. Mais cette brisure est si faible que, dans les limites de précision d'un calcul par logarithmes à 8 décimales, la longueur totale de la base est égale à la somme des longueurs de ses deux sections <sup>(1)</sup>. Il en résulte que toute compensation du quadrilatère, dans laquelle on introduirait comme données les logarithmes à 8 décimales de ces trois quantités, doit évidemment fournir pour les angles du triangle géodésique [Terme ouest — Terme moyen — Terme est] des corrections annulant les deux petits angles et rendant le troisième égal à 200°. Ces corrections sont donc :

en Terme est.....	— 20,856
en Terme moyen....	+ 44,498
en Terme ouest.....	— 19,377

Dès lors, la compensation de la figure VII a été effectuée en la réduisant aux trois triangles :

[Viviate — Terme moyen — Terme ouest]  
[Viviate — Terme est — Terme moyen]  
[Viviate — Terme est — Terme ouest],

mais en introduisant les trois équations aux angles supplémentaires :

angle géodésique compensé (Terme moyen — Terme est — Terme ouest) =	0°,
» (Terme ouest — Terme moyen — Terme est) =	200°,
» (Terme moyen — Terme ouest — Terme est) =	0°.

C'est en effet ce qui a été fait dans la compensation ci-après, mais on a exprimé la première et la troisième des conditions ci-dessus en désignant par

(1) la correction à l'angle géodésique observé (Viviate — Terme est — Terme ouest)  
(4) » » (Viviate — Terme ouest — Terme est)

et immédiatement par

(1) — 20,856 la correction à l'angle géodésique observé (Viviate — Terme est — Terme moyen)  
(4) — 19,377 » (Viviate — Terme ouest — Terme moyen),

ce qui revient à supprimer, pour simplifier, deux inconnues et deux équations de condition.

<sup>(1)</sup> Voir § 66. p. 82.

## ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

## Côtés.

$$\left. \begin{array}{l} \log p' = 3.56670723 \\ \log q' = 3.65636653 \end{array} \right\} \text{ Tome III, fascicule 2, pages 134 et 135.}$$

## TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Viviate.....	$21.5580,097 + (5)$	Viviate.....	$26.5951,571 + (6)$
Terme est.....	$76.4480,355 + (1) - 20,856$	Terme moyen....	$98.0013,409 + (2)$
Terme moyen.....	$101.9942,093 + (3)$	Terme ouest.....	$75.4035,877 + (4) - 19,377$
$\Sigma =$	$200.0002,545$	$\Sigma =$	$200.0000,857$
$\varepsilon =$	$0,300$	$\varepsilon =$	$0,369$
$E =$	$+ 2,245$	$E =$	$+ 0,488$

$$(1) \quad 0 = -18,611 + (1) + (3) + (5)$$

$$(2) \quad 0 = -18,889 + (2) + (4) + (6)$$

$$\begin{array}{l} \text{Viviate.....} \quad 48.1531,668 + (5) + (6) \\ \text{Terme est.....} \quad 76.4459,499 + (1) \\ \text{Terme ouest.....} \quad 75.4016,500 + (4) \\ \hline \Sigma = 200.0007,667 \\ \varepsilon = \quad 0,669 \\ \hline E = \quad + 6,998 \end{array}$$

## Équation aux angles supplémentaire.

$$\text{à Terme moyen.....} \quad 98.0013,409 + (2) + 101.9942,093 + (3) = 200$$

$$(3) \quad 0 = -44,498 + (2) + (3)$$

## ÉQUATION AUX CÔTÉS.

## Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{p'}{q'} \frac{\sin \text{II.I.IV} \sin \text{II.IV.III}}{\sin \text{I.IV.II} \sin \text{II.III.IV}}$$

$$\begin{array}{l} \text{II.I.IV} = 76.4480,255 \\ \text{II.IV.III} = 26.5951,448 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \log p' = 3.56670723 \\ \log \sin = 1.96957625 + 26,5 [(1) - 20,856] \\ \log \sin = 1.60821577 + 153,7 (6) \\ \hline 3.14449925 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I.IV.II} = 21.5579,997 \\ \text{II.III.IV} = 75.4035,754 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \log q' = 3.65636653 \\ \log \sin = 1.52139615 + 193,7 (5) \\ \log \sin = 1.96674553 + 27,8 [(4) - 19,377] \\ \hline 3.14450821 \end{array}$$

$$(4) \quad 0 = +9,100 - 0,265 (1) + 0,278 (4) + 1,937 (5) - 1,537 (6)$$

## RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

- (1)  $0 = -18,611 + (1) + (3) + (5)$   
 (2)  $0 = -18,889 + (2) + (4) + (6)$   
 (3)  $0 = -44,498 + (2) + (3)$   
 (4)  $0 = +9,100 - 0,265 (1) + 0,278 (4) + 1,937 (5) - 1,537 (6)$

## ÉQUATIONS NORMALES.

		$\lambda_1.$	$\lambda_2.$	$\lambda_3.$	$\lambda_4.$
(I)	$0 = -18,611$	$+ 3.$	»	$+ 1.$	$+ 1,672$
(II)	$0 = -18,889$	»	$+ 3.$	$+ 1.$	$- 1,259$
(III)	$0 = -44,498$	$+ 1.$	$+ 1.$	$+ 2.$	»
(IV)	$0 = +9,100$	$+ 1,672$	$- 1,259$	»	$+ 6,261847$

## QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$$\lambda_1 = -0,77712$$

$$\lambda_2 = -2,36639$$

$$\lambda_3 = +23,82075$$

$$\lambda_4 = -1,72153$$

## CORRECTIONS AUX ANGLES.

$$(1) = -0,32092$$

$$(2) = +21,45436$$

$$(3) = +23,04363$$

$$(4) = -2,84497$$

$$(5) = -4,11172$$

$$(6) = +0,27960$$

## DEUXIÈME PARTIE.

---

### TRIANGLES.





**TRIANGLES DU RÉSEAU PRIMORDIAL.**



RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Nombres.
I. — Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito.							
Figure 6 (page A.24).							
	[1]	G		G			(1)
31	Igualata.....	49.2545,074	+3,0309	49.2548,1049	47,864	3.97223930	(1)
32	Terme ouest.....	98.6838,382	+2,1197	98.6840,5017	40,261	4.12780523	(2)
34	Terme est.....	52.0609,840	+2,2764	52.0612,1164	11,875	3.99099847	(3)
		199.9993,296	-7,427	0,723			
	[2]						
35	Aupate.....	52.4395,599	-2,9873	52.4392,6117	92,347	4.12780523	(2)
31	Igualata.....	28.3634,644	-4,3095	28.3630,3345	30,069	3.89671045	(4)
34	Terme est.....	119.1978,858	-1,0092	119.1977,8488	77,584	4.24224848	(5)
		200.0009,101	+8,306	0,795			
	[3]						
35	Aupate.....	15.6385,243	-1,0685	15.6384,1745	84,090	3.97223930	(1)
32	Terme ouest.....	13.1024,989	+1,1254	13.1026,1144	26,030	3.89671044	(4)
34	Terme est.....	171.2588,698	+1,2671	171.2589,9651	89,880	4.22607093	(6)
		199.9998,930	-1,324	0,254			
	[4]						
31	Igualata.....	77.6179,718	-1,2786	77.6178,4394	78,018	4.22607093	(6)
32	Terme ouest.....	85.5813,393	+0,9944	85.5814,3874	13,966	4.24224848	(5)
35	Aupate.....	36.8010,356	-1,9188	36.8008,4372	08,016	3.99099847	(3)
		200.0003,467	+2,203	1,264			
	[5]						
33	Loma de Quito.....	121.2811,825	+3,1116	121.2814,9366	14,817	4.12780523	(2)
34	Terme est.....	59.5369,241	+2,0058	59.5371,2468	71,127	4.05818290	(7)
31	Igualata.....	19.1812,726	+1,4496	19.1814,1756	14,056	3.62494637	(8)
		199.9993,792	-6,567	0,359			
	[6]						
35	Aupate.....	7.3831,617	-3,2993	7.3828,3177	28,289	3.62494637	(8)
33	Loma de Quito.....	13.8820,213	+2,4597	13.8822,6727	22,644	3.89671044	(4)
34	Terme est.....	178.7348,099	+0,9966	178.7349,0956	49,067	4.07725830	(9)
		199.9999,929	-0,157	0,086			
	[7]						
33	Loma de Quito.....	107.3991,612	+0,6518	107.3992,2638	91,908	4.24224848	(5)
35	Aupate.....	45.0563,982	+0,3120	45.0564,2940	63,938	4.05818290	(7)
31	Igualata.....	47.5447,370	-2,8598	47.5444,5102	44,154	4.07725831	(9)
		200.0002,964	+1,896	1,068			
	[8]						
30	Chimborazo.....	15.0641,059	+2,5421	15.0643,6011	43,141	4.07725831	(9)
33	Loma de Quito.....	155.4185,676	+1,4887	155.4187,1647	86,704	4.51642757	(10)
35	Aupate.....	29.5168,901	+1,7142	29.5170,6152	70,155	4.35776860	(11)
		199.9995,636	-5,745	1,381			

(1) Voir § 66, p. 84.

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[9]						
36	Yana Ashpa .....	36.0826,773	-1,3672	36.0825,4058	24,099	4.24224848	(5)
35	Aupate .....	68.3103,721	-1,2836	68.3102,4374	01,130	4.45615191	(12)
31	Igualata .....	95.6076,458	-0,3802	95.6076,0778	74,771	4.51130486	(13)
		200.0006,952	+3,031	3,921			
	[10]						
30	Chimborazo .....	72.7612,094	+2,9185	72.7615,0125	12,951	4.51130486	(13)
36	Yana Ashpa .....	74.4683,010	-0,5961	74.4682,4139	80,352	4.51642757	(10)
35	Aupate .....	52.7708,640	+0,1186	52.7708,7586	06,697	4.41991966	(14)
		200.0003,744	-2,441	6,185			
	[11]						
37	Zagrun .....	29.0467,658	+1,4091	29.0469,0671	68,315	4.07725831	(9)
35	Aupate .....	101.7588,040	-3,9337	101.7584,1063	83,354	4.43304848	(15)
33	Loma de Quito .....	69.1947,007	+2,0756	69.1949,0826	48,331	4.38025240	(16)
		200.0002,705	+0,449	2,256			
	[12]						
37	Zagrun .....	74.0036,855	-0,3913	74.0036,4637	34,535	4.51130486	(13)
35	Aupate .....	78.5048,301	-2,3381	78.5045,9629	44,035	4.52332613	(17)
36	Yana Ashpa .....	47.4923,663	-0,3046	47.4923,3584	21,430	4.38025240	(16)
		200.0008,819	+3,034	5,785			
	[13]						
38	Lanlanguso .....	95.1519,814	+1,5062	95.1521,3202	19,754	4.52332613	(17)
37	Zagrun .....	56.2231,351	+1,3604	56.2232,7114	31,146	4.41262142	(18)
36	Yana Ashpa .....	48.6250,428	+0,2384	48.6250,6664	49,100	4.36448533	(19)
		200.0001,593	-3,105	4,698			
	[14]						
38	Lanlanguso .....	59.5601,137	+0,4976	59.5601,6346	599,437	4.51130486	(13)
35	Aupate .....	44.3232,738	-1,8034	44.3230,9346	28,736	4.41262142	(18)
36	Yana Ashpa .....	96.1174,091	-0,0662	96.1174,0248	71,827	4.60473594	(20)
		200.0007,966	+1,372	6,594			
	[15]						
37	Zagrun .....	130.2268,206	+0,9691	130.2269,1751	67,879	4.60473594	(20)
35	Aupate .....	34.1815,563	-0,5347	34.1815,0283	13,732	4.36448533	(19)
38	Lanlanguso .....	35.5918,677	+1,0086	35.5919,6856	18,389	4.38025240	(16)
		200.0002,446	-1,443	3,889			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
II. — Section nord.							
Triangles [16] et [17].							
	[16]						
29	Mulmul .....	<sup>G</sup> 82.7734",819	+1",3240	<sup>G</sup> 82.7736",1430	34",307	4.51642757	(10)
30	Chimborazo.....	64.4914,508	+1,3240	64.4915,8320	13,996	4.46114576	(21)
33	Aupate.....	52.7352,209	+1,3240	52.7353,5330	51,697	4.39988964	(22)
		200.0001,536	-3,972	5,508			
	[17]						
28	Cahuito .....	111.6973,156	-0,7340	111.6972,4220	71,879	4.39988964	(22)
30	Chimborazo .....	63.0435,472	-0,7340	63.0434,7380	34,194	4.32956277	(23)
29	Mulmul .....	25.2595,205	-0,7340	25.2594,4710	93,927	3.99434942	(24)
		200.0003,833	+2,202	1,631			
Figure 5 (page A.22).							
	[18]						
27	Huicotango .....	<sup>G</sup> 41.2831",743	-1",8653	<sup>G</sup> 41.2829",8777	28",343	4.32956277	(23)
28	Cahuito.....	56.4294,235	-1,2751	56.4292,9599	91,426	4.43773493	(25)
29	Mulmul.....	102.2883,255	-1,4896	102.2881,7654	80,231	4.54826895	(26)
		200.0009,233	+4,630	4,603			
	[19]						
26	Sagoatoa .....	101.7065,403	+0,1260	101.7065,5290	64,043	4.54826895	(26)
28	Cahuito .....	37.4959,515	-3,2692	37.4956,2458	54,759	4.29311776	(27)
27	Huicotango.....	60.7980,959	+1,7252	60.7982,6842	81,198	4.46028658	(28)
		200.0005,877	+1,418	4,459			
	[20]						
26	Sagoatoa .....	42.6672,276	+0,2739	42.6672,5499	70,940	4.32956277	(23)
28	Cahuito .....	93.9253,750	-4,5443	93.9249,2057	47,596	4.53438362	(29)
29	Mulmul .....	63.4086,233	-3,1596	63.4083,0734	81,464	4.46028656	(28)
		200.0012,259	+7,430	4,829			
	[21]						
27	Huicotango.....	102.0812,702	-0,1402	102.0812,5618	11,151	4.53438362	(29)
26	Sagoatoa.....	59.0393,127	-0,1479	59.0392,9791	91,568	4.43773492	(25)
29	Mulmul.....	38.8797,022	+1,6701	38.8798,6921	97,281	4.29311776	(27)
		200.0002,851	-1,382	4,233			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
Figure 4 (page A.17).							
	[ 22 ]	<sup>G</sup>	<sup>''</sup>	<sup>G</sup>	<sup>''</sup>		
25	Huangotasin.....	46.5251,127	+2,1294	46.5253,2564	51,952	4.29311776	(27)
26	Sagoatoa.....	69.7049,004	+0,1268	69.7049,1308	47,827	4.41752996	(30)
27	Huicotango.....	83.7700,451	+1,0738	83.7701,5248	00,221	4.45441219	(31)
		200.0000,582	-3,330	3,912			
	[ 23 ]						
23	Milin.....	66.1841,790	+2,2826	66.1844,0726	42,230	4.45441219	(31)
26	Sagoatoa.....	61.7885,339	-0,1450	61.7885,1940	83,352	4.43536139	(32)
25	Huangotasin.....	72.0280,272	-4,0116	72.0276,2604	74,418	4.47545202	(33)
		200.0007,401	+1,874	5,527			
	[ 24 ]						
24	Latacunga.....	42.4850,684	-2,4642	42.4848,2198	46,910	4.29311776	(27)
26	Sagoatoa.....	98.3394,613	+2,7080	98.3397,3210	96,011	4.50134598	(34)
27	Huicotango.....	59.1757,615	+0,7732	59.1758,3882	57,079	4.40530987	(35)
		200.0002,912	-1,017	3,929			
	[ 25 ]						
23	Milin.....	64.7265,841	+0,4358	64.7266,2768	65,285	4.40530987	(35)
26	Sagoatoa.....	33.1539,730	-2,7262	33.1537,0038	36,012	4.17253221	(36)
24	Latacunga.....	102.1200,648	-0,9526	102.1199,6954	98,703	4.47545202	(33)
		200.0006,219	+3,243	2,976			
	[ 26 ]						
25	Huangotasin.....	116.8009,938	+1,1127	116.8011,0507	10,230	4.50134598	(34)
24	Latacunga.....	58.6048,529	-0,2553	58.6048,2737	47,454	4.41752996	(30)
27	Huicotango.....	24.5942,836	+0,3006	24.5943,1366	42,316	4.09274483	(37)
		200.0001,303	-1,158	2,461			
	[ 27 ]						
24	Latacunga.....	101.0899,213	-2,7195	101.0896,4935	95,668	4.45441219	(31)
26	Sagoatoa.....	28.6345,609	+2,5812	28.6348,1902	47,364	4.09274483	(37)
25	Huangotasin.....	70.2758,811	-1,0167	70.2757,7943	56,968	4.40530987	(35)
		200.0003,633	+1,155	2,478			
	[ 28 ]						
24	Latacunga.....	196.7900,139	+3,6721	196.7903,8111	03,787	4.43536139	(32)
25	Huangotasin.....	1.7521,461	-2,9949	1.7518,4661	18,442	4.17253221	(36)
23	Milin.....	1.4575,949	+1,8468	1.4577,7958	77,771	4.09274483	(37)
		199.9997,549	-2,524	0,073			
	[ 29 ]						
22	Cerro Ami Grande.....	27.7500,011	+3,8923	27.7503,9033	02,750	4.17253221	(36)
23	Milin.....	64.1025,273	+0,2992	64.1025,5722	24,419	4.47394039	(38)
24	Latacunga.....	108.1476,484	-2,5005	108.1473,9835	72,831	4.54342030	(39)
		200.0001,768	-1,691	3,459			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[30]						
22	Cerro Ami Grande.....	[conclu] (1).		<sup>G</sup> 26.4796", 2810	95", 329	4.09274483	(37)
24	Latacunga.....	88.6423", 655	+6", 1725	88.6429, 8275	28.876	4.47936243	(40)
25	Huangotasin.....	84.8778, 115	-1, 3675	84.8776, 7475	75, 795	4.47394039	(38)
				2, 856			
	[31]						
22	Cerro Ami Grande.....	[conclu] (1).		54.2300, 1842	298, 103	4.43536139	(32)
23	Milin.....	62.6449, 324	-1, 5476	62.6447, 7764	45, 696	4.47936243	(40)
25	Huangotasin.....	83.1256, 654	+1, 6274	83.1258, 2814	56, 201	4.54342030	(39)
				6, 242			
	[32]						
20	Corazon.....	36.5453, 453	-2, 9215	36.5450, 5315	47.544	4.43536139	(32)
23	Milin.....	100.8251, 122	+0, 5168	100.8251, 6388	48, 652	4.70049952	(41)
25	Huangotasin.....	62.6302, 376	+4, 4147	62.6306, 7907	03, 804	4.62097535	(42)
		200.0006, 951	-2, 010	8, 961			
	[33]						
22	Cerro Ami Grande.....	[conclu] (1).		152.9927, 2300	25, 974	4.70049952	(41)
20	Corazon.....	26.5122, 804	+2, 2432	26.5125, 0472	23, 791	4.47936243	(40)
25	Huangotasin.....	20.4954, 278	-2, 7872	20.4951, 4908	50, 235	4.37266123	(43)
				3, 768			
	[34]						
22	Cerro Ami Grande.....	98.7628, 575	-1, 5291	98.7627, 0459	24, 884	4.62097535	(42)
20	Corazon.....	63.0576, 257	-0, 6784	63.0575, 5786	73, 416	4.54342030	(39)
23	Milin.....	38.1801, 798	+2, 0645	38.1803, 8625	01, 700	4.37266123	(43)
		200.0006, 630	+0, 143	6, 487			

Triangle [35].

	[35]						
21	Sincholagua sud.....	<sup>G</sup> 56.6045", 502	-1", 3697	<sup>G</sup> 56.6044", 1323	42", 772	4.37266123	(43)
20 et 20 <sup>bis</sup>	Corazon.....	52.1798, 100	-1, 3697	52.1796, 7303	95, 369	4.34635938	(44)
22	Cerro Ami Grande.....	91.2164, 589	-1, 3696	91.2163, 2194	61, 859	4.47835655	(45)
		200.0008, 191	+4, 109	4, 082			

Figure 3 (page A.11).

	[36]						
18 et G	Pancecillo.....	<sup>G</sup> 54.0859", 584	-1", 1643	<sup>G</sup> 54.0858", 4197	55", 796	4.47835655	(45)
20 et 20 <sup>bis</sup>	Corazon.....	74.3358, 986	+0, 6297	74.3359, 6157	56, 992	4.56642741	(46)
21	Sincholagua sud.....	71.5789, 415	+0, 4206	71.5789, 8356	87, 212	4.55791856	(47)
		200.0007, 985	+0, 114	7, 871			

(1) Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, première Partie : *Considérations générales*, VIII. *Explication de quelques anomalies*, 2: *Causes des anomalies*, c. *Deuxième destruction du signal de Huangotasin*, p. A.56 à A.59, la raison pour laquelle les angles formés à Cerro Ami Grande par la direction Huangotasin ont dû être conclus.



RENOIS aux stations (t. III, fasc. I).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
15 et F 18 et G 21	[37]						
	Pambamarca.....	48.5450,792	-0,3013	48.5450,4907	46,796	4.56642741	(46)
	Panecillo.....	100.6200,215	+2,3399	100.6202,5549	198,861	4.72708034	(48)
	Sincholagua sud.....	50.8356,828	+1,2094	50.8358,0374	54,343	4.58221102	(49)
		200.0007,835	-3,248	11,083			
12 18 15	[38]						
	Culangal.....	58.9957,191	-1,8118	58.9955,3792	52,845	4.58221102	(49)
	Panecillo.....	35.6235,179	-0,2116	35.6234,9674	32,433	4.40426422	(50)
	Pambamarca.....	105.3815,440	+1,8164	105.3817,2564	14,722	4.67776291	(51)
		200.0007,810	+0,207	7,603			
16 et 16 <sup>bis</sup> 20 et 20 <sup>bis</sup> 21	[39]						
	Pichincha.....	45.3315,776	+2,2429	45.3318,0189	14,869	4.47835655	(45)
	Corazon.....	84.2983,265	-3,1316	84.2980,1334	76,984	4.64983161	(52)
	Sincholagua sud.....	70.3711,409	-0,1123	70.3711,2967	08,147	4.61433886	(53)
		200.0010,450	+1,001	9,449			
15 et F 16 et 16 <sup>bis</sup> 21	[40]						
	Pambamarca.....	61.1194,682	-0,1781	61.1194,5039	89,946	4.64983161	(52)
	Pichincha.....	86.8384,495	-1,9002	86.8382,5948	78,036	4.72708035	(48)
	Sincholagua sud.....	52.0434,834	+1,7423	52.0436,5763	32,018	4.59941485	(54)
		200.0014,011	+0,336	13,675			
11 16 15	[41]						
	Pusag Cocha.....	57.7195,708	+0,6437	57.7196,3517	92,115	4.59941485	(54)
	Pichincha.....	67.2929,190	+2,0069	67.2931,1969	26,960	4.64316358	(55)
	Pambamarca.....	74.9884,814	+0,3484	74.9885,1624	80,925	4.66877684	(56)
		200.0009,712	-2,999	12,711			
12 16 15	[42]						
	Culangal.....	69.0404,750	-1,2930	69.0403,4570	00,828	4.59941485	(54)
	Pichincha.....	38.1531,883	-0,6960	38.1531,1870	28,558	4.40426423	(50)
	Pambamarca.....	92.8071,550	+1,6930	92.8073,2430	70,614	4.65015507	(57)
		200.0008,183	+0,296	7,887			
11 16 12	[43]						
	Pusag Cocha.....	79.5886,554	-0,9070	79.5885,6470	83,230	4.65015507	(57)
	Pichincha.....	29.1397,307	+2,7030	29.1400,0100	397,594	4.31820473	(58)
	Culangal.....	91.2722,525	-0,9330	91.2721,5920	19,176	4.66877684	(56)
		200.0006,386	-0,863	7,249			
12 11 15	[44]						
	Culangal.....	160.3127,275	-2,2258	160.3125,0492	24,241	4.64316358	(55)
	Pusag Cocha.....	21.8690,846	-1,5510	21.8689,2950	88,486	4.40426424	(50)
	Pambamarca.....	17.8186,736	+1,3448	17.8188,0808	87,273	4.31820473	(58)
		200.0004,857	+2,432	2,425			
10 12 15	[45]						
	El Redondo.....	35.7911,496	+3,2783	35.7914,7743	12,641	4.40426423	(50)
	Culangal.....	115.4031,936	-0,7648	115.4031,1712	29,038	4.66465421	(59)
	Pambamarca.....	48.8060,803	-0,3495	48.8060,4535	58,321	4.51867555	(60)
		200.0004,235	-2,164	6,399			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[46]						
10	El Redondo.....	<sup>G</sup> 28.1693",161	-5",9129	<sup>G</sup> 28.1687",2481	85",575	4.31820473	(58)
11	Pusag Cocha.....	47.5467,048	+6,9425	47.5473,9905	72,318	4.51867555	(60)
12	Culangal.....	124.2840,789	+2,9904	124.2843,7794	42,107	4.65419084	(61)
		200.0000,998	-4,020	5,018			
	[47]						
8	Yana Urcu.....	35.7029,156	+3,2228	35.7032,3788	30,762	4.31820473	(58)
11	Pusag Cocha.....	108.9030,213	+1,5517	108.9031,7647	30,148	4.58812786	(62)
12	Culangal.....	55.3943,589	-2,8825	55.3940,7065	39,090	4.47571492	(63)
		200.0002,958	-1,892	4,850			
	[48]						
8	Yana Urcu.....	57.1509,988	-2,2038	57.1507,7842	04,822	4.51867555	(60)
12	Culangal.....	68.8897,200	+5,8729	68.8903,0729	00,110	4.57145992	(64)
10	El Redondo.....	73.9598,839	-0,8081	73.9598,0309	95,068	4.58812786	(62)
		200.0006,027	-2,861	8,888			
	[49]						
10	El Redondo.....	63.9604,657	-2,6346	63.9602,0224	597,408	4.64316358	(55)
11	Pusag Cocha.....	69.4157,894	+5,3915	69.4163,2855	58,672	4.66465423	(59)
15	Pambamarca.....	66.6247,539	+0,9951	66.6248,5341	43,920	4.65419084	(61)
		200.0010,090	-3,752	13,842			
	[50]						
8	Yana Urcu.....	92.8539,144	+1,0190	92.8540,1630	37,256	4.65419084	(61)
11	Pusag Cocha.....	61.3563,165	-5,3908	61.3557,7742	54,868	4.57145992	(64)
10	El Redondo.....	45.7905,678	+5,1048	45.7910,7828	07,876	4.47571492	(63)
		200.0007,987	-0,733	8,720			

Figure 2 (page A. 9).

	[51]						
3bis	El Pelado.....	<sup>G</sup> 47.8886",225	+1",2898	<sup>G</sup> 47.8887",5148	82",952	4.57145992	(64)
8	Yana Urcu.....	69.6734,823	+2,2885	69.6737,1115	32,548	4.68560742	(65)
10	El Redondo.....	82.4388,716	+0,3467	82.4389,0627	84,500	4.72013140	(66)
		200.0009,764	-3,925	13,689			
	[52]						
9	Pinllar.....	113.5960,177	+3,0014	113.5963,1784	60,427	4.72013140	(66)
3bis	El Pelado.....	33.7020,205	+2,7544	33.7022,9594	20,208	4.43340923	(67)
8	Yana Urcu.....	52.7020,220	+1,8972	52.7022,1172	19,365	4.59726803	(68)
		200.0000,602	-7,653	8,255			
	[53]						
9	Pinllar.....	139.7664,678	+0,7814	139.7665,4594	64,347	4.68560742	(65)
10	El Redondo.....	46.0471,315	+2,0072	46.0473,3222	72,210	4.59726803	(68)
3bis	El Pelado.....	14.1866,020	-1,4646	14.1864,5554	63,443	4.12088669	(69)
		200.0002,013	-1,324	3,337			
	[54]						
9	Pinllar.....	146.6375,145	-3,7828	146.6371,3622	70,663	4.57145992	(64)
8	Yana Urcu.....	16.9714,603	+0,3913	16.9714,9943	14,295	4.12088668	(69)
10	El Redondo.....	36.3917,401	-1,6605	36.3915,7405	15,042	4.43340923	(67)
		200.0007,149	+5,052	2,097			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
Figure 1 (page A. 4).							
7 <sup>bis</sup> 3 10	[55]	G		G			
	Terme sud.....	111.2603,509	-0,3679	111.2603,1411	00,737	4.68560742	(63)
	El Pelado.....	55.1474,401	+0,9581	55.1475,3591	72,956	4.57433808	(70)
	El Redondo.....	33.5927,559	+1,1518	33.5928,7108	26,307	4.39445585	(71)
		200.0005,469	-1,742	7,211			
	[56]						
	Mirador.....	75.2755,615	+2,5007	75.2758,1157	54,405	4.68560742	(63)
	El Pelado.....	86.0835,213	+0,7652	86.0835,9782	32,268	4.70875780	(72)
	El Redondo.....	38.6415,446	+1,5921	38.6417,0381	13,327	4.47538794	(73)
		200.0006,274	-4,858	11,132			
7 3 3	[57]						
	Terme sud.....	107.3622,987	+2,8869	107.3625,8739	24,966	4.47538794	(73)
	Mirador.....	61.7015,470	+0,7610	61.7016,2310	15,323	4.39445585	(71)
	El Pelado.....	30.9360,812	-0,1929	30.9360,6191	59,711	4.14765349	(74)
		199.9999,269	-3,455	2,724			
	[58]						
	Terme sud.....	181.3773,504	-2,5189	181.3770,9851	70,586	4.70875780	(72)
	El Redondo.....	5.0487,887	+0,4402	5.0488,3272	87,928	4.14765349	(74)
	Mirador.....	13.5740,145	+1,7397	13.5741,8847	41,486	4.57433809	(70)
		200.0001,536	+0,339	1,197			
2 3 5	[59]						
	Troya.....	99.0095,791	+2,0525	99.0097,8435	96,775	4.47538794	(73)
	El Pelado.....	35.8751,318	-1,5995	35.8749,7185	48,650	4.20311684	(75)
	Mirador.....	65.1159,240	-3,5970	65.1155,6430	54,575	4.40668796	(76)
		200.0006,349	+3,144	3,205			
	[60]						
	Terme sud.....	68.1429,155	+1,6586	68.1430,8136	29,374	4.40668796	(76)
	Troya.....	65.0460,053	+3,1138	65.0463,1668	61,728	4.39445585	(71)
	El Pelado.....	66.8112,130	-1,7924	66.8110,3376	08,898	4.40159438	(77)
		200.0001,338	-2,980	4,318			
7 5 2	[61]						
	Terme sud.....	39.2193,832	+1,2282	39.2195,0602	94,523	4.20311684	(75)
	Mirador.....	126.8174,710	-2,8360	126.8171,8740	71,337	4.40159437	(77)
	Troya.....	33.9635,738	-1,0612	33.9634,6768	34,140	4.14765349	(74)
		200.0004,280	+2,669	1,611			
	[62]						
	Terme nord.....	51.0578,304	-1,3172	51.0576,9868	76,331	4.20311684	(75)
	Mirador.....	99.1127,650	-5,1236	99.1122,5264	21,870	4.34649312	(78)
	Troya.....	49.8302,645	-0,1902	49.8302,4548	01,799	4.19485877	(79)
		200.0008,599	+6,631	1,968			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[63]						
6	Terme nord.....	121.8750,547	+2,2801	121.8752,8271	52,464	4.40159437	(77)
7	Terme sud.....	62.2578,031	+2,4509	62.2580,4819	80,120	4.34649312	(78)
2	Troya.....	15.8666,907	+0,8710	15.8667,7780	67,416	3.81985638	(80)
		199.9995,485	-5,602	1,087			
	[64]						
6	Terme nord.....	70.8172,243	+3,5973	70.8175,8403	75,597	4.14765349	(74)
7	Terme sud.....	101.4771,863	+3,6791	101.4775,5421	75,299	4.19485878	(79)
5	Mirador.....	27.7047,060	+2,2876	27.7049,3476	49,104	3.81985638	(80)
		199.9991,166	-9,564	0,730			
	[65]						
4	Machines.....	152.8502,403	+2,7005	152.8505,1035	04,649	4.47538794	(73)
3	El Pelado.....	24.0778,099	+2,2588	24.0780,3578	79,904	4.21358252	(81)
5	Mirador.....	23.0718,724	-2,8223	23.0715,9017	15,447	4.19589132	(82)
		199.9999,226	-2,137	1,363			
	[66]						
4	Machines.....	76.7411,630	+0,4383	76.7412,0683	11,648	4.20311684	(75)
5	Mirador.....	42.0440,516	-0,7747	42.0439,7413	39,321	4.02055107	(83)
2	Troya.....	81.2148,940	+0,5114	81.2149,4514	49,031	4.21358252	(81)
		200.0001,086	-0,175	1,261			
	[67]						
4	Machines.....	170.4085,967	-3,1388	170.4082,8282	82,635	4.40668796	(76)
2	Troya.....	17.7946,851	+1,5410	17.7948,3920	48,198	4.19589132	(82)
3	El Pelado.....	11.7973,219	-3,8582	11.7969,3608	69,167	4.02055107	(83)
		200.0006,037	+5,456	0,581			
	[68]						
1	Tulcan.....	99.3626,487	-0,2473	99.3626,2397	25,733	4.40668796	(76)
3	El Pelado.....	20.1530,288	+2,7006	20.1532,9886	32,482	3.89989653	(84)
2	Troya.....	80.4843,063	-0,7713	80.4842,2917	41,785	4.38597542	(85)
		199.9999,838	-1,682	1,520			
	[69]						
1	Tulcan.....	39.5342,861	+0,7221	39.5343,5831	43,101	4.19589432	(82)
3	El Pelado.....	31.9503,507	-1,1576	31.9502,3494	01,867	4.11328843	(86)
4	Machines.....	128.5155,986	-0,4725	128.5155,5135	55,032	4.38597541	(85)
		200.0002,354	+0,908	1,446			
	[70]						
1	Tulcan.....	59.8283,626	-0,9694	59.8282,6566	82,438	4.02055107	(83)
4	Machines.....	41.8929,981	-2,6664	41.8927,3146	27,096	3.89989652	(84)
2	Troya.....	98.2789,914	+0,7698	98.2790,6838	90,466	4.11328843	(86)
		200.0003,521	+2,866	0,655			

RENVIS aux stations (c. III, fasc. I).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.

**III. — Section sud.**  
*Triangles [71] et [72].*

	[71]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
39	Shinigualay .....	70.6290,358	+0,4473	70.6290,8053	89,708	4.36448533	(19)
37	Zagrun.....	74.4861,879	+0,4473	74.4862,3263	61,229	4.37659146	(87)
38	Lanlanguso .....	54.8849,713	+0,4474	54.8850,1604	49,063	4.29281850	(88)
		200.0001,950	-1,342	3,292			
	[72]						
40	Danas.....	58.4874,227	+1,1060	58.4875,3330	73,862	4.37659146	(87)
39	Shinigualay .....	62.4556,905	+1,1060	62.4558,0110	56,540	4.39596451	(89)
38	Lanlanguso .....	79.0569,962	+1,1060	79.0571,0680	69,598	4.45238358	(90)
		200.0001,094	-3,318	4,412			

*Figure 7 (page A. 30).*

	[73]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
42	Ñaupan .....	48.3052,932	+1,2833	48.3054,2153	52,260	4.45238358	(90)
39	Shinigualay .....	44.4443,392	+2,4887	44.4445,8807	43,925	4.42284060	(91)
40	Danas.....	107.2502,280	+3,4910	107.2505,7710	03,815	4.61195088	(92)
		199.9998,604	-7,263	5,867			
	[74]						
41	Ti Loma.....	121.3851,749	+0,6211	121.3852,3701	50,814	4.61195088	(92)
39	Shinigualay .....	41.1233,137	-1,3146	41.1231,8224	30,266	4.41649973	(93)
42	Ñaupan .....	37.4918,249	+2,2265	37.4920,4755	18,920	4.38158504	(94)
		200.0003,135	-1,533	4,668			
	[75]						
41	Tio Loma.....	63.7016,878	+0,5288	63.7017,4068	15,662	4.45238358	(90)
39	Shinigualay .....	85.5676,529	+1,1742	85.5677,7032	75,959	4.51591403	(95)
40	Danas.....	50.7309,665	+0,4580	50.7310,1230	08,379	4.38158504	(94)
		200.0003,072	-2,161	5,233			
	[76]						
42	Ñaupan.....	85.7971,181	+3,5097	85.7974,6907	72,923	4.51591403	(95)
41	Tio Loma.....	57.6834,871	+0,0923	57.6834,9633	33,196	4.42284059	(91)
40	Danas.....	56.5192,615	+3,0330	56.5195,6480	93,881	4.41649973	(93)
		199.9998,667	-6,635	5,302			

*Triangles [77] à [79].*

	[77]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
43	Quinoa Loma .....	80.4031,109	-3,0706	80.4028,0384	26,823	4.41649973	(93)
41	Tio Loma.....	63.3482,158	-3,0707	63.3479,0873	77,872	4.36106585	(96)
42	Ñaupan .....	56.2499,591	-3,0707	56.2496,5203	95,305	4.32559317	(97)
		200.0012,858	+9,212	3,646			

RENVOLS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[78]						
44	Bueran.....	49.3719,085	-1,3547	49.3717,7303	16,244	4.36106585	(96)
43	Quinoa Loma.....	54.2906,998	-1,3547	54.2905,6433	04,157	4.39277436	(98)
42	Naupan.....	96.3382,439	-1,3546	96.3381,0844	79,599	4.51519123	(99)
		200.0008,522	+4,064	4,458			
	[79]						
45	Yausai.....	94.9223,158	-1,5764	94.9221,5816	20,058	4.51519123	(99)
43	Quinoa Loma.....	52.7584,881	-1,5763	52.7583,3047	81,781	4.38408261	(100)
44	Bueran.....	52.3201,261	-1,5763	52.3199,6847	98,161	4.38132164	(101)
		200.0009,300	+4,729	4,571			

Figure 8 (page A. 32).

	[80]						
49	Borma.....	42.6585,126	+7,2468	42.6592,3728	90,267	4.38408261	(100)
43	Yausai.....	91.7849,060	+2,8431	91.7851,9031	49,797	4.58732750	(102)
44	Bueran.....	65.5564,513	-2,4719	65.5562,0411	59,936	4.52402083	(103)
		199.9998,699	-7,618	6,317			
	[81]						
46	Ñamurelte.....	146.1200,934	-1,1420	146.1199,7920	98,993	4.58732750	(102)
49	Borma.....	18.8160,162	-0,1439	18.8160,0181	59,220	4.17722825	(104)
44	Bueran.....	35.0641,034	+1,5509	35.0642,5849	41,787	4.43172315	(105)
		200.0002,130	-0,265	2,395			
	[82]						
46	Ñamurelte.....	64.1715,968	-2,2513	64.1713,7167	12,761	4.38408261	(100)
43	Yausai.....	35.2083,251	+1,2724	35.2084,5234	83,568	4.17722825	(104)
44	Bueran.....	100.6205,547	-0,9211	100.6204,6259	03,671	4.45681153	(106)
		200.0004,766	+1,900	2,866			
	[83]						
49	Borma.....	61.4745,288	+7,1030	61.4752,3910	50,442	4.45681153	(106)
43	Yausai.....	56.5765,809	+1,5706	56.5767,3796	65,431	4.43172315	(105)
46	Ñamurelte.....	81.9484,966	+1,1094	81.9486,0754	84,127	4.52402083	(103)
		199.9996,063	-9,783	5,846			
	[84]						
47	Cuenca.....	56.2103,841	-2,7401	56.2101,1009	099,692	4.45681153	(106)
43	Yausai.....	34.2153,115	+0,5659	34.2153,9809	52,572	4.27807703	(107)
46	Ñamurelte.....	109.5752,964	-3,8198	109.5749,1412	47,736	4.56391988	(108)
		200.0010,220	+5,994	4,226			
	[85]						
47	Cuenca.....	72.7045,374	+2,2802	72.7047,6542	46,549	4.52402083	(103)
49	Borma.....	104.9334,747	+7,5161	104.9342,2631	41,158	4.56391988	(108)
43	Yausai.....	22.3612,394	+1,0047	22.3613,3987	12,293	4.10187387	(109)
		199.9992,515	-10,801	3,316			

MUSÉE  
PARIS

RENVIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[86]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
47	Cuenca .....	128.9149,215	-0,4600	128.9148,7550	48,190	4.43172315	(105)
49	Borma .....	43.4589,459	+0,4132	43.4589,8722	89,307	4.27807703	(107)
46	Ñamurelte .....	27.6267,998	-4,9292	27.6263,0688	62,503	4.10187387	(109)
		200.0006,672	+4,976	1,696			
	[87]						
52	Tinajillas .....	28.0784,777	+5,0934	28.0789,8704	88,152	4.43172315	(105)
49	Borma .....	140.3858,132	+0,9622	140.3859,0942	57,376	4.70743141	(110)
46	Ñamurelte .....	31.5365,707	-9,5166	31.5356,1904	54,472	4.47840799	(111)
		200.0008,616	+3,461	5,155			
	[88]						
48	Soldados .....	117.0401,134	+3,0693	117.0404,2033	01,656	4.70743141	(110)
52	Tinajillas .....	35.9718,126	+0,5880	35.9718,7140	16,166	4.45189754	(112)
46	Ñamurelte .....	46.9883,027	+1,6987	46.9884,7257	82,178	4.55111317	(113)
		200.0002,287	-5,356	7,643			
	[89]						
48	Soldados .....	58.6538,759	-1,3195	58.6537,4395	35,546	4.43172315	(105)
49	Borma .....	62.8227,420	-0,0945	62.8227,3255	25,432	4.45189754	(112)
46	Ñamurelte .....	78.5248,734	-7,8180	78.5240,9160	39,022	4.50539370	(114)
		200.0014,913	+9,232	5,681			
	[90]						
52	Tinajillas .....	64.0502,903	+5,6814	64.0508,5844	06,212	4.50539370	(114)
49	Borma .....	77.5630,712	+1,0567	77.5631,7687	29,396	4.55111317	(113)
48	Soldados .....	58.3862,375	+4,3889	58.3866,7639	64,392	4.47840799	(111)
		199.9995,990	-11,127	7,117			
<i>Triangle [91].</i>							
	[91]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
50	Minas .....	67.2183,321	+2,4667	67.2185,7877	83,175	4.55111317	(113)
52	Tinajillas .....	50.4705,387	+2,4667	50.4707,8537	05,241	4.46410271	(115)
48	Soldados .....	82.3111,731	+2,4666	82.3114,1976	11,584	4.59444661	(116)
		200.0000,439	-7,400	7,839			
<i>Figure 9 (page A.36).</i>							
	[92]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
53	Fierro Urcu .....	37.6115,744	-1,8186	37.6113,9254	07,272	4.59444661	(116)
52	Tinajillas .....	83.0956,203	+2,0325	83.0958,2355	51,582	4.83308443	(117)
50	Minas .....	79.2945,940	+1,8601	79.2947,8001	41,146	4.82519137	(118)
		200.0017,887	-2,074	19,961			
	[93]						
54	Chilla Cocha .....	33.4309,046	+1,9295	33.4310,9755	05,448	4.59444661	(116)
52	Tinajillas .....	50.0295,882	+0,4639	50.0296,3459	90,818	4.74401330	(119)
50	Minas .....	116.5411,608	-2,3464	116.5409,2616	03,734	4.87950370	(120)
		200.0016,536	-0,047	16,583			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[94]	G		G			
51	Ñarihuiña .....	102.2803,226	-0,6854	102.2802,5406	799,109	4.83308443	(117)
53	Fierro Urcu .....	19.3321,029	+3,5370	19.3324,5660	21,134	4.30906687	(121)
50	Minas .....	78.3886,114	-2,9246	78.3883,1894	79,757	4.80784136	(122)
		200.0010,369	+0,073	10,296			
	[95]						
51	Ñarihuiña .....	139.5473,013	+1,3654	139.5474,3784	72,593	4.74401330	(119)
54	Chilla Cocha .....	19.3114,385	-5,1353	19.3109,2497	07,464	4.30906686	(121)
50	Minas .....	41.1420,446	+1,2819	41.1421,7279	19,943	4.61357088	(123)
		200.0007,844	+2,488	5,356			
	[96]						
54	Chilla Cocha .....	102.2029,313	-0,2693	102.2029,0437	23,572	4.83308443	(117)
53	Fierro Urcu .....	60.5525,244	+0,6658	60.5525,9098	20,438	4.74401330	(119)
50	Minas .....	37.2465,668	-4,2065	37.2461,4615	55,990	4.57547470	(124)
		200.0020,225	+3,810	16,415			
	[97]						
53	Fierro Urcu .....	98.1640,988	-1,1528	98.1639,8352	33,238	4.87950370	(120)
52	Tinajillas .....	33.0660,321	+1,5686	33.0661,8896	55,292	4.57547470	(124)
54	Chilla Cocha .....	68.7720,267	-2,1988	68.7718,0682	11,470	4.82519137	(118)
		200.0021,576	+1,783	19,793			
	[98]						
54	Chilla Cocha .....	121.5143,698	-5,4046	121.5138,2934	34,468	4.80784136	(122)
53	Fierro Urcu .....	41.2204,215	-2,8711	41.2201,3439	197,519	4.61357088	(123)
51	Ñarihuiña .....	37.2669,787	+2,0507	37.2671,8377	68,013	4.57547470	(124)
		200.0017,700	+6,225	11,475			

Figure 10 (page A.39).

	[99]	G		G			
56	Guachanama .....	35.8614,556	+0,8069	35.8615,3629	09,021	4.57547470	(124)
53	Fierro Urcu .....	75.3907,695	-1,5151	75.3906,1799	899,839	4.81465693	(125)
54	Chilla Cocha .....	88.7500,639	-3,1578	88.7497,4812	91,140	4.84113138	(126)
		200.0022,890	+3,866	19,024			
	[100]						
57	Colambo .....	80.1196,089	-2,1709	80.1193,9181	85,271	4.84113138	(126)
53	Fierro Urcu .....	57.3448,550	+3,9780	57.3452,5280	43,880	4.75686914	(127)
56	Guachanama .....	62.5381,552	-2,0551	62.5379,4969	70,849	4.78267847	(128)
		200.0026,191	+0,248	25,943			



RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Nombres.
37 35 54	[101]						
	Colambo .....	24.9877,518	-3,7900	24.9873,7280	68,517	4.57547470	(124)
	Fierro Urcu .....	132.7356,245	+2,4628	132.7358,7078	53,497	4.93271205	(129)
	Chilla Cocha .....	42.2780,626	+2,5702	42.2783,1962	77,986	4.78267846	(128)
		200.0014,389	-1,243	15,632			
56 57 54	[102]						
	Guachanama .....	98.3996,108	-1,2482	98.3994,8598	85,081	4.93271205	(129)
	Colambo .....	55.1318,571	+1,6191	55.1320,1901	10,412	4.81465691	(125)
	Chilla Cocha .....	46.4720,013	-5,7279	46.4714,2851	04,507	4.75686914	(127)
		200.0034,692	+5,357	29,335			
Triangles [103] à [109].							
59 57 56	[103]						
	Los Pozos .....	60.0904,223	-0,8444	60.0903,3786	895,039	4.75686914	(127)
	Colambo .....	65.6342,584	-0,8443	65.6341,7397	33,400	4.78185252	(130)
	Guachanama .....	74.2780,744	-0,8443	74.2779,8997	71,561	4.81200842	(131)
		200.0027,551	+2,533	25,018			
58 59 56	[104]						
	La Masa .....	66.6055,336	-1,9090	66.6053,4270	45,833	4.78185252	(130)
	Los Pozos .....	83.2668,952	-1,9090	83.2667,0430	59,448	4.82938703	(132)
	Guachanama .....	50.1304,222	-1,9090	50.1302,3130	294,719	4.69493314	(133)
		200.0028,510	+5,727	22,783			
61 59 58	[105]						
	Ereo .....	64.8908,204	+0,2247	64.8908,4287	04,076	4.69493314	(133)
	Los Pozos .....	39.1626,868	+0,2247	39.1627,0927	22,740	4.52586907	(134)
	La Masa .....	95.9477,313	+0,2246	95.9477,5376	73,184	4.76374580	(135)
		200.0012,385	-0,674	13,059			
60 61 58	[106]						
	El Buitre .....	43.7287,266	-0,5993	43.7286,6667	83,643	4.52586907	(134)
	Ereo .....	110.5709,901	-0,5994	110.5709,3016	06,278	4.71767587	(136)
	La Masa .....	45.7013,701	-0,5993	45.7013,1017	10,079	4.54177215	(137)
		200.0010,868	+1,798	9,070			
65 61 60	[107] <sup>(1)</sup>						
	Punta Arena .....	81.5703,360	-2,7954	81.5700,5646	698,432	4.54177215	(137)
	Ereo .....	59.0561,337	-1,6773	59.0559,6597	57,527	4.46343546	(138)
	El Buitre .....	59.3747,851	-1,6773	59.3746,1737	44,041	4.46505614	(139)
		200.0012,548	+6,150	6,398			
69 65 60	[108] <sup>(1)</sup>						
	El Ahorcado .....	50.4573,129	+1,5112	50.4574,6402	72,387	4.46343546	(138)
	Punta Arena .....	97.9766,604	+2,5186	97.9769,1226	66,869	4.61063415	(140)
	El Buitre .....	51.5661,486	+1,5112	51.5662,9972	60,744	4.47076350	(141)
		200.0001,219	-5,541	6,760			

(<sup>1</sup>) En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction, faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : 6<sup>m</sup>,42), les directions finales ont à 60 El Buitre, 61 Erco, 69 El Ahorcado, le poids 20, tandis qu'à 65 Punta Arena, elles n'ont que le poids 12 (Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.105, B.106, B.107, B.108, B.111, B.112, B.117, B.118). Aux poids 20 et 12 pour les directions finales correspondent les poids 10 et 6 pour les angles finaux. Dès lors, comme dans les calculs de compensation on a pris pour unité de poids le poids d'un angle final observé, il en résulte que dans ces calculs on doit adopter pour les angles finaux aux trois premières des stations précitées le poids 1, et pour les angles finaux à la dernière le poids 0,6. La compensation des angles des triangles [107] et [108] a été faite en adoptant ces poids et employant la méthode exposée § 36, p. 35.

RENOIS aux stations (t. III, fasc. I).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[109]						
63	Terme est.....	<sup>G</sup> 92.5031,446	-0,0804	<sup>G</sup> 92.5031,3656	28,945	4.61063415	(140)
69	El Ahorcado.....	59.5668,859	-0,0803	59.5668,7787	66,359	4.51944693	(142)
60	El Buitre.....	47.9307,196	-0,0803	47.9307,1157	04,696	4.44855031	(143)
		200.0007,501	+0,241	7,260			

Figure 11 (page A.41).

	[110]						
66	Terme ouest.....	<sup>G</sup> 73.5662,695	+0,0705	<sup>G</sup> 73.5662,7655	62,166	4.44855031	(143)
69	El Ahorcado.....	17.2575,524	-2,1434	17.2573,3806	72,781	3.91487653	(144)
63	Terme est.....	109.1766,054	-0,4021	109.1765,6519	65,053	4.48258879	(145)
		200.0004,273	+2,475	1,798			
	[111]						
70	Chocan.....	92.9632,286	-1,9650	92.9630,3210	28,998	4.48258879	(143)
69	El Ahorcado.....	46.5623,489	-1,1345	46.5622,3545	21,031	4.30996485	(146)
66	Terme ouest.....	60.4753,717	-2,4225	60.4751,2945	49,971	4.39554099	(147)
		200.0009,492	+5,522	3,970			
	[112]						
70	Chocan.....	75.1438,896	-2,0443	75.1436,8517	35,308	4.44855031	(143)
69	El Ahorcado.....	63.8199,013	-3,2780	63.8195,7350	94,191	4.40825759	(148)
63	Terme est.....	61.0371,622	+0,4233	61.0372,0453	70,501	4.39554099	(147)
		200.0009,531	+4,899	4,632			
	[113]						
66	Terme ouest.....	134.0416,412	-2,3521	134.0414,0599	13,681	4.40825759	(148)
70	Chocan.....	17.8193,390	+0,0794	17.8193,4694	93,091	3.91487653	(144)
63	Terme est.....	48.1394,432	-0,8253	48.1393,6067	93,228	4.30996485	(146)
		200.0004,234	+3,098	1,136			

Triangles [114] et [115].

	[114]						
62	El Arenal.....	<sup>G</sup> 73.9832,852	-1,4600	<sup>G</sup> 73.9831,3920	30,587	4.40825759	(148)
70	Chocan.....	28.2873,104	-1,4600	28.2871,6440	70,839	4.07890329	(149)
63	Terme est.....	97.7300,839	-1,4600	97.7299,3790	98,574	4.44530486	(150)
		200.0006,795	+4,380	2,415			
	[115]						
68	Payta.....	94.6185,438	+0,4936	94.6185,9316	84,832	4.44530486	(150)
70	Chocan.....	57.3201,135	+0,4937	57.3201,6287	00,530	4.34093280	(151)
62	El Arenal.....	48.0615,243	+0,4937	48.0615,7367	14,638	4.28270781	(152)
		200.0001,816	-1,481	3,297			



## TRIANGLES SUPPLÉMENTAIRES.



RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.

Figure I.

## Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan (Angasmayo)

(page A.45).

3 (B) 1 (1)	[116] Mire méridienne nord.....	[conclu]		<sup>G</sup> 66.2844",1895	43",942	4.38597541	(83)
	El Pelado.....	9.4711",058	+0",0589	9.4711,1169	10,870	3.62087735	(153)
	Tulcan.....	124.2445,463	-0,0274	124.2445,4356	45,188	4.41767528	(154)
				0,742			
4 (D) 1 (1)	[117] Mire méridienne nord.....	[conclu]		27.5911,7504	11,674	4.11328843	(86)
	Machines.....	8.6299,538	-0,0770	8.6299,4610	99,384	3.62087735	(153)
	Tulcan.....	163.7789,046	-0,0274	163.7789,0186	88,942	4.22147282	(155)
				0,230			
3 (B) 4 (D)	[118] Mire méridienne nord.....	[conclu]		38.6932,4391	31,786	4.19589432	(82)
	El Pelado.....	41.4213,407	+0,0589	41.4213,4659	12,814	4.22147282	(153)
	Machines.....	119.8855,976	+0,0770	119.8856,0530	55,400	4.41767527	(154)
				1,958			

Figure II.

## Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan (La Rinconada)

(page A.47).

1 3 (A)	[119] Mire méridienne sud.....	[conclu]		<sup>G</sup> 110.1060",0660	59",745	4.38597541	(83)
	Tulcan.....	75.7569",605	+0",3233	75.7569,9283	69,607	4.35918905	(156)
	El Pelado.....	14.1368,775	+2,1947	14.1370,9697	70,648	3.73437447	(157)
				0,964			
1 4 (C)	[120] Mire méridienne sud.....	[conclu]		142.4853,5967	53,497	4.11328843	(86)
	Tulcan.....	36.2226,022	+0,3233	36.2226,3453	26,246	3.94957303	(158)
	Machines.....	21.2921,430	-1,0740	21.2920,3560	20,257	3.73437447	(157)
				0,298			
3 (A) 4 (C)	[121] Mire méridienne sud.....	[conclu]		32.3793,5307	93,271	4.19589432	(82)
	El Pelado.....	17.8133,574	-2,1947	17.8131,3793	31,119	3.94957303	(158)
	Machines.....	149.8076,944	-1,0740	149.8075,8700	75,610	4.35918905	(156)
				0,780			

(1) Voir aussi Tome III, fascicule 2 : Compensation des angles, calcul des triangles, p. 104 et 105.

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
Figure III. Rattachement de Padre Urcu (page A.49).							
p. B. 119 3 et 3bis	[ 122 ]						
	Padre Urcu.....	[ conclu ]		<sup>G</sup> 24.2335,7584	33,173	4.47538794	(73)
	Mirador.....	34.4265,428	-0,5845	34.4264,8435	62,258	4.61702689	(159)
	El Pelado.....	141.3407,447	-0,2929	141.3407,1541	04,569	4.80655966	(160)
				7,756			
	[ 123 ]						
	Padre Urcu.....	[ conclu ]		75.1396,6216	94,038	4.59726803	(68)
	Pinllar.....	83.7904,415	+0,0943	83.7904,5093	01,925	4.61702689	(159)
	El Pelado.....	41.0706,914	-0,2929	41.0706,6211	04,037	4.41035424	(161)
				7,752			
Triangle [ 124 ]. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar (Cunro).							
9 8 (E)	[ 124 ]						
	Mire méridienne sud....	[ conclu ]		<sup>G</sup> 47.5720,3570	18,973	4.43340923	(67)
	Pinllar.....	118.4636,235		118.4636,2350	34,850	4.58260990	(162)
	Yana Urcu.....	33.9647,561		33.9647,5610	46,177	4.30748164	(163)
				4,153			
Triangles [ 125 ], [ 126 ], [ 127 ] et [ 128 ]. Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi.							
14 18bis 13bis	[ 125 ]						
	Casitagua.....	<sup>G</sup> 102.5478,550	-0,0556	<sup>G</sup> 102.5478,4944	76,753	4.58221102	(49)
	Panecillo.....	58.9684,909	-0,0557	58.9684,8533	83,111	4.48531524	(164)
	Pambamarca.....	38.4841,934	-0,0557	38.4841,8783	40,136	4.33717875	(165)
		200.0005,393	+0,167	5,226			
	[ 126 ]						
	Quito.....	64.6803,011	+0,8647	64.6803,8757	02,281	4.48531524	(164)
	Pambamarca.....	37.2965,303	+0,8647	37.2966,1677	64,574	4.29854744	(166)
	Casitagua.....	98.0233,875	+0,8646	98.0234,7396	33,145	4.55568441	(167)
		200.0002,189	-2,594	4,783			
19 13bis 14	[ 127 ]						
	Poingasi.....	58.5281,010	+3,0790	58.5287,0890	85,109	4.48531524	(164)
	Pambamarca.....	44.4526,299	+3,0790	44.4529,3780	27,398	4.39296507	(168)
	Casitagua.....	97.0186,395	+3,0790	97.0189,4740	87,493	4.58435376	(169)
		199.9996,704	-9,237	5,941			
	[ 128 ]						
	Cayambe.....	51.9073,523	+0,8620	51.9074,3850	73,227	4.48531524	(164)
	Casitagua.....	24.0969,356	+0,8620	24.0970,2180	69,060	4.19086175	(170)
	Pambamarca.....	123.9958,008	+0,8620	123.9958,8700	57,713	4.59159095	(171)
		200.0000,887	-2,586	3,473			

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1.).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTES.	
						Logarithmes.	Numéros.
Figure IV. Rattachement de Sincholagua nord (page A.51).							
p. B.120 15 16	[129]						
	Sincholagua nord .....	53.1112,667	-4,8147	53.1107,8523	03,390	4.59941485	(54)
	Pambamarca .....	60.8246,163	+5,5767	60.8251,7397	47,277	4.64170593	(172)
	Pichincha .....	86.0656,431	-2,6360	86.0653,7950	49,333	4.71922750	(173)
		200.0015,261	+1,874	13,387			
p. B.120 15 18	[130]						
	Sincholagua nord .....	52.0428,729	-3,2248	52.0425,5042	21,894	4.58221102	(49)
	Pambamarca .....	48.2502,273	+5,4537	48.2507,7267	04,116	4.55644740	(174)
	Panecillo .....	99.7079,696	-2,0954	99.7077,6006	73,990	4.71922750	(173)
		200.0010,698	-0,1335	10,8315			
p. B.120 18 20	[131]						
	Sincholagua nord .....	72.7353,157	-1,9344	72.7351,2226	48,626	4.55791856	(47)
	Panecillo .....	54.9980,103	+3,2712	54.9983,3742	80,778	4.48006350	(175)
	Corazon .....	72.2671,933	+1,2587	72.2673,1917	70,596	4.55644740	(174)
		200.0005,193	-2,5955	7,7885			
p. B.120 16 20	[132]						
	Sincholagua nord .....	71.6669,219	-0,3445	71.6668,8745	65,740	4.61433886	(53)
	Pichincha .....	46.1043,840	+2,9795	46.1046,8195	43,685	4.48006350	(175)
	Corazon .....	82.2296,212	-2,5030	82.2293,7090	90,575	4.64170592	(172)
		200.0009,271	-0,132	9,403			
p. B.120 20 <sup>bis</sup> 21	[133]						
	Sincholagua nord .....	91.3030,856	+0,7441	91.3031,6001	31,523	4.47835655	(45)
	Corazon .....	2.0687,053	-0,6290	2.0686,4240	86,347	2.99414892	(176)
	Sincholagua sud .....	106.6281,295	+0,9129	106.6282,2079	82,130	4.48006351	(175)
		199.9999,204	-1,028	0,232			
p. B.120 21 18 <sup>bis</sup> (F)	[134]						
	Sincholagua nord .....	183.9187,258	+4,4150	183.9191,6730	91,639	4.72708034	(48)
	Sincholagua sud .....	15.7864,948	+0,7171	15.7865,6651	65,631	4.71922749	(173)
	Pambamarca .....	0.2948,519	-5,7551	0.2942,7639	42,730	2.99414883	(176)
		200.0000,725	+0,623	0,102			



RENVOIS aux stations.	NUMÉROS e SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS	
						Logarithmes.	Numéros
<p align="center"><i>Figure V.</i></p> <p align="center"><b>Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu</b></p> <p align="center">(page A.56).</p>							
	[135]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
Γ. III, fasc. 2, p. 133	Huaira Urcu....	62.5264",721	- 2",6423	62.5262",0787	62",012	3.77965355	(177) <sup>(1)</sup>
T. III, fasc. 2, p. 131	Terme moyen...	98.1115",271	+12,0779	98.1127,3489	27",283	3.85949693	(179)
T. III, fasc. 1, 32	Terme ouest....	39.3625,648	-14,8766	39.3610,7714	10",705	3.62284334	(180)
		200.0005,640	+ 5,441	0,199			
	[136]						
Γ. III, fasc. 2, p. 133	Huaira Urcu....	42.2427,315	+13,5483	42.2440,8633	40",826	3.52633883	(178) <sup>(1)</sup>
T. III, fasc. 1, 34	Terme est.....	55.8704,925	-18,3284	55.8686,5966	86",560	3.62284334	(180)
T. III, fasc. 2, p. 131	Terme moyen...	101.8851,134	+21,5171	101.8872,6511	72,614	3.73661518	(181)
		199.9983,374	-16,737	0,111			
	[137]						
Γ. III, fasc. 2, p. 133	Huaira Urcu....	104.7692,036	+10,9060	104.7702,9420	02",839	3.97223930	(1) <sup>(2)</sup>
Γ. III, fasc. 1, 34	Terme est.....	55.8680,364	+ 6,2326	55.8686,5966	86",493	3.85949693	(179)
Γ. III, fasc. 1, 32	Terme ouest....	39.3606,220	+ 4,5514	39.3610,7714	10",668	3.73661518	(181)
		199.9978,620	-21,650	0,310			

<p align="center"><i>Figure VI.</i></p> <p align="center"><b>Rattachement de Chujuj.</b></p> <p align="center">(page A.58).</p>							
T. III, fasc. 1	[138]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
p. B. 121	Chujuj.....	76.3967",653	-5",2864	76.3962",3666	61",344	4.41991966	(14)
30	Chimborazo....	35.9702,626	+1,5356	35.9704,1616	03",139	4.17918601	(182)
36	Yana Ashpa....	87.6335,859	+0,6808	87.6336,5398	35,517	4.44223503	(183)
		200.0006,138	+3,070	3,068			
	[139]						
p. B. 121	Chujuj.....	142.5450,320	+2,1978	142.5452,5178	51",839	4.52332613	(17)
36	Yana Ashpa....	34.3270,814	-1,5818	34.3269,2322	68,553	4.33902583	(184)
37	Zagrun.....	23.1281,813	-1,5260	23.1280,2870	79,608	4.17918601	(182)
		200.0002,947	+0,910	2,037			
	[140]						
p. B. 121	Chujuj.....	81.6825,204	-0,6335	81.6824,5705	23,585	4.38025240	(16)
37	Zagrun.....	50.8755,042	+1,1350	50.8756,1770	55,192	4.25386003	(185)
35	Aupate.....	67.4420,899	+1,3095	67.4422,2085	21,223	4.33902583	(184)
		200.0001,145	-1,811	2,956			
	[141]						
p. B. 121	Chujuj.....	99.3756,823	+3,7221	99.3760,5451	59,242	4.51642757	(10)
35	Aupate.....	63.8336,042	-3,5285	63.8332,5135	31,211	4.44223503	(183)
30	Chimborazo....	36.7909,468	+1,3824	36.7910,8504	09,547	4.25386003	(185)
		200.0002,333	-1,576	3,909			
	[142]						
p. B. 121	Chujuj.....	175.7724,476	-1,5643	175.7722,9117	22,648	4.51130486	(13)
35	Aupate.....	11.0627,402	-3,6476	11.0623,7544	23,490	4.17918600	(182)
36	Yana Ashpa....	13.1652,849	+1,2769	13.1654,1259	53,862	4.25386004	(185)
		200.0004,727	+3,935	0,792			

(1) Voir Tome II, fascicule 2 : Bases et p. A.57 du présent fascicule.

(2) Voir Tome II, fascicule 2 : Bases et p. 84 du présent fascicule.

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORREC- TIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉ des triangles plans.	CÔTES.	
						Logarithmes.	Numéros.
Triangle [143].							
Rattachement de Machala.							
	[143]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
53	Machala.....	56.5789,346	+0,4584	56.5789,8044	85,207	4.61357088	(124)
54	Chilla Cocha.....	77.7378,966	+0,4583	77.7379,4243	74,827	4.69644158	(186)
54	Narihuña.....	65.6844,105	+0,4583	65.6844,5633	39,966	4.65714679	(187)
		12,417	-1,375	13,792			

Figure VII.

Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate.

(page A.61).

	[144]	<sup>G</sup>		<sup>G</sup>			
67	Viviate.....	21.5580,097	-4,1117	21.5575,9853	75,885	3.56670723	(188) <sup>(1)</sup>
63	Terme est.....	76.4480,355	-21,1769	76.4459,1781	59,078	4.01488969	(190)
64	Terme moyen.....	101.9942,093	+23,0436	101.9965,1366	65,037	4.04510544	(191)
		200.0002,545	+2,245	0,300			
	[145]						
67	Viviate.....	26.5951,571	+0,2796	26.5951,8506	51,728	3.65636653	(189) <sup>(1)</sup>
64	Terme moyen.....	98.0013,409	+21,4544	98.0034,8634	34,740	4.04793674	(192)
66	Terme ouest.....	75.4035,877	-22,2220	75.4013,6550	13,532	4.01488971	(190)
		200.0000,857	+0,488	0,369			
	[146]						
67	Viviate.....	48.1531,668	-3,8321	48.1527,8359	27,613	3.91487653	(144) <sup>(2)</sup>
63	Terme est.....	76.4459,499	-0,3209	76.4459,1781	58,955	4.04793674	(192)
66	Terme ouest.....	75.4016,500	-2,8450	75.4013,6550	13,432	4.04510544	(191)
		200.0007,667	+6,998	0,669			

(1) Voir Tome II, fascicule 2 : Bases et p. A.63 du présent fascicule.

(2) Voir Tome II, fascicule 2 : Bases et p. 84 du présent fascicule.

(1) Voir Tome II, fascicule 2 : Bases et p. A.63 du présent fascicule.

(2) Voir Tome II, fascicule 2 : Bases et p. 84 du présent fascicule.



## CONCLUSIONS.



## CONCLUSIONS.

95. Comme suite naturelle aux Tableaux numériques précédents et conclusion du présent fascicule, on va appliquer à la triangulation du nouvel arc équatorial les divers critères de la précision des observations connus et l'on réalisera l'accord des bases pour un enchaînement spécial, constitué par de simples triangles; on aura ainsi une idée de la grandeur des corrections que cet accord, si on l'effectuait pour l'ensemble du réseau, apporterait aux angles géodésiques et aux côtés, déjà compensés sans tenir compte des équations de condition qui l'expriment.

### I. — ERREUR MOYENNE DE L'UNITÉ DE POIDS.

#### 1. CALCUL PAR FORMULES RIGOUREUSES D'APRÈS LA COMPENSATION DU RÉSEAU.

96. Par les deux premières des méthodes antérieurement indiquées <sup>(1)</sup>, l'erreur moyenne  $M^*$  de l'unité de poids, précédemment définie <sup>(2)</sup>, a été calculée pour les figures I à II et les 18 triangles isolés du réseau primordial, ainsi que pour les figures I à VII et les 6 triangles isolés supplémentaires (à l'exception du triangle [124] qui, comprenant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation). Dans les triangles [107] et [108] et la figure I, tous les angles finals observés ne peuvent être considérés comme ayant même poids; pour tenir compte de cette particularité, on a appliqué la formule générale  $M^* = \pm \sqrt{\frac{p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2}{r}}$ , qui donne dans ces trois cas <sup>(3)</sup> :

Triangle [107] [Punta Arena-Erco-El Buitre] <sup>(4)</sup> :

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{(0,6 \times 2,7954^2) + 1,6773^2 + 1,6773^2}{1}} = \pm 3,212;$$

Triangle [108] [El Ahorcado-Punta Arena-El Buitre] <sup>(4)</sup> :

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{1,5112^2 + (0,6 \times 2,5186^2) + 1,5112^2}{1}} = \pm 2,894;$$

<sup>(1)</sup> §§ 31, 32 et 33, p. 31 et 32.

<sup>(2)</sup> § 72, p. 96.

<sup>(3)</sup> Pour les valeurs des poids, voir § 72, p. 95; § 76, p. 105; p. A.46 et p. B.18.

<sup>(4)</sup> Pour les deux triangles, on aurait pu aussi appliquer la formule (98), § 36, p. 35 :

$$M^* = \pm \frac{E}{\sqrt{\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}\right)}}$$

Figure I. Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique I Tulcan, (Angasmayo) :

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{(0,467 \times 0,0274^2) + 0,0589^2 + 0,0770^2}{1}} = \pm 0,099.$$

Le Tableau suivant présente les résultats de ces calculs :

$M^*$ , Erreur moyenne de l'unité de poids (Angle final observé).

1° Réseau primordial.

Rattachement de la base de Riobamba  
et de la

Section nord.			station astronomique 33 Loma de Quito.			Section sud.		
Figure 1.....	$\pm 2,309$	$\pm 0,748$	Figure 6...  $\pm 2,195$   $\pm 0,711$		Triangle [71]....	$\pm 0,775$	$\pm 0,211$	
Figure 2.....	2,548	0,825			Triangle [72]....	1,916	0,621	
Figure 3.....	3,881	1,257			Figure 7.....	2,461	0,797	
Triangle [35]..	2,372	0,768			Triangle [77]....	5,319	1,723	
Figure 4.....	3,041	0,986			Triangle [78]....	2,346	0,760	
Figure 5.....	2,812	0,911			Triangle [79]....	2,730	0,884	
Triangle [17]..	1,271	0,412			Figure 8.....	4,046	1,311	
Triangle [16]..	2,293	0,743			Triangle [91]....	4,272	1,384	
					Figure 9.....	3,568	1,156	
					Figure 10.....	4,455	1,443	
					Triangle [103]..	1,462	0,474	
					Triangle [104]..	3,306	1,071	
					Triangle [105]..	0,389	0,126	
					Triangle [106]..	1,038	0,336	
					Triangle [107] <sup>(1)</sup> .	3,212	1,041	
					Triangle [108] <sup>(1)</sup> .	2,894	0,938	
					Triangle [109]..	0,014	0,004	
					Figure 11.....	2,049	0,664	
					Triangle [114]..	2,529	0,819	
					Triangle [115]..	0,855	0,277	

2° Figures supplémentaires.

Figure I (1).....	$\pm 0,099$	$\pm 0,032$
Figure II.....	2,465	0,799
Figure III.....	0,661	0,214
Triangle [124] (2).....		
Triangle [125].....	0,096	0,031
Triangle [126].....	1,497	0,485
Triangle [127].....	5,333	1,728
Triangle [128].....	1,493	0,484
Figure IV.....	3,252	1,054
Figure V.....	(14,654)	(4,748)
Figure VI.....	2,733	0,885
Triangle [143].....	0,794	0,257
Figure VII.....	(15,941)	(5,165)

(1) Voir ci-dessus § 96, p. C.3 et C.4.

(2) Le triangle [124], comprenant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation.

L'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé) a été aussi calculée par la formule  $M^* = \pm \sqrt{\frac{\sum p(1)^2}{\sum r}}$ , pour chacune des sections du réseau primordial et pour l'ensemble de ce réseau, ainsi que pour l'ensemble des figures supplémentaires (à l'exception du triangle [124] qui, comprenant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation, et des figures V et VII pour lesquelles certaines corrections atteignent des valeurs inusitées par le fait que les compensations ont été effectuées comme si les bases n'étaient pas brisées), enfin pour l'ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires, à l'exception du triangle [124] et des figures V et VII). On a obtenu :

$M^*$ , erreur moyenne de l'unité de poids (Angle final observé).

Réseau primordial. . .	{	Section nord. . . . .	$\pm 3,055 = \pm 0,990$ .
		Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito. . . . .	2,195 = 0,711.
		Section sud. . . . .	3,312 = 1,073.
		Ensemble du réseau primordial. . . . .	<b>3,051 = 0,988.</b>
Ensemble des figures supplémentaires. . . . .		2,870 = 0,930.	
Ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires). . . . .		3,014 = 0,976.	

## 2. CALCUL PAR LA FORMULE APPROCHÉE DE L'ASSOCIATION GÉODÉSIQUE INTERNATIONALE.

97. La formule approchée de l'Association géodésique internationale <sup>(1)</sup>,

$$(92) \quad M_1^* = \pm \sqrt{\frac{\sum E^2}{3N}},$$

a été appliquée aux diverses sections du réseau primordial (en excluant les triangles [30], [31], [33] de la section nord qui comprennent un angle conclu); à l'ensemble de ce réseau (en excluant les mêmes triangles); à l'ensemble des figures supplémentaires (en excluant les triangles [116], [117], [118], [119], [120], [121], [122], [123], [124], qui comprennent un angle conclu et les triangles [135], [136], [137], [144], [145], [146], appartenant aux figures V et VII, dont on ne tient pas compte pour le motif déjà indiqué); enfin à l'ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires en excluant les 18 triangles précités). On a obtenu :

<sup>(1)</sup> § 36, p. 34.



$M_1^*$ , valeur approchée de l'erreur moyenne de l'unité de poids (*Angle final observé*).

Réseau primordial..	Section nord.....	52 triangles,	$\pm 1^{\circ},984 = \pm 0^{\circ},643.$
	Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito. ....	15 »	$2,351 = 0,762.$
	Section sud.....	45 »	$2,975 = 0,964.$
	Ensemble du réseau primordial.....	<b>112</b> »	<b>2,474 = 0,802.</b>
Ensemble des figures supplémentaires.....	16	»	$1,731 = 0,561.$
Ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires).....	128	»	$2,394 = 0,776.$

La comparaison des valeurs  $M^*$  et  $M_1^*$  correspondantes montre que, sauf une exception, la première est supérieure à la seconde, ce qui confirme une loi générale précédemment énoncée (<sup>1</sup>).

### 3. COMPARAISON DES DEUX VALEURS DE L'ERREUR MOYENNE DE L'UNITÉ DE POIDS (ANGLE FINAL OBSERVÉ), CALCULÉES L'UNE D'APRÈS LES OBSERVATIONS AZIMUTALES, L'AUTRE D'APRÈS LA COMPENSATION DU RÉSEAU.

98. D'autre part, on a trouvé par la discussion de l'ensemble des observations azimutales, abstraction faite de toute compensation du réseau (<sup>2</sup>) :

	Méthode des angles. (69 cas.)	Méthode des directions. (17 cas.)
$m^*$ , erreur moyenne d'une direction finale observée....	$\pm 1^{\circ},129 = \pm 0^{\circ},366,$	$\pm 1^{\circ},075 = \pm 0^{\circ},348,$

d'où l'on déduit :

$M^* = m^*\sqrt{2}$ , erreur moyenne d'un angle final observé.	$\pm 1^{\circ},597 = \pm 0^{\circ},517,$	$\pm 1^{\circ},520 = \pm 0^{\circ},492.$
Valeur moyenne ( <sup>3</sup> ).....	$M^* = \pm 1^{\circ},582 = \pm 0^{\circ},513.$	

En toute rigueur, les valeurs  $M^* = \pm 1^{\circ},582$  et  $M^* = \pm 3^{\circ},014$ , ainsi calculées, l'une d'après les observations et avant toute compensation du réseau, l'autre d'après les résultats de cette compensation, ne s'appliquent pas absolument au même réseau. En effet, les observations aux stations supplémentaires Pinllar, Sincholagua nord et Chujuj (<sup>4</sup>), les observations faites à I Tulcan au théodolite à microscopes Huetz (<sup>5</sup>), les observations aux stations supplémentaires Terme moyen de la base de Riobamba et Huaira Urcu (<sup>6</sup>), ne sont pas entrées en ligne de compte

(<sup>1</sup>) § 36, p. 36.

(<sup>2</sup>) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, troisième Partie: *Calcul des erreurs, conclusions*, p. C. 19.

(<sup>3</sup>) La méthode des angles ayant été employée 69 fois, celle des directions 17 fois, on a adopté la moyenne avec poids  $\frac{1^{\circ},597 \times 69 + 1^{\circ},520 \times 17}{69 + 17}.$

(<sup>4</sup>) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B. 119 à B. 123.

(<sup>5</sup>) Voir plus haut, § 76, p. 104 et 105.

(<sup>6</sup>) Voir plus haut, § 86, p. 131 à 133.

dans le calcul des erreurs effectué d'après les observations, bien que les directions ainsi observées contribuent à la constitution de certaines figures supplémentaires du réseau. Il a paru, en effet, préférable de n'utiliser pour ce calcul que les observations aux 63 stations du réseau primordial et à 7 autres stations pour lesquelles les opérations de rattachement à ce réseau n'ont donné lieu à aucun incident <sup>(1)</sup>; on n'a eu ainsi à traiter que des observations normalement faites sur un plan absolument régulier, soit par la méthode des angles, soit par la méthode des directions, et qui n'ont été contrariées par aucune circonstance particulière. Par contre, il était bien indispensable de constituer, en plus d'un réseau primordial irréprochable, un ensemble de figures supplémentaires aussi complet que possible, assurant le rattachement à ce réseau primordial d'un certain nombre de stations astronomiques ou de points intéressants seulement au point de vue de la triangulation générale du pays, en utilisant ainsi toutes les observations azimutales de haute précision sans exception, faites au cours des opérations.

D'ailleurs, les différences signalées sont en nombre et en importance complètement insignifiantes relativement à la quantité considérable des observations azimutales effectuées et à l'étendue du réseau. On peut donc admettre, sans aucune erreur sensible, en supprimant des décimales auxquelles tout géodésien possédant la pratique des observations ne saurait attacher qu'une valeur purement théorique :

Pour l'ensemble de tout le réseau géodésique du nouvel arc équatorial, M\*, erreur moyenne de l'unité de poids [angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>,42) par 10 couples ou 20 répétitions] :

Calculée d'après les observations azimutales.....	$\pm 1,6 = \pm 0,5$ .
Calculée d'après la compensation du réseau.....	$\pm 3,0 = \pm 1,0$ .
Différences.....	$\overline{1,4} \quad \overline{0,5}$ .

La comparaison de ces nombres confirme la loi en vertu de laquelle la valeur de M\* calculée d'après la compensation du réseau est supérieure à sa valeur calculée d'après les observations azimutales, révèle, par les différences obtenues, l'existence dans ces observations de certaines erreurs systématiques, et donne une idée de leurs valeurs <sup>(2)</sup>.

---

(1) 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire), 19 Poingasi, 53 Machala, 64 Terme moyen de la base de Viviate, 67 Viviate.

(2) Voir § 38, p. 36 et 37, et § 84, p. 119 à 130.

## II. — ERREURS RELATIVES DES LONGUEURS DES BASES DE VÉRIFICATION DE SAN GABRIEL ET VIVIATE, CALCULÉES PAR LA TRIANGULATION, EN PARTANT DE LA LONGUEUR MESURÉE DE LA BASE FONDAMENTALE DE RIOBAMBA.

99. On sait <sup>(1)</sup> que dans le cas où l'on ne réalise pas l'accord des bases, si l'on considère les longueurs mesurées de celles-ci comme rigoureusement exactes, l'erreur relative de la longueur d'une base de vérification, calculée par la triangulation en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale, s'obtient immédiatement comme égale à la *fermeture sur la base de vérification*, mais peut aussi être considérée comme une erreur moyenne relative et se déduire de la compensation du réseau.

### 1. CALCUL PAR LES FERMETURES SUR LES BASES DE VÉRIFICATION.

100. Les longueurs  $B_1$  des lignes géodésiques, correspondant sur l'ellipsoïde de référence aux longueurs mesurées des bases de vérification sont <sup>(2)</sup> :

Base de San Gabriel. ....	$B_1 = 6604^m, 82350,$
Base de Viviate. ....	$B_1 = 8220^m, 06355.$

Les logarithmes des longueurs  $B'$  de ces lignes, calculés par la triangulation en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale, après compensation des angles du réseau primordial sans accord des bases, sont :

Base de San Gabriel <sup>(3)</sup> . ....	$\log B' = 3.81985638,$
Base de Viviate <sup>(4)</sup> . ....	$\log B' = 3.91487653,$

d'où :

Base de San Gabriel. ....	$B' = 6604^m, 74992,$
Base de Viviate. ....	$B' = 8220^m, 08920,$

et :

Base de San Gabriel. ....	$B' - B_1 = - 0^m, 07358,$
Base de Viviate. ....	$B' - B_1 = + 0^m, 02565.$

Les fermetures  $\frac{B' - B_1}{B_1}$  sur les bases de vérification sont donc :

Base de San Gabriel. ....	$\frac{B' - B_1}{B_1} = \frac{- 1}{89\,764},$
Base de Viviate. ....	$\frac{B' - B_1}{B_1} = \frac{+ 1}{320\,470}.$

(1) Voir §§ 44 à 48, p. 41 à 46.

(2) § 66, p. 84.

(3) Côté (80), p. B.13.

(4) Côté (144), p. B.19.

Dans l'hypothèse où les longueurs mesurées des bases ne sont entachées d'aucune erreur, ces nombres représentent précisément les erreurs relatives des longueurs des bases de vérification, calculées par la triangulation en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale.

## 2. CALCUL PAR LA COMPENSATION DU RÉSEAU.

101. Ces erreurs relatives ont été aussi calculées par la méthode précédemment exposée <sup>(1)</sup>, dans le cas d'un réseau s'appuyant à une de ses extrémités sur un côté connu, divisé en réseaux partiels accolés dont chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun et compensés séparément, pour la détermination de l'erreur moyenne relative d'un côté de jonction, calculé en partant du côté connu.

Le côté connu est la ligne géodésique correspondant sur l'ellipsoïde de référence à la base fondamentale de Riobamba; le côté calculé est la ligne géodésique correspondant à la base de vérification. Les réseaux partiels sont les figures du réseau primordial et les triangles intercalés entre elles qui assurent l'enchaînement entre les deux lignes géodésiques. En conservant les notations déjà employées, le calcul de l'erreur  $e_i$  pour la base de vérification se ramène à celui des erreurs  $\eta_i$  des côtés de jonction de ces réseaux partiels <sup>(2)</sup>.

Pour les figures, les erreurs  $\eta_i$  ont été calculées d'après la méthode générale de calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées <sup>(3)</sup>, mais on n'a fait usage que des deux premiers procédés de calcul précédemment indiqués <sup>(1)</sup>, ce qui est suffisant comme vérification. Pour les triangles, on a employé la formule (150) <sup>(4)</sup>, sauf pour les triangles [107] et [108]. Les angles finals observés, ayant, dans chacun de ces deux triangles, des poids différents, on a appliqué la formule (149) <sup>(5)</sup>.

Les Tableaux suivants, intelligibles sans autres explications, résument ces calculs :

<sup>(1)</sup> §§ 39 à 47, p. 37 à 45, en particulier §§ 46 et 47, p. 42 à 45.

<sup>(2)</sup> Formule (135), § 46, p. 43.

<sup>(3)</sup> Voir § 39, p. 37 à 40 et l'exemple du Tableau X bis à la fin du fascicule.

<sup>(4)</sup> Voir §§ 40 et 41, p. 40 et l'exemple du Tableau X bis à la fin du fascicule.

<sup>(5)</sup> P. 45.

## BASE DE SAN GABRIEL.

Calcul de  $e_l$ ,  $(e)$  et  $e$ .

RÉSEAUX partiels.	CÔTÉS DE JONCTION ET LEURS LONGUEURS.		ERREURS MOYENNES		ERREURS MOYENNES (*)		
	Connus.	Calculés.	des logarithmes des côtés connus, $e_{l,k} \sim 10^{-3} \times$	des fonctions $\varphi$ , $\eta_{l,k} \sim 10^{-3} \times$	des logarithmes des côtés calculés, $e_{l,k} \sim 10^{-3} \times$	relatives des côtés calculés, $(e)_k$ .	des côtés calculés, $e_k$ .
Figure 6.	(1) (Terme est-Terme ouest) 9.381 <sup>m</sup> .	(10) (Aupate-Chimborazo) 32.842 <sup>m</sup> .	0,00	$\pm 220,55$	$\pm 220,55$	$\pm \frac{1}{196\ 915}$	$\pm 0,167^m$
Triangle [16].	(10) (Aupate-Chimborazo) 32.842 <sup>m</sup> .	(22) (Chimborazo-Mulmul) 25.112 <sup>m</sup> .	$\pm 220,55$	$\pm 138,35$	$\pm 260,50$	$\pm \frac{1}{166\ 808}$	$\pm 0,151$
Triangle [17].	(22) (Chimborazo-Mulmul) 25.112 <sup>m</sup> .	(23) (Mulmul-Cahuito) 21.358 <sup>m</sup> .	$\pm 260,50$	$\pm 41,45$	$\pm 263,63$	$\pm \frac{1}{164\ 737}$	$\pm 0,130$
Figure 5.	(23) (Mulmul-Cahuito) 21.358 <sup>m</sup> .	(27) (Huicotango-Sagoatoa) 19.639 <sup>m</sup> .	$\pm 263,63$	$\pm 264,65$	$\pm 373,55$	$\pm \frac{1}{116\ 260}$	$\pm 0,169$
Figure 4.	(27) (Huicotango-Sagoatoa) 19.639 <sup>m</sup> .	(43) (Cerro Ami Grande-Corazon) 23.586 <sup>m</sup> .	$\pm 373,55$	$\pm 488,14$	$\pm 614,69$	$\pm \frac{1}{70\ 653}$	$\pm 0,334$
Triangle [35].	(43) (Cerro Ami Grande-Corazon) 23.586 <sup>m</sup> .	(45) (Corazon-Sincholagua sud) 30.085 <sup>m</sup> .	$\pm 614,69$	$\pm 117,45$	$\pm 625,79$	$\pm \frac{1}{69\ 398}$	$\pm 0,434$
Figure 3.	(45) (Corazon-Sincholagua sud) 30.085 <sup>m</sup> .	(64) (El Redondo-Yana Urcu) 37.279 <sup>m</sup> .	$\pm 625,79$	$\pm 610,94$	$\pm 874,56$	$\pm \frac{1}{49\ 658}$	$\pm 0,751$
Figure 2.	(64) (El Redondo-Yana Urcu) 37.279 <sup>m</sup> .	(65) (El Redondo-El Pelado) 48.485 <sup>m</sup> .	$\pm 874,56$	$\pm 244,93$	$\pm 908,22$	$\pm \frac{1}{47\ 818}$	$\pm 1,014$
Figure 1.	(65) (El Redondo-El Pelado) 48.485 <sup>m</sup> .	(80) (Terme sud-Terme nord) 6.605 <sup>m</sup> .	$\pm 908,22$	$\pm 317,18$	$\pm 962,00$	$\pm \frac{1}{45\ 144}$	$\pm 0,146$

## NOTE COMMUNE AUX DEUX TABLEAUX.

(\*) Les erreurs  $(e)_k$  sont déduites des erreurs  $e_{l,k}$  par la formule  $(e)_k = \frac{e_{l,k}}{M}$  [voir formule (127), § 44, p. 42].

Dès que les erreurs  $e_{l,k}$  et  $e_k$  ont des valeurs telles qu'elles ne peuvent plus être considérées comme des accroissements différentiels, cette formule n'est plus rigoureuse. Comme il est aisé de s'en rendre compte, dans les deux Tableaux ci-dessus, les derniers chiffres du dénominateur de  $(e)_k$  peuvent être erronés, ce qui n'a d'ailleurs aucune importance, mais ceci ne saurait influencer de plus d'une unité sur le chiffre du millimètre de l'erreur  $e_k$ , déduite de la valeur ainsi calculée de  $(e)_k$  et de la longueur du côté.

# BASE DE VIVIATE.

Calcul de  $e_l$ ,  $(e)$  et  $e$ .

RÉSEAUX partiels.	CÔTÉS DE JONCTION ET LEURS LONGUEURS.		ERREURS MOYENNES		ERREURS MOYENNES (*)		
	Connus.	Calculés.	des logarithmes des côtés connus, $e_{l,k} = \frac{1}{10^{-k}}$	des fonctions $\varphi$ , $\eta_{l,k} = \frac{1}{10^{-k}}$	des logarithmes des côtés calculés, $e_{l,k} = \frac{1}{10^{-k}}$	relatives des côtés calculés, $(e)_{l,k}$	des côtés calculés, $e_{l,k}$
Figure 6.	(1) (Terme est-Terme ouest) 9.381 <sup>m</sup> .	(19) (Zagrun-Lanlanguso) 23.147 <sup>m</sup> .	0,00	$\pm 252,90$	$\pm 252,90$	$\pm \frac{1}{172\ 276}$	$\pm 0,131$
Triangle [71].	(19) (Zagrun-Lanlanguso) 23.147 <sup>m</sup> .	(87) (Lanlanguso-Shinigualay) 23.801 <sup>m</sup> .	$\pm 252,90$	$\pm 34,46$	$\pm 254,43$	$\pm \frac{1}{170\ 690}$	$\pm 0,139$
Triangle [72].	(87) (Lanlanguso-Shinigualay) 23.801 <sup>m</sup> .	(90) (Shinigualay-Danas) 28.339 <sup>m</sup> .	$\pm 254,43$	$\pm 104,57$	$\pm 275,08$	$\pm \frac{1}{157\ 877}$	$\pm 0,179$
Figure 7.	(90) (Shinigualay-Danas) 28.339 <sup>m</sup> .	(93) (Tio Loma-Ñaupan) 26.092 <sup>m</sup> .	$\pm 275,08$	$\pm 165,98$	$\pm 321,28$	$\pm \frac{1}{135\ 177}$	$\pm 0,193$
Triangle [77].	(93) (Tio Loma-Ñaupan) 26.092 <sup>m</sup> .	(96) (Naupan-Quinua Loma) 22.965 <sup>m</sup> .	$\pm 321,28$	$\pm 252,92$	$\pm 408,88$	$\pm \frac{1}{106\ 212}$	$\pm 0,216$
Triangle [78].	(96) (Ñaupan-Quinua Loma) 22.965 <sup>m</sup> .	(99) (Quinua Loma-Bueran) 32.748 <sup>m</sup> .	$\pm 408,88$	$\pm 137,20$	$\pm 431,29$	$\pm \frac{1}{100\ 692}$	$\pm 0,325$
Triangle [79].	(99) (Quinua Loma-Bueran) 32.748 <sup>m</sup> .	(100) (Bueran-Yausai) 24.215 <sup>m</sup> .	$\pm 431,29$	$\pm 61,53$	$\pm 435,65$	$\pm \frac{1}{99\ 688}$	$\pm 0,243$
Figure 8.	(100) (Bueran-Yausai) 24.215 <sup>m</sup> .	(113) (Soldados-Tinajillas) 35.572 <sup>m</sup> .	$\pm 435,65$	$\pm 433,98$	$\pm 629,20$	$\pm \frac{1}{69\ 023}$	$\pm 0,515$
Triangle [91].	(113) (Soldados-Tinajillas) 35.572 <sup>m</sup> .	(116) (Minas-Tinajillas) 39.305 <sup>m</sup> .	$\pm 629,20$	$\pm 178,53$	$\pm 654,03$	$\pm \frac{1}{66\ 402}$	$\pm 0,592$
Figure 9.	(116) (Minas-Tinajillas) 39.305 <sup>m</sup> .	(124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) 37.625 <sup>m</sup> .	$\pm 654,03$	$\pm 353,14$	$\pm 743,30$	$\pm \frac{1}{58\ 428}$	$\pm 0,644$
Figure 10.	(124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) 37.625 <sup>m</sup> .	(127) (Guachanama-Colambo) 57.131 <sup>m</sup> .	$\pm 743,30$	$\pm 460,80$	$\pm 874,54$	$\pm \frac{1}{49\ 659}$	$\pm 1,150$
Triangle [103].	(127) (Guachanama-Colambo) 57.131 <sup>m</sup> .	(130) (Guachanama-Los Pozos) 60.514 <sup>m</sup> .	$\pm 874,54$	$\pm 93,48$	$\pm 879,50$	$\pm \frac{1}{49\ 379}$	$\pm 1,225$
Triangle [104].	(130) (Guachanama-Los Pozos) 60.514 <sup>m</sup> .	(133) (La Masa-Los Pozos) 49.537 <sup>m</sup> .	$\pm 879,50$	$\pm 254,01$	$\pm 915,46$	$\pm \frac{1}{47\ 440}$	$\pm 1,044$
Triangle [105].	(133) (La Masa-Los Pozos) 49.537 <sup>m</sup> .	(134) (La Masa-Ereo) 33.564 <sup>m</sup> .	$\pm 915,46$	$\pm 39,07$	$\pm 916,29$	$\pm \frac{1}{47\ 397}$	$\pm 0,708$
Triangle [106].	(134) (La Masa-Ereo) 33.564 <sup>m</sup> .	(137) (Ereo-El Buitre) 34.815 <sup>m</sup> .	$\pm 916,29$	$\pm 118,41$	$\pm 923,92$	$\pm \frac{1}{47\ 006}$	$\pm 0,741$
Triangle [107].	(137) (Ereo-El Buitre) 34.815 <sup>m</sup> .	(138) (El Buitre-Punta Arena) 29.069 <sup>m</sup> .	$\pm 923,92$	$\pm 182,29$	$\pm 941,72$	$\pm \frac{1}{46\ 117}$	$\pm 0,630$
Triangle [108].	(138) (El Buitre-Punta Arena) 29.069 <sup>m</sup> .	(140) (El Buitre-El Ahorcado) 40.798 <sup>m</sup> .	$\pm 941,72$	$\pm 174,55$	$\pm 957,82$	$\pm \frac{1}{45\ 342}$	$\pm 0,900$
Triangle [109].	(140) (El Buitre-El Ahorcado) 40.798 <sup>m</sup> .	(143) (Terme est-El Ahorcado) 28.090 <sup>m</sup> .	$\pm 957,82$	$\pm 0,88$	$\pm 957,82$	$\pm \frac{1}{45\ 342}$	$\pm 0,620$
Figure 11.	(143) (Terme est-El Ahorcado) 28.090 <sup>m</sup> .	(144) (Terme est-Terme ouest) 8.220 <sup>m</sup> .	$\pm 957,82$	$\pm 322,46$	$\pm 1010,58$	$\pm \frac{1}{42\ 974}$	$\pm 0,191$

On a donc, en supposant la base de Riobamba mesurée sans erreur :

		Base de San Gabriel.	Base de Viviate.
$e_l$ , erreur moyenne du logarithme.....	de la longueur de la ligne géodésique correspondant à une base de vérification calculée en partant de la base fondamentale.	$e_l = \pm 10^{-8} \times 962,00,$	$\pm 10^{-8} \times 1010,58,$
$(e)$ , erreur moyenne relative.		$(e) = \pm \frac{1}{45\ 144},$	$\pm \frac{1}{42\ 974},$
$e$ , erreur moyenne.....		$e = \pm 0^m, 146.$	$\pm 0^m, 191.$

Mais en réalité, le logarithme de la longueur de la ligne géodésique qui correspond à la longueur mesurée de la base de Riobamba n'est point exactement connu. Il est affecté d'une erreur moyenne  $\beta_l$ , résultant des erreurs commises dans les opérations de mesure de la base. Or, deux mesures du segment de la base, long de 3359<sup>m</sup>,964 476 5, effectuées à l'appareil bimétallique Brunner, diffèrent de 0<sup>m</sup>,006624, soit  $\frac{1}{507\ 241}$  <sup>(1)</sup>; on peut donc adopter pour  $\beta_l$  la valeur

$$\beta_l = \pm M \times \frac{1}{507\ 241} = \pm 10^{-8} \times 85,62.$$

L'erreur moyenne du logarithme de la longueur calculée de la ligne géodésique correspondant à une des bases de vérification est alors donnée par la formule (134) <sup>(2)</sup>

$$(e_l)^2 = (\beta_l)^2 + \Sigma (\tau_l)^2,$$

d'où les valeurs plus exactes :

		Base de San Gabriel.	Base de Viviate.
$e_l$ , erreur moyenne du logarithme.....	de la longueur de la ligne géodésique correspondant à une base de vérification calculée en partant de la base fondamentale.	$e_l = \pm 10^{-8} \times 965,80,$	$\pm 10^{-8} \times 1014,20,$
$(e)$ , erreur moyenne relative.		$(e) = \pm \frac{1}{44\ 967},$	$\pm \frac{1}{42\ 821},$
$e$ , erreur moyenne.....		$e = \pm 0^m, 147.$	$\pm 0^m, 192.$

Ainsi, du fait des erreurs commises dans la mesure de la base fondamentale de Riobamba et dans les observations azimutales, les longueurs des lignes géodésiques correspondant aux bases de vérification de San Gabriel et Viviate, calculées en partant de la base fondamentale dans le réseau primordial compensé sans accord des bases, sont affectées d'erreurs moyennes relatives respectivement égales à  $\frac{1}{44\ 967}$  et  $\frac{1}{42\ 821}$ .

<sup>(1)</sup> Voir Tome II, fascicule 2: *Bases*.

<sup>(2)</sup> § 46, p. 43.

### III. — CORRECTIONS À APPORTER, POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES, AUX ANGLES DÉJÀ COMPENSÉS D'UN ENCHAÎNEMENT SIMPLE DE TRIANGLES EXTRAITS DU RÉSEAU PRIMORDIAL.

102. Les triangles publiés dans la deuxième Partie du présent fascicule, résultant de la compensation des angles du réseau, telle qu'elle a été effectuée, sans accord des bases, constituent le réseau géodésique adopté auquel s'appliqueront tous les calculs ultérieurs jusqu'au moment où pourront être entreprises les études de haute Géodésie, objet essentiel et but final des travaux de la Mission <sup>(1)</sup>. Néanmoins, dans le but d'avoir une idée des modifications qu'introduirait l'accord des bases dans le réseau déjà compensé, on s'est proposé de réaliser cet accord pour un enchaînement simple de triangles extraits du réseau compensé, en appliquant la méthode précédemment exposée <sup>(2)</sup>.

L'enchaînement choisi est celui représenté sur la planche II <sup>(3)</sup> et schématiquement sur la figure *j*. Trois chaînes I, II et III partent des côtés du réseau géodésique correspondant aux bases de San Gabriel, Riobamba et Viviate,  $B_1, B_2, B_3$ , et aboutissent au côté commun (Aupate-Yana Ashpa).

Il s'agit d'abord d'arrêter la longueur de ce côté commun. En partant des longueurs mesurées des bases  $B_1, B_2, B_3$ , on obtient pour ce côté trois longueurs différentes  $c_1, c_2, c_3$ . Soient  $e_{l,1}, e_{l,2}, e_{l,3}$  les erreurs de leurs logarithmes. Les équations de condition qui expriment l'accord des longueurs obtenues pour le côté commun sont :

$$\begin{cases} \log c_1 - e_{l,1} = \log c_2 - e_{l,2}, \\ \log c_1 - e_{l,1} = \log c_3 - e_{l,3}, \end{cases}$$

ou :

$$\begin{cases} -e_{l,1} + e_{l,2} + \log c_1 - \log c_2 = 0, \\ -e_{l,1} + e_{l,3} + \log c_1 - \log c_3 = 0. \end{cases}$$

$\log c_1, \log c_2, \log c_3$  sont faciles à déterminer. Les mesures des bases ont donné <sup>(4)</sup> :

Base de San Gabriel.	$\log \text{côté (80)} = 3.81986122,$
Base de Riobamba...	$\log \text{côté (1)} = 3.97223930,$
Base de Viviate.....	$\log \text{côté (144)} = 3.91487518.$

D'autre part, le réseau compensé, calculé en partant de la base de Riobamba,

<sup>(1)</sup> Voir § 64, p. 75 à 77.

<sup>(2)</sup> §§ 60 à 63, p. 63 à 74.

<sup>(3)</sup> Planche II : *Arc de méridien équatorial. Chaînes de triangles pour lesquels l'accord des bases a été réalisé.*

<sup>(4)</sup> Voir Tome II, fascicule 2 : *Bases* et § 66, p. 84 du présent fascicule.



donne :

(Aupate-Yana Ashpa).	$\log \text{ côté } (13) = 4.51130486^{(1)},$
Base de San Gabriel...	$\log \text{ côté } (80) = 3.81985638^{(2)},$
Base de Riobamba....	$\log \text{ côté } (1) = 3.97223930^{(3)},$
Base de Viviate.....	$\log \text{ côté } (144) = 3.91487653^{(4)}.$

Par suite, si l'on calcule le réseau en partant de la base de San Gabriel, les logarithmes de tous les côtés seront augmentés de

$$3.81986122 - 3.81985638 = 10^{-8} \times 484;$$

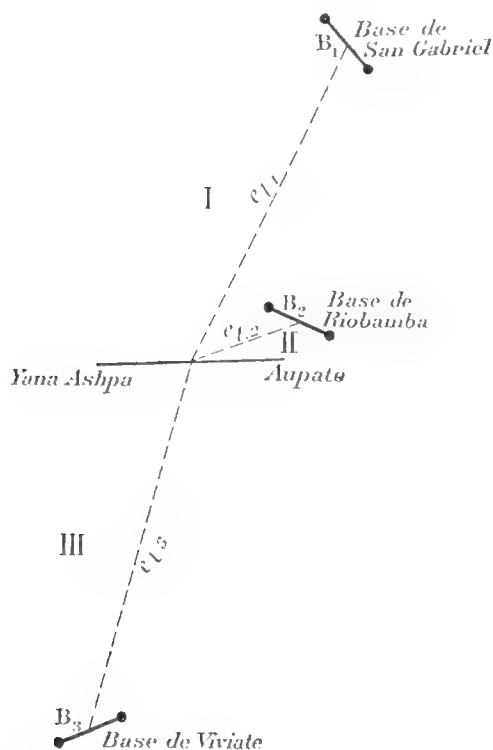


Figure j.

si on le calcule en partant de la base de Viviate, ils seront diminués de

$$3.91487653 - 3.91487518 = 10^{-8} \times 135.$$

<sup>(1)</sup> P. B. 6.

<sup>(2)</sup> P. B. 13.

<sup>(3)</sup> P. B. 5.

<sup>(4)</sup> P. B. 19.

On a donc :

$$\log c_1 = 4.51130970,$$

$$\log c_2 = 4.51130486,$$

$$\log c_3 = 4.51130351.$$

Les chaînes I, II, III comprennent 20, 3 et 26 triangles; les erreurs moyennes  $M^*$  de l'unité de poids  $y$  sont  $\pm 3'',055$ ,  $\pm 2'',195$  et  $\pm 3'',312$  <sup>(1)</sup>. Les poids  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  des inconnues  $e_{l,1}$ ,  $e_{l,2}$ ,  $e_{l,3}$  sont donc proportionnels <sup>(2)</sup> à

$$\frac{1}{20 \times (3,055)^2}, \quad \frac{1}{3 \times (2,195)^2}, \quad \frac{1}{26 \times (3,312)^2}.$$

On a adopté :

$$p_1 = 1,53 \quad p_2 = 19,73 \quad p_3 = 1.$$

Voici dès lors le calcul des inconnues par la méthode des moindres carrés, en supposant, pour simplifier, que les inconnues comme les termes connus sont exprimés, dans les équations de condition, en unités de la huitième décimale du logarithme :

*Équations de condition.*

$$\begin{cases} -e_{l,1} + e_{l,2} & + 484 = 0, \\ -e_{l,1} & + e_{l,3} + 619 = 0. \end{cases}$$

Soient :

$$\begin{cases} e'_{l,1} = e_{l,1} \sqrt{p_1} = e_{l,1} \times 1,23693, \\ e'_{l,2} = e_{l,2} \sqrt{p_2} = e_{l,2} \times 4,44185, \\ e'_{l,3} = e_{l,3} \sqrt{p_3} = e_{l,3} \times 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a'_1 = -\frac{1}{\sqrt{p_1}} = -0,80845, & a'_2 = +\frac{1}{\sqrt{p_2}} = +0,22513, & a'_3 = 0, \\ b'_1 = -\frac{1}{\sqrt{p_1}} = -0,80845, & b'_2 = 0, & b'_3 = +\frac{1}{\sqrt{p_3}} = +1. \end{cases}$$

*Équations de condition transformées.*

$$\begin{cases} -0,80845 e'_{l,1} + 0,22513 e'_{l,2} & + 484 = 0, \\ -0,80845 e'_{l,1} & + e'_{l,3} + 619 = 0. \end{cases}$$

<sup>(1)</sup> Ce sont les erreurs moyennes de l'unité de poids calculées : 1° pour la section nord du réseau primordial; 2° pour le rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito; 3° pour la section sud du réseau primordial (voir § 96, p. C. 5); on a jugé inutile de tenir compte de ce que les triangles [114] et [115] de cette dernière section n'interviennent en rien dans la chaîne III.

<sup>(2)</sup> Voir § 63, p. 73 et 74.

*Équations normales.*

$$\begin{cases} +0,704275 \lambda_1 + 0,653591 \lambda_2 + 484 = 0, \\ +0,653591 \lambda_1 + 1,653591 \lambda_2 + 619 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = -536,70263, \\ \lambda_2 = -162,20197. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e'_{l,1} = +565,02942, \\ e'_{l,2} = -120,82786, \\ e'_{l,3} = -162,20197. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_{l,1} = +10^{-8} \times 457, \\ e_{l,2} = -10^{-8} \times 27, \\ e_{l,3} = -10^{-8} \times 162. \end{cases}$$

On en déduit, pour la valeur définitive  $c$  du côté (13) (Aupate-Yana Ashpa) :

$$\log c = 4.51130513.$$

Considérant à présent ce côté comme une base de longueur mesurée  $c$ , il reste à effectuer l'accord des bases  $c$  et  $B_1$  dans la chaîne I,  $c$  et  $B_2$  dans la chaîne II,  $c$  et  $B_3$  dans la chaîne III. On a employé la méthode qui consiste à laisser invariable l'angle C de chaque triangle, en appliquant aux angles A et B les corrections  $x$  et  $y = -x$ , données par la formule (191) (').

Les valeurs  $e_l$  à employer dans le calcul sont faciles à déterminer. En se reportant aux valeurs (indiquées plus haut) des logarithmes des côtés (80), (1), (144) dans le réseau compensé, calculé en partant de la longueur mesurée de la base de Riobamba, et remarquant que dans ce même réseau, calculé en partant du côté (13), considéré comme une base de longueur mesurée  $c$ , les logarithmes des mêmes côtés doivent avoir des valeurs égales aux précédentes augmentées de

$$4.51130513 - 4.51130486 = 10^{-8} \times 27,$$

on obtient pour ces dernières valeurs :

$$\begin{aligned} \text{Base de San Gabriel.} \quad \log \text{côté (80)} &= 3.81985665, \\ \text{Base de Riobamba ..} \quad \log \text{côté (1)} &= 3.97223957, \\ \text{Base de Viviate . . . .} \quad \log \text{côté (144)} &= 3.91487680. \end{aligned}$$

Comparant ces valeurs à celles fournies par les mesures des bases, on en déduit :

$$\begin{aligned} \text{Chaîne I.} \quad \text{Base de San Gabriel.} \quad e_l &= -10^{-8} \times 457, \\ \text{Chaîne II.} \quad \text{Base de Riobamba..} \quad e_l &= +10^{-8} \times 27, \\ \text{Chaîne III.} \quad \text{Base de Viviate....} \quad e_l &= +10^{-8} \times 162. \end{aligned}$$

---

(') § 62, p. 70 et 71. On a jugé inutile de tenir compte, dans les calculs relatifs à la chaîne III, de ce que le poids de deux angles finals observés à 65 Punta Arena est légèrement inférieur à celui des autres angles de la chaîne.

Il est d'ailleurs évident, à priori, que les  $e_l$  sont respectivement égaux à  $-e_{l,1}$ ,  $-e_{l,2}$ ,  $-e_{l,3}$ .

Les Tableaux ci-après résument le calcul des nouveaux angles géodésiques.

Les coefficients  $\frac{e_l}{\Sigma(\Delta_A + \Delta_B)^2}$ , constants pour chaque chaîne, par lesquels il faut multiplier les sommes  $(\Delta_A + \Delta_B)$  relatives à chaque triangle, pour avoir les  $x$  et  $y$  correspondants, sont :

$$\text{Chaîne I. } \frac{-10^{-8} \times 457}{201230,82} = -0,002271,$$

$$\text{Chaîne II. } \frac{+10^{-8} \times 27}{19369,30} = +0,001394,$$

$$\text{Chaîne III. } \frac{+10^{-8} \times 162}{269624,39} = +0,000601.$$

## CHAÎNE I

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de San Gabriel.

CALCUL DES CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES COMPENSÉS POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES  $c$  ET  $B_1$ .

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	$\Delta_A$ . $10^{-8} \times$	$\Delta_B$ . $10^{-8} \times$	$\Delta_A + \Delta_B$ . $10^{-8} \times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$ . $10^{-16} \times$	$x$ et $-x$ , CORRECTIONS aux angles compensés.
1.	[10] A. Chimborazo ..... B. Yana Ashpa.....	<sup>G</sup> 72.7612,951 74.4680,352	+ 31,1	+ 28,9	+ 60,0	3600,00	-0,1363 +0,1363
2.	[16] A. Mulmul..... B. Aupate.....	82.7734,307 52.7351,697	+ 18,9	+ 62,6	+ 81,5	6642,25	-0,1851 +0,1851
3.	[17] A. Cahuito..... B. Chimborazo ....	111.6971,879 63.0434,194	- 12,7	+ 44,7	+ 32,0	1024,00	-0,0727 +0,0727
4.	[18] A. Huicotango..... B. Mulmul. ....	41.2828,343 102.2880,231	+ 90,0	- 2,5	+ 87,5	7656,25	-0,1987 +0,1987
5.	[19] A. Sagoatoa..... B. Cahuito.....	101.7064,043 37.4954,759	- 1,8	+102,1	+100,3	10060,09	-0,2278 +0,2278
6.	[22] A. Huangotasin..... B. Huicotango.....	46.5251,952 83.7700,221	+ 76,1	+ 17,8	+ 93,9	8817,21	-0,2132 +0,2132
7.	[23] A. Milin..... B. Sagoatoa.....	66.1842,230 61.7883,352	+ 40,1	+ 46,7	+ 86,8	7534,24	-0,1971 +0,1971
8.	[32] A. Corazon..... B. Huangotasin.....	36.5447,544 62.6303,804	+105,4	+ 45,4	+150,8	22740,64	-0,3425 +0,3425
9.	[34] A. Cerro Ami Grande.. B. Milin. ....	98.7624,884 38.1801,700	+ 1,3	+ 99,8	+101,1	10221,21	-0,2296 +0,2296
10.	[35] A. Sincholagua sud... B. Cerro Ami Grande..	56.6042,772 91.2161,859	+ 55,3	+ 9,4	+ 64,7	4186,09	-0,1469 +0,1469

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	$\Delta_A$ $10^{-8} \times$	$\Delta_B$ $10^{-8} \times$	$\Delta_A + \Delta_B$ $10^{-8} \times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$ $10^{-16} \times$	$x$ et $-x$ , CORRECTIONS aux angles compensés.
11.	[39] A. Pichincha. .... B. Corazon. ....	<sup>G</sup> 45.3314,869 84.2976,984	+ 79,1	+ 17,2	+ 96,3	9273,69	-0,2187 +0,2187
12.	[40] A. Pambamarca. .... B. Sincholagua sud...	61.1189,946 52.0432,018	+ 47,8	+ 63,9	+111,7	12476,89	-0,2537 +0,2537
13.	[41] A. Pusag Cocha. .... B. Pichincha. ....	57.7192,115 67.2926,960	+ 53,4	+ 38,5	+ 91,9	8445,61	-0,2087 +0,2087
14.	[49] A. El Redondo. .... B. Pambamarca. ....	63.9597,408 66.6243,920	+ 43,3	+ 39,5	+ 82,8	6855,84	-0,1880 +0,1880
15.	[50] A. Yana Urcu. .... B. Pusag Cocha. ....	92.8537,256 61.3554,868	+ 7,7	+ 47,4	+ 55,1	3036,01	-0,1251 +0,1251
16.	[51] A. El Pelado. .... B. Yana Urcu. ....	47.8882,952 69.6732,548	+ 72,9	+ 35,2	+108,1	11685,61	-0,2455 +0,2455
17.	[56] A. Mirador. .... B. El Redondo. ....	75.2754,405 38.6413,327	+ 27,9	+ 98,2	+126,1	15901,21	-0,2864 +0,2864
18.	[59] A. Troya. .... B. El Pelado. ....	99.0096,775 35.8748,650	+ 1,1	+108,0	+109,1	11902,81	-0,2478 +0,2478
19.	[62] A. Terme nord. .... B. Troya. ....	51.0576,331 49.8301,799	+ 66,0	+ 68,6	+134,6	18117,16	-0,3057 +0,3057
20.	[64] A. Terme sud. .... B. Mirador. ....	101.4775,299 27.7049,104	- 1,6	+146,7	+145,1	21054,01	-0,3295 +0,3295

## CHAÎNE II

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de Riobamba.

CALCUL DES CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES COMPENSÉS POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES  $c$  ET  $B_2$ .

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	$\Delta_A$ . $10^{-8} \times$	$\Delta_B$ . $10^{-8} \times$	$\Delta_A + \Delta_B$ . $10^{-8} \times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$ . $10^{-16} \times$	$x$ et $-x$ , CORRECTIONS aux angles compensés.
3.	[9] A. Igualata . . . . . B. Yana Ashpa . . . . .	<sup>G</sup> 95.6074,771 36.0824,099	+ 4,7	+107,2	+111,9	12521,61	+0,1560 -0,1560
2.	[2] A. Terme est. . . . . B. Aupate . . . . .	119.1977,584 52.4392,347	-21,2	+ 63,2	+ 42,0	1764,00	+0,0585 -0,0585
1.	[3] A. Terme ouest. . . . . B. Igualata . . . . .	98.6840,261 49.2547,864	+ 1,4	+ 69,9	+ 71,3	5083,69	+0,0994 -0,0994

## CHAÎNE III

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de Viviate.

CALCUL DES CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES COMPENSÉS POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES  $c$  ET  $B_3$ .

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	$\Delta_A$ . $10^{-8} \times$	$\Delta_B$ . $10^{-8} \times$	$\Delta_A + \Delta_B$ . $10^{-8} \times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$ . $10^{-16} \times$	$x$ et $-x$ , CORRECTIONS aux angles compensés.
1.	[12] A. Zagrun . . . . . B. Aupate . . . . .	<sup>G</sup> 74.0034,535 78.5044,035	+29,5	+23,9	+53,4	2851,56	+0,0321 -0,0321
2.	[13] A. Lanlanguso . . . . . B. Yana Ashpa . . . . .	95.1519,754 48.6249,100	+ 5,2	+71,3	+76,5	5852,25	+0,0460 -0,0460
3.	[71] A. Shiniguallay . . . . . B. Zagrun . . . . .	70.6289,708 74.4861,229	+33,9	+28,9	+62,8	3943,84	+0,0377 -0,0377
4.	[72] A. Danas . . . . . B. Lanlanguso . . . . .	58.4873,862 79.0569,598	+52,1	+23,3	+75,4	5685,16	+0,0453 -0,0453
5.	[75] A. Tio Loma . . . . . B. Shiniguallay . . . . .	63.7015,662 85.5675,959	+43,8	+15,7	+59,5	3540,25	+0,0357 -0,0357

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	$\Delta_A$ $10^{-8} \times$	$\Delta_B$ $10^{-8} \times$	$\Delta_A + \Delta_B$ $10^{-8} \times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$ $10^{-16} \times$	$x$ et $-x$ , CORRECTIONS aux angles compensés.
6.	[76] A. Naupan..... B. Danas.....	<sup>G</sup> 85.7972,923 56.5193,881	+ 15,5	+ 55,5	+ 71,0	5041,00	+0,0427 -0,0427
7.	[77] A. Quinoa Loma..... B. Tio Loma.....	80.4026,823 63.3477,872	+ 21,7	+ 44,3	+ 66,0	4356,00	+0,0397 -0,0397
8.	[78] A. Bueran..... B. Naupan.....	49.3716,244 96.3379,599	+ 69,6	+ 4,0	+ 73,6	5416,96	+0,0442 -0,0442
9.	[79] A. Yausai..... B. Quinoa Loma.....	94.9220,058 52.7581,781	+ 5,5	+ 62,6	+ 68,1	4637,61	+0,0409 -0,0409
10.	[82] A. Namurelte..... B. Bueran.....	64.1712,761 100.6203,671	+ 43,0	- 0,6	+ 42,4	1797,76	+0,0255 -0,0255
11.	[83] A. Borma..... B. Yausai.....	61.4750,442 56.5765,431	+ 47,2	+ 55,4	+102,6	10526,76	+0,0616 -0,0616
12.	[89] A. Soldados..... B. Namurelte.....	58.6535,546 78.5239,022	+ 51,8	+ 24,0	+ 75,8	5745,64	+0,0455 -0,0455
13.	[90] A. Tinajillas..... B. Borma.....	64.0506,212 77.5629,396	+ 43,2	+ 25,1	+ 68,3	4664,89	+0,0410 -0,0410
14.	[91] A. Minas..... B. Soldados.....	67.2183,175 82.3111,584	+ 38,6	+ 19,5	+ 58,1	3375,61	+0,0349 -0,0349
15.	[92] A. Fierro Urcu..... B. Tinajillas.....	37.6107,272 83.0951,582	+101,7	+ 18,6	+120,3	14472,09	+0,0723 -0,0723
16.	[96] A. Chilla Cocha..... B. Minas.....	102.2023,572 37.2455,990	- 2,3	+103,0	+100,7	10140,49	+0,0605 -0,0605





NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSES des triangles plans.	$\Delta_A$ $10^{-8} \times$	$\Delta_B$ $10^{-8} \times$	$\Delta_A + \Delta_B$ $10^{-8} \times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$ $10^{-16} \times$	$x$ et $-x$ , CORRECTIONS aux angles compensés.
17.	[99] A. Guachanama..... B. Chilla Cocha.....	<sup>G</sup> 35.8609,021 88.7491,140	+108,0	+ 12,2	+120,2	14448,04	+0,0722 -0,0722
18.	[100] A. Colambo..... B. Fierro Ureu.....	80.1185,271 57.3443,880	+ 22,0	+ 54,0	+ 76,0	5776,00	+0,0457 -0,0457
19.	[103] A. Los Pozos..... B. Colambo.....	60.0895,039 65.6333,400	+ 49,4	+ 40,9	+ 90,3	8154,09	+0,0543 -0,0543
20.	[104] A. La Masa..... B. Guachanama.....	66.6045,833 50.1294,719	+ 39,5	+ 68,0	+107,5	11556,25	+0,0646 -0,0646
21.	[105] A. Ereo..... B. Los Pozos.....	64.8904,076 39.1622,740	+ 42,0	+ 96,6	+138,6	19209,96	+0,0833 -0,0833
22.	[106] A. El Buitre..... B. La Masa.....	43.7283,643 45.7010,979	+ 83,2	+ 78,1	+161,3	26017,69	+0,0969 -0,0969
23.	[107] A. Punta Arena..... B. Ereo.....	81.5698,432 59.0557,527	+ 20,3	+ 51,1	+ 71,4	5097,96	+0,0429 -0,0429
24.	[108] A. El Ahorcado..... B. Punta Arena.....	50.4572,387 97.9766,869	+ 67,2	+ 2,2	+ 69,4	4816,36	+0,0417 -0,0417
25.	[109] A. Terme est..... B. El Buitre.....	92.5028,945 47.9304,696	+ 8,1	+ 72,8	+ 80,9	6544,81	+0,0486 -0,0486
26.	[110] A. Terme ouest..... B. El Ahorcado.....	73.5662,166 17.2572,781	+ 30,1	+245,5	+275,6	75955,36	+0,1656 -0,1656

Le calcul des 49 triangles qui composent les trois chaînes I, II, III, a été refait en adoptant les nouveaux angles géodésiques et partant de la valeur définitive calculée pour le côté (Aupate-Yana Ashpa). On a obtenu pour les trois bases, comme il fallait s'y attendre, des valeurs égales à leurs longueurs mesurées.

Voici les Tableaux qui résument ce calcul de triangles, tout en permettant de comparer l'enchaînement dans lequel l'accord des bases a été réalisé à l'enchaînement correspondant, extrait du réseau compensé sans accord des bases :

COMPARAISON

DE L'ENCHAÎNEMENT DANS LEQUEL L'ACCORD DES BASES A ÉTÉ RÉALISÉ A L'ENCHAÎNEMENT CORRESPONDANT EXTRAIT DU RÉSEAU COMPENSÉ SANS ACCORD DES BASES.

CHAÎNE I. — DU CÔTÉ (AUPATE-YANA

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
30	1 [10] A. Chimborazo. ....	6 72.7612,094	+2,9185	+2,7822	6 72.7615,0125	14,8762	—0,1363
36	B. Yana Ashpa. ....	74.4683,010	—0,5961	—0,4598	74.4682,4139	82,5502	+0,1363
35	C. Aupato. ....	52.7708,640	+0,1186	+0,1186	52.7708,7586	08,7586	0,0000
		200.0003,744	—2,441	—2,441	6,185	6,185	
29	2 [16] A. Mulmul. ....	82.7734,819	+1,3240	+1,1389	82.7736,1430	35,9579	—0,1851
35	B. Aupato. ....	52.7352,209	+1,3240	+1,5091	52.7353,5330	53,7181	+0,1851
30	C. Chimborazo. ....	64.4914,508	+1,3240	+1,3240	64.4915,8320	15,8320	0,0000
		200.0001,536	—3,972	—3,972	5,508	5,508	
28	3 [17] A. Cahuito. ....	111.6973,156	—0,7340	—0,8067	111.6972,4220	72,3493	—0,0727
30	B. Chimborazo. ....	63.0435,472	—0,7340	—0,6613	63.0434,7380	34,8107	+0,0727
29	C. Mulmul. ....	25.2595,205	—0,7340	—0,7340	25.2594,4710	94,4710	0,0000
		200.0003,833	+2,202	+2,202	1,631	1,631	
27	4 [18] A. Huicotango. ....	41.2831,743	—1,8653	—2,0640	41.2829,8777	29,6790	—0,1987
29	B. Mulmul. ....	102.2883,255	—1,4896	—1,2909	102.2881,7654	81,9641	+0,1987
28	C. Cahuito. ....	56.4294,235	—1,2751	—1,2751	56.4292,9599	92,9599	0,0000
		200.0009,233	+4,630	+4,630	4,603	4,603	
26	5 [19] A. Sagoatoa. ....	101.7065,403	+0,1260	—0,1018	101.7065,5290	65,3012	—0,2278
28	B. Cahuito. ....	37.4959,515	—3,2692	—3,0414	37.4956,2458	56,4736	+0,2278
27	C. Huicotango. ....	60.7980,959	+1,7252	+1,7252	60.7982,6842	82,6842	0,0000
		200.0005,877	+1,418	+1,418	4,459	4,459	
25	6 [22] A. Huangotasin. ....	46.5251,127	+2,1294	+1,9162	46.5253,2564	53,0432	—0,2132
27	B. Huicotango. ....	83.7700,451	+1,0738	+1,2870	83.7701,5248	01,7380	+0,2132
26	C. Sagoatoa. ....	69.7049,004	+0,1268	+0,1268	69.7049,1308	49,1308	0,0000
		200.0000,582	—3,330	—3,330	3,912	3,912	

RAISON

NEMENT CORRESPONDANT EXTRAIT DU RÉSEAU COMPENSÉ SANS ACCORD DES BASES.

ASIPA) À LA BASE DE SAN GABRIEL.

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.							NUMÉROS.
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Logarithmes.			Longueurs.				
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.		
<sup>G</sup> 72.7612,951 74.4680,352 52.7706,697	12,815 80,488 06,697	—0,136 +0,136 0,000	4.51130486 4.51642757 4.41991966	4.51130513 4.51642793 4.41991997	10 <sup>-8</sup> × + 27 + 36 + 31	32456 <sup>m</sup> ,737 32841,847 26297,815	32456 <sup>m</sup> ,757 32841,874 26297,833	+0,020 +0,027 +0,018	(13) (10) (14)	
82.7734,307 52.7351,697 64.4913,996	34,122 51,882 13,996	—0,185 +0,185 0,000	4.51642757 4.39988964 4.46114576	4.51642793 4.39989015 4.46114615	+ 36 + 51 + 39	32841,847 25112,482 28916,502	32841,874 25112,512 28916,528	+0,027 +0,030 +0,026	(10) (22) (21)	
111.6971,879 63.0434,194 25.2593,927	71,806 34,267 93,927	—0,073 +0,073 0,000	4.39988964 4.32956277 3.99434942	4.39989015 4.32956331 3.99434992	+ 51 + 54 + 50	25112,482 21358,108 9870,733	25112,512 21358,134 9870,745	+0,030 +0,026 +0,012	(22) (23) (24)	
41.2828,343 102.2880,231 56.4291,426	28,144 80,430 91,426	—0,199 +0,199 0,000	4.32956277 4.54826895 4.43773493	4.32956331 4.54826967 4.43773565	+ 54 + 72 + 72	21358,108 35340,195 27399,013	21358,134 35340,254 27399,059	+0,026 +0,059 +0,046	(23) (26) (25)	
101.7064,043 37.4954,759 60.7981,198	63,815 54,987 81,198	—0,228 +0,228 0,000	4.54826895 4.29311776 4.46028658	4.54826967 4.29311871 4.46028730	+ 72 + 95 + 72	35340,195 19638,927 28859,352	35340,254 19638,970 28859,400	+0,059 +0,043 +0,048	(26) (27) (28)	
46.5251,952 83.7700,221 69.7047,827	51,739 00,434 47,827	—0,213 +0,213 0,000	4.29311776 4.45441219 4.41752996	4.29311871 4.45441334 4.41753107	+ 95 +115 +111	19638,927 28471,621 26153,509	19638,970 28471,696 26153,576	+0,043 +0,075 +0,067	(27) (31) (30)	

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
23	7 [23]	66.1841,790	+2,2826	+2,0855	66.1844,0726	43,8755	-0,1971
26	A. Milin.....	61.7885,339	-0,1450	+0,0521	61.7885,1940	85,3911	+0,1971
25	B. Sagoatua.....	72.0280,272	-4,0116	-4,0116	72.0276,2604	76,2604	0,0000
	C. Huangotasin.....	200.0007,401	+1,874	+1,874	5,527	5,527	
20	8 [32]	36.5453,453	-2,9215	-3,2640	36.5450,5315	50,1890	-0,3425
25	A. Corazon.....	62.6302,376	+4,4147	+4,7572	62.6306,7907	07,1332	+0,3425
23	B. Huangotasin.....	100.8251,122	+0,5168	+0,5168	100.8251,6388	51,6388	0,0000
	C. Milin.....	200.0016,951	-2,010	-2,010	8,961	8,961	
22	9 [34]	98.7628,575	-1,5291	-1,7587	98.7627,0459	26,8163	-0,2296
23	A. Cerro Ami Grande.	38.1801,798	+2,0645	+2,2941	38.1803,8625	04,0921	+0,2296
20	B. Milin.....	63.0576,257	-0,6784	-0,6784	63.0575,5786	75,5786	0,0000
	C. Corazon.....	200.0006,630	+0,143	+0,143	6,487	6,487	
21	10 [35]	56.6045,502	-1,3697	-1,5166	56.6044,1323	43,9854	-0,1469
22	A. Sincholagua sud..	91.2164,589	-1,3696	-1,2227	91.2163,2194	63,3663	+0,1469
20 et 20 <sup>bis</sup>	B. Cerro Ami Grande.	52.1798,100	-1,3697	-1,3697	52.1796,7303	96,7303	0,0000
	C. Corazon.....	200.0008,191	+4,109	+4,109	4,082	4,082	
16 et 16 <sup>bis</sup>	11 [39]	45.3315,776	+2,2429	+2,0242	45.3318,0189	17,8002	-0,2187
20 et 20 <sup>bis</sup>	A. Pichincha.....	84.2983,265	-3,1316	-2,9129	84.2980,1334	80,3521	+0,2187
21	B. Corazon.....	70.3711,409	-0,1123	-0,1123	70.3711,2967	11,2967	0,0000
	C. Sincholagua sud..	200.0010,450	+1,001	+1,001	9,449	9,449	
15 et F	12 [40]	61.1194,682	-0,1781	-0,4318	61.1194,5039	94,2502	-0,2537
21	A. Pambamarca.....	52.0434,834	+1,7423	+1,9960	52.0436,5763	36,8300	+0,2537
16 et 16 <sup>bis</sup>	B. Sincholagua sud..	86.8384,495	-1,9002	-1,9002	86.8382,5948	82,5948	0,0000
	C. Pichincha.....	200.0014,011	+0,336	+0,336	13,675	13,675	
11	13 [41]	57.7195,708	+0,6437	+0,4350	57.7196,3517	96,1430	-0,2087
16	A. Pusag Cocha.....	67.2929,190	+2,0069	+2,2156	67.2931,1969	31,4056	+0,2087
15	B. Pichincha.....	74.9884,814	+0,3484	+0,3484	74.9885,1624	85,1624	0,0000
	C. Pambamarca.....	200.0009,712	-2,999	-2,999	12,711	12,711	

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.						NUMÉROS.
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Logarithmes.			Longueurs.			
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
66.1842,230 61.7883,352 72.0274,418	42,033 83,549 74,418	-0,197 +0,197 0,000	4.45441219 4.43536139 4.47545202	4.45441334 4.43536271 4.47545324	10 8 × +115 +132 +122	28471,621 27249,679 29884,915	28471,696 27249,762 29884,999	+0,075 +0,083 +0,084	(31) (32) (33)
36.5447,544 62.6303,804 100.8248,652	47,201 04,147 48,652	-0,343 +0,343 0,000	4.43536139 4.62097535 4.70049952	4.43536271 4.62097718 4.70050120	+132 +183 +168	27249,679 41780,665 50176,402	27249,762 41780,841 50176,597	+0,083 +0,176 +0,195	(32) (42) (41)
98.7624,884 38.1801,700 63.0573,416	24,654 01,930 73,416	-0,230 +0,230 0,000	4.62097535 4.37266123 4.54342030	4.62097718 4.37266328 4.54342214	+183 +205 +184	41780,665 23586,377 34947,837	41780,841 23586,488 34947,985	+0,176 +0,111 +0,148	(42) (43) (39)
56.6042,772 91.2161,859 52.1795,369	42,625 62,006 95,369	-0,147 +0,147 0,000	4.37266123 4.47835655 4.34635938	4.37266328 4.47835870 4.34636151	+205 +215 +213	23586,377 30085,453 22200,328	23586,488 30085,601 22200,436	+0,111 +0,148 +0,108	(43) (43) (44)
45.3314,869 84.2976,984 70.3708,147	14,650 77,203 08,147	-0,219 +0,219 0,000	4.47835655 4.64983161 4.61433886	4.47835870 4.64983397 4.61434118	+215 +236 +232	30085,453 44651,043 41147,064	30085,601 44651,286 41147,284	+0,148 +0,243 +0,220	(45) (52) (53)
61.1189,946 52.0432,018 86.8378,036	89,692 32,272 78,036	-0,254 +0,254 0,000	4.64983161 4.59941485 4.72708035	4.64983397 4.59941749 4.72708283	+236 +264 +248	44651,043 39757,114 53343,357	44651,286 39757,355 53343,662	+0,243 +0,241 +0,305	(52) (54) (48)
57.7192,115 67.2926,960 74.9880,925	91,906 27,169 80,925	-0,209 +0,209 0,000	4.59941485 4.64316358 4.66877684	4.59941749 4.64316641 4.66877959	+264 +283 +275	39757,114 43970,720 46641,966	39757,355 43971,007 46642,261	+0,241 +0,287 +0,295	(54) (55) (56)

RENOIS aux stations (L. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
10 15 11	14 [49] A. El Redondo. .... B. Pambamarca. .... C. Pusag Cocha. ....	<sup>G</sup> 63.9604,657 66.6247,539 69.4157,894	-2,6346 +0,9951 +5,3915	-2,8226 +1,1831 +5,3915	<sup>G</sup> 63.9602,0224 66.6248,5341 69.4163,2855	01,8344 48,7221 63,2855	-0,1880 +0,1880 0,0000
		200.0010,090	-3,752	-3,752	13,812	13,842	
	15 [50] A. Yana Urcu. .... B. Pusag Cocha. .... C. El Redondo. ....	92.8539,144 61.3563,165 45.7905,678	+1,0190 -5,3908 +5,1048	+0,8939 -5,2657 +5,1048	92.8540,1630 61.3557,7742 45.7910,7828	40,0379 57,8993 10,7828	-0,1251 +0,1251 0,0000
		200.0007,987	-0,733	-0,733	8,720	8,720	
3bis 8 10	16 [51] A. El Pelado. .... B. Yana Urcu. .... C. El Redondo. ....	47.8886,225 69.6734,823 82.4388,716	+1,2898 +2,2885 +0,3467	+1,0443 +2,5340 +0,3467	47.8887,5148 69.6737,1115 82.4389,0627	87,2693 37,3570 89,0627	-0,2455 +0,2455 0,0000
		200.0009,764	-3,925	-3,925	13,689	13,689	
	17 [56] A. Mirador. .... B. El Redondo. .... C. El Pelado. ....	75.2755,615 38.6415,446 86.0835,213	+2,5007 +1,5921 +0,7652	+2,2143 +1,8785 +0,7652	75.2758,1157 38.6417,0381 86.0835,9782	57,8293 17,3245 35,9782	-0,2864 +0,2864 0,0000
		200.0006,274	-4,858	-4,858	11,132	11,132	
2 3 5	18 [59] A. Troya. .... B. El Pelado. .... C. Mirador. ....	99.0095,791 35.8751,318 65.1159,240	+2,0525 -1,5995 -3,5970	+1,8047 -1,3517 -3,5970	99.0097,8435 35.8749,7185 65.1155,6430	97,5957 49,9663 55,6430	-0,2478 +0,2478 0,0000
		200.0006,349	+3,144	+3,144	3,205	3,205	
	19 [62] A. Terme nord. .... B. Troya. .... C. Mirador. ....	51.0578,304 49.8302,645 99.1127,650	-1,3172 -0,1902 -5,1236	-1,6229 +0,1155 -5,1236	51.0576,9868 49.8302,4548 99.1122,5264	76,6811 02,7605 22,5264	-0,3057 +0,3057 0,0000
		200.0008,599	+6,631	+6,631	1,968	1,968	
7 5 6	20 [64] A. Terme sud. .... B. Mirador. .... C. Terme nord. ....	101.4771,863 27.7047,060 70.8172,243	+3,6791 +2,2876 +3,5973	+3,3496 +2,6171 +3,5973	101.4775,5421 27.7049,3476 70.8175,8403	75,2126 49,6771 75,8403	-0,3295 +0,3295 0,0000
		199.9991,166	-9,564	-9,564	0,730	0,730	

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTES.							
			Logarithmes.			Longueurs.			NUMÉROS.	
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.		
<sup>G</sup> 63.9597,408 66.6243,920 69.4158,672	<sup>"</sup> 97,220 44,108 58,672	<sup>"</sup> —0,188 +0,188 0,000	4.64316358 4.65419084 4.66465423	4.64316641 4.65419382 4.66465714	10 <sup>-8</sup> × +283 +298 +291	<sup>m</sup> 43970,720 45101,485 46201,303	<sup>m</sup> 43971,007 45101,794 46201,613	<sup>m</sup> +0,287 +0,309 +0,310	(55) (61) (59)	
92.8537,256 61.3554,868 45.7907,876	37,131 54,993 07,876	—0,125 +0,125 0,000	4.65419084 4.57145992 4.47571492	4.65419382 4.57146297 4.47571790	+298 +305 +298	45101,485 37278,628 29903,011	45101,794 37278,890 29903,216	+0,309 +0,262 +0,205	(61) (64) (63)	
47.8882,952 69.6732,548 82.4384,500	82,706 32,794 84,500	—0,246 +0,246 0,000	4.57145992 4.68560742 4.72013140	4.57146297 4.68561074 4.72013463	+305 +332 +323	37278,628 48485,002 52496,627	37278,890 48485,373 52497,017	+0,262 +0,371 +0,390	(64) (65) (66)	
75.2754,405 38.6413,327 86.0832,268	54,119 13,613 32,268	—0,286 +0,286 0,000	4.68560742 4.47538794 4.70875780	4.68561074 4.47539162 4.70876120	+332 +368 +340	48485,002 29880,506 51139,656	48485,373 29880,759 51140,056	+0,371 +0,253 +0,400	(65) (73) (72)	
99.0096,775 35.8748,650 65.1154,575	96,527 48,898 54,575	—0,248 +0,248 0,000	4.47538794 4.20311684 4.40668796	4.47539162 4.20312079 4.40669164	+368 +395 +368	29880,506 15963,086 25508,679	29880,759 15963,231 25508,895	+0,253 +0,145 +0,216	(73) (75) (76)	
51.0576,331 49.8301,799 99.1121,870	76,025 02,105 21,870	—0,306 +0,306 0,000	4.20311684 4.19485877 4.34649312	4.20312079 4.19486312 4.34649727	+395 +435 +415	15963,086 15662,417 22207,165	15963,231 15662,573 22207,377	+0,145 +0,156 +0,212	(75) (79) (78)	
101.4775,299 27.7049,104 70.8175,597	74,969 49,434 75,597	—0,330 +0,330 0,000	4.19485877 3.81985638 4.14765349	4.19486312 3.81986122 4.14765784	+435 +484 +435	15662,417 6604,750 14049,261	15662,573 6604,824 14049,402	+0,156 +0,074 +0,141	(79) (80) (74)	

CHAÎNE

Du côté (AUPATE-YANA ASIPA)

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
31	3. [9] A. Igualata.....	<sup>G</sup> 95.6076,458	—0,3802	—0,2242	<sup>G</sup> 95.6076,0778	76,2338	+0,1560
36	B. Yana Ashpa.....	36.0826,773	—1,3672	—1,5232	36.0825,4058	25,2498	—0,1560
33	C. Aupate.....	68.3103,721	—1,2836	—1,2836	68.3102,4374	02,4374	0,0000
		200.0006,952	+3,031	+3,031	3,921	3,921	
34	2. [2] A. Terme est.....	119.1978,858	—1,0092	—0,9507	119.1977,8488	77,9073	+0,0585
33	B. Aupate.....	52.4393,599	—2,9873	—3,0458	52.4392,6117	92,5532	—0,0585
31	C. Igualata.....	28.3634,644	—4,3095	—4,3095	28.3630,3345	30,3345	0,0000
		200.0009,101	+8,306	+8,306	0,795	0,795	
32	1. [1] A. Terme ouest.....	98.6838,382	+2,1197	+2,2191	98.6840,5017	40,6011	+0,0994
31	B. Igualata.....	49.2545,074	+3,0309	+2,9315	49.2548,1049	48,0055	—0,0994
34	C. Terme est.....	52.0609,840	+2,2764	+2,2764	52.0612,1164	12,1164	0,0000
		199.9393,296	—7,427	—7,427	0,723	0,723	

II.

À LA BASE DE RIOBAMBA.

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.						NUMÉROS.
			Logarithmes.			Longueurs.			
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
<sup>G</sup> 95.6074,771 36.0824,099 68.3101,130	<sup>''</sup> 74,927 23,943 01,130	<sup>''</sup> +0,156 —0,156 0,000	4.51130486 4.24224848 4.45615191	4.51130513 4.24224858 4.45615217	10 <sup>8</sup> × +27 +10 +26	<sup>m</sup> 32456,737 17468,213 28585,903	<sup>m</sup> 32456,757 17468,217 28585,920	<sup>m</sup> +0,020 +0,004 +0,017	(13) (5) (12)
119.1977,584 52.4392,347 28.3630,069	77,643 92,288 30,069	+0,059 —0,059 0,000	4.24224848 4.12780523 3.89671045	4.24224858 4.12780531 3.89671057	+10 + 8 +12	17468,213 13421,629 7883,344	17468,217 13421,632 7883,346	+0,004 +0,003 +0,002	(5) (2) (4)
98.6840,261 49.2547,864 52.0611,875	40,360 47,765 11,875	+0,099 —0,099 0,000	4.12780523 3.97223930 3.99099847	4.12780531 3.97223930 3.99099854	+ 8 0 + 7	13421,629 9380,787 9794,865	13421,632 9380,787 9794,867	+0,003 0,000 +0,002	(2) (1) (3)

CHAÎNE  
DU CÔTÉ (AUPATE-YANA ASHPA)

RENOIS aux stations (t. III, fasc. 4).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
37	1 [12] A. Zagrun.....	74.0036,855	—0,3913	—0,3592	74.0036,4637	36,4958	+0,0321
35	B. Aupate.....	78.5048,301	—2,3381	—2,3702	78.5045,9629	45,9308	—0,0321
36	C. Yana Ashpa.....	47.4923,663	—0,3046	—0,3046	47.4923,3584	23,3584	0,0000
		200.0008,819	+3,034	+3,034	5,785	5,785	
38	2 [13] A. Lanlanguso .....	95.1519,814	+1,5062	+1,5522	95.1521,3202	21,3662	+0,0460
36	B. Yana Ashpa.....	48.6250,428	+0,2384	+0,1924	48.6250,6664	50,6204	—0,0460
37	C. Zagrun.....	56.2231,351	+1,3604	+1,3604	56.2232,7114	32,7114	0,0000
		200.0001,593	—3,105	—3,105	4,698	4,698	
39	3 [71] A. Shiniguallay .....	70.6290,358	+0,4473	+0,4850	70.6290,8053	90,8430	+0,0377
37	B. Zagrun.....	74.4861,879	+0,4473	+0,4096	74.4862,3263	62,2886	—0,0377
38	C. Lanlanguso .....	54.8849,713	+0,4474	+0,4474	54.8850,1604	50,1604	0,0000
		200.0001,950	—1,342	—1,342	3,292	3,292	
40	4 [72] A. Danas.....	58.4874,227	+1,1060	+1,1513	58.4875,3330	75,3783	+0,0453
38	B. Lanlanguso .....	79.0569,962	+1,1060	+1,0607	79.0571,0680	71,0227	—0,0453
39	C. Shiniguallay .....	62.4556,905	+1,1060	+1,1060	62.4558,0110	58,0110	0,0000
		200.0001,094	—3,318	—3,318	4,412	4,412	
41	5 [75] A. Tio Loma.....	63.7016,878	+0,5288	+0,5645	63.7017,4068	17,4425	+0,0357
39	B. Shiniguallay .....	85.5676,529	+1,1742	+1,1385	85.5677,7032	77,6675	—0,0357
40	C. Danas.....	50.7309,665	+0,4580	+0,4580	50.7310,1230	10,1230	0,0000
		200.0003,072	—2,161	—2,161	5,233	5,233	
42	6 [76] A. Naupan .....	85.7971,181	+3,5097	+3,5524	85.7974,6907	74,7334	+0,0427
40	B. Danas.....	56.5192,615	+3,0330	+2,9903	56.5195,6480	95,6053	—0,0427
41	C. Tio Loma.....	57.6834,871	+0,0923	+0,0923	57.6834,9633	34,9633	0,0000
		199.9998,667	—6,635	—6,635	5,302	5,302	

III.  
À LA BASE DE VIVIATE.

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.						
			Logarithmes.			Longueurs.			NUMÉROS.
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
<sup>G</sup> 74.0034,535 78.5044,035 47.4921,430	<sup>34</sup> 34,567 44,003 21,430	+0,032 —0,032 0,000	4.51130486 4.52332613 4.38025240	4.51130513 4.52332639 4.38025266	10 <sup>-8</sup> × +27 +26 +26	<sup>m</sup> 32456,737 33367,689 24002,275	<sup>m</sup> 32456,757 33367,709 24002,289	<sup>m</sup> +0,020 +0,020 +0,014	(13) (17) (16)
95.1519,754 48.6249,100 56.2231,146	19,800 49,054 31,146	+0,046 —0,046 0,000	4.52332613 4.36448533 4.41262142	4.52332639 4.36448556 4.41262167	+26 +23 +25	33367,689 23146,500 25859,577	33367,709 23146,512 25859,592	+0,020 +0,012 +0,015	(17) (19) (18)
70.6289,708 74.4861,229 54.8849,063	89,746 61,191 49,063	+0,038 —0,038 0,000	4.36448533 4.37659146 4.29281850	4.36448556 4.37659167 4.29281872	+23 +21 +22	23146,500 23800,795 19625,399	23146,512 23800,806 19625,409	+0,012 +0,011 +0,010	(19) (87) (88)
58.4873,862 79.0569,598 62.4556,540	73,907 69,553 56,540	+0,045 —0,045 0,000	4.37659146 4.45238358 4.39596451	4.37659167 4.45238377 4.39596470	+21 +19 +19	23800,795 28338,939 24886,539	23800,806 28338,951 24886,550	+0,011 +0,012 +0,011	(87) (90) (89)
63.7015,662 85.5675,959 50.7308,379	15,698 75,923 08,379	+0,036 —0,036 0,000	4.45238358 4.51591403 4.38158504	4.45238377 4.51591419 4.38158520	+19 +16 +16	28338,939 32803,035 24076,039	28338,951 32803,048 24076,048	+0,012 +0,013 +0,009	(90) (95) (94)
85.7972,923 56.5193,881 57.6833,196	72,966 93,838 33,196	+0,043 —0,043 0,000	4.51591403 4.41649973 4.42284059	4.51591419 4.41649986 4.42284075	+16 +13 +16	32803,035 26091,541 26475,282	32803,048 26091,549 26475,291	+0,013 +0,008 +0,009	(95) (93) (91)

RENVIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
43	7 [77]	G			G		
41	A. Quinua Loma . . . .	80.4031",109	-3",0706	-3",0309	80.4028",0384	28",0781	+0",0397
42	B. Tio Loma . . . . .	63.3482,158	-3",0707	-3",1104	63.3479,0873	79,0476	-0,0397
	C. Ñaupan . . . . .	56.2499,591	-3",0707	-3",0707	56.2496,5203	96,5203	0,0000
		200.0012,858	+9,212	+9,212	3,646	3,646	
44	8 [78]						
42	A. Bueran . . . . .	49.3719,085	-1,3547	-1,3105	49.3717,7303	17,7745	+0,0442
43	B. Ñaupan . . . . .	96.3382,439	-1,3546	-1,3988	96.3381,0844	81,0402	-0,0442
	C. Quinua Loma . . . .	54.2906,998	-1,3547	-1,3547	54.2905,6433	05,6433	0,0000
		200.0008,522	+4,064	+4,064	4,458	4,458	
45	9 [79]						
43	A. Yausai . . . . .	94.9223,158	-1,5764	-1,5355	94.9221,5816	21,6225	+0,0409
44	B. Quinua Loma . . . .	52.7584,881	-1,5763	-1,6172	52.7583,3047	83,2638	-0,0409
	C. Bueran . . . . .	52.3201,261	-1,5763	-1,5763	52.3199,6847	99,6847	0,0000
		200.0009,300	+4,729	+4,729	4,571	4,571	
46	10 [82]						
44	A. Ñamurelte . . . . .	64.1715,968	-2,2513	-2,2258	64.1713,7167	13,7422	+0,0255
45	B. Bueran . . . . .	100.6205,547	-0,9211	-0,9466	100.6204,6259	04,6004	-0,0255
	C. Yausai . . . . .	35.2083,251	+1,2724	+1,2724	35.2084,5234	84,5234	0,0000
		200.0004,766	+1,900	+1,900	2,866	2,866	
49	11 [83]						
45	A. Borma . . . . .	61.4745,288	+7,1030	+7,1646	61.4752,3910	52,4526	+0,0616
46	B. Yausai . . . . .	56.5765,809	+1,5706	+1,5090	56.5767,3796	67,3180	-0,0616
	C. Ñamurelte . . . . .	81.9484,966	+1,1094	+1,1094	81.9486,0754	86,0754	0,0000
		199.9996,063	-9,783	-9,783	5,846	5,846	
48	12 [89]						
46	A. Soldados . . . . .	58.6538,759	-1,3195	-1,2740	58.6537,4395	38,4850	+0,0455
49	B. Ñamurelte . . . . .	78.5248,734	-7,8180	-7,8635	78.5240,9160	40,8705	-0,0455
	C. Borma . . . . .	62.8227,420	-0,0945	-0,0945	62.8227,3255	27,3255	0,0000
		200.0014,913	+9,232	+9,232	5,681	5,681	
52	13 [90]						
49	A. Tinajillas . . . . .	64.0502,903	+5,6814	+5,7224	64.0508,5844	08,6254	+0,0410
48	B. Borma . . . . .	77.5630,712	+1,0567	+1,0157	77.5631,7687	31,7277	-0,0410
	C. Soldados . . . . .	58.3862,375	+4,3889	+4,3889	58.3866,7639	66,7639	0,0000
		199.9995,990	-11,127	-11,127	7,117	7,117	

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.						
			Logarithmes.			Longueurs.			NUMÉROS.
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
G					$10^{-8} \times$	m	m	m	
80.4026",823	26",863	+0",040	4.41649973	4.41649986	+13	26091,541	29091,549	+0,008	(93)
63.3477,872	77,832	-0,040	4.36106585	4.36106595	+10	22964,968	22964,974	+0,006	(96)
56.2495,305	95,305	0,000	4.32559317	4.32559329	+12	21163,777	21163,783	+0,006	(97)
49.3716,244	16,288	+0,044	4.36106585	4.36106595	+10	22964,968	22964,974	+0,006	(96)
96.3379,599	79,555	-0,044	4.51519123	4.51519129	+6	32748,486	32748,491	+0,005	(99)
54.2904,157	04,157	0,000	4.39277436	4.39277442	+6	24704,403	24704,406	+0,003	(98)
94.9220,058	20,099	+0,041	4.51519123	4.51519129	+6	32748,486	32748,491	+0,005	(99)
52.7581,781	81,740	-0,041	4.38408261	4.38408265	+4	24214,896	24214,898	+0,002	(100)
52.3198,161	98,161	0,000	4.38132164	4.38132170	+6	24061,442	24061,445	+0,003	(101)
64.1712,761	12,787	+0,026	4.38408261	4.38408265	+4	24214,896	24214,898	+0,002	(100)
100.6203,671	03,645	-0,026	4.45681153	4.45681156	+3	28629,353	28629,355	+0,002	(106)
35.2083,568	83,568	0,000	4.17722825	4.17722828	+3	15039,322	15039,323	+0,001	(104)
61.4750,442	50,504	+0,062	4.45681153	4.45681156	+3	28629,353	28629,355	+0,002	(106)
56.5765,431	65,369	-0,062	4.43172315	4.43172312	-3	27022,352	27022,350	-0,002	(105)
81.9484,127	84,127	0,000	4.52402083	4.52402083	0	33421,107	33421,107	0,000	(103)
58.6535,546	35,592	+0,046	4.43172315	4.43172312	-3	27022,352	27022,350	-0,002	(105)
78.5239,022	38,976	-0,046	4.50539370	4.50539363	-7	32017,963	32017,958	-0,005	(114)
62.8225,432	25,432	0,000	4.45189754	4.45189747	-7	28307,241	28307,236	-0,005	(112)
64.0506,212	06,253	+0,041	4.50539370	4.50539363	-7	32017,963	32017,958	-0,005	(114)
77.5629,396	29,355	-0,041	4.55111317	4.55111307	-10	35572,400	35572,392	-0,008	(113)
58.3864,392	64,392	0,000	4.47840799	4.47840790	-9	30089,017	30089,010	-0,007	(111)



REVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
50	14 [91]	G			G		
48	A. Minas.....	67.2183,321	+2,4667	+2,5016	67.2185,7877	85,8226	+0,0349
52	B. Soldados.....	82.3111,731	+2,4666	+2,4317	82.3114,1976	14,1627	-0,0349
	C. Tinajillas.....	50.4705,387	+2,4667	+2,4667	50.4707,8537	07,8537	0,0000
		200.0000,439	-7,400	-7,400	7,839	7,839	
53	15 [92]						
52	A. Fierro Urcu.....	37.6115,744	-1,8186	-1,7463	37.6113,9254	13,9977	+0,0723
50	B. Tinajillas.....	83.0956,203	+2,0325	+1,9602	83.0958,2355	58,1632	-0,0723
	C. Minas.....	79.2945,940	+1,8601	+1,8601	79.2947,8001	47,8001	0,0000
		200.0017,887	-2,074	-2,074	19,961	19,961	
54	16 [96]						
50	A. Chilla Cocha.....	102.2029,313	-0,2693	-0,2688	102.2029,0437	29,1042	+0,0605
53	B. Minas.....	37.2465,668	-4,2065	-4,2670	37.2461,4615	61,4010	-0,0605
	C. Fierro Urcu.....	60.5525,244	+0,6658	+0,6658	60.5525,9098	25,9098	0,0000
		200.0020,225	+3,810	+3,810	16,415	16,415	
56	17 [99]						
54	A. Guachanama... ..	35.8614,556	+0,8069	+0,8791	35.8615,3629	15,4351	+0,0722
53	B. Chilla Cocha.....	88.7500,639	-3,1578	-3,2300	88.7497,4812	97,4090	-0,0722
	C. Fierro Urcu.....	75.3907,695	-1,5151	-1,5151	75.3906,1799	06,1799	0,0000
		200.0022,890	+3,866	+3,866	19,024	19,024	
57	18 [100]						
53	A. Colambo.....	80.1196,089	-2,1709	-2,1252	80.1193,9181	93,9638	+0,0457
56	B. Fierro Urcu.....	57.3448,550	+3,9780	+3,9323	57.3452,5280	52,4823	-0,0457
	C. Guachanama.....	62.5381,552	-2,0551	-2,0551	62.5379,4969	79,4969	0,0000
		200.0026,191	+0,248	+0,248	25,943	25,943	
59	19 [103]						
57	A. Los Pozos.....	60.0904,223	-0,8444	-0,7901	60.0903,3786	03,4329	+0,0543
56	B. Colambo.....	65.6342,584	-0,8443	-0,8986	65.6341,7397	41,6854	-0,0543
	C. Guachanama.....	74.2780,744	-0,8443	-0,8443	74.2779,8997	79,8997	0,0000
		200.0027,551	+2,533	+2,533	25,018	25,018	
58	20 [104]						
56	A. La Masa.....	66.6055,336	-1,9090	-1,8444	66.6053,4270	53,4916	+0,0646
50	B. Guachanama.....	50.1304,222	-1,9090	-1,9736	50.1302,3130	02,2484	-0,0646
	C. Los Pozos.....	83.2668,952	-1,9090	-1,9090	83.2667,0430	67,0430	0,0000
		200.0038,510	+5,727	+5,727	22,783	22,783	

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.											
			Logarithmes.			Longueurs.			NUMÉROS.					
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.						
G					$10^{-8} \times$	m	m	m						
67.2183,175	83,210	+0,035	4.55111317	4.55111307	—10	35572,400	35572,392	—0,008	(113)					
82.3111,584	11,549	—0,035	4.59444661	4.59444649	—12	39304,892	39304,881	—0,011	(116)					
50.4705,241	05,241	0,000	4.46410271	4.46410260	—11	29114,056	29114,048	—0,008	(115)					
37.6107,272	07,344	+0,072	4.59444661	4.59444649	—12	39304,892	39304,881	—0,011	(116)					
83.0951,582	51,510	—0,072	4.83308443	4.83308422	—21	68090,172	68090,139	—0,033	(117)					
79.2941,146	41,146	0,000	4.82519137	4.82519117	—20	66863,849	66863,818	—0,031	(118)					
102.2023,572	23,633	+0,061	4.83308443	4.83308422	—21	68090,172	68090,139	—0,033	(117)					
37.2455,990	55,929	—0,061	4.57547470	4.57547443	—27	37624,843	37624,820	—0,023	(124)					
60.5520,438	20,438	0,000	4.74401330	4.74401309	—21	55464,269	55464,243	—0,026	(119)					
35.8609,021	09,093	+0,072	4.57547470	4.57547443	—27	37624,843	37624,820	—0,023	(124)					
88.7491,140	91,068	—0,072	4.84113138	4.84113103	—35	69363,561	69363,505	—0,056	(126)					
75.3899,839	99,839	0,000	4.81465692	4.81465658	—34	65261,480	65261,429	—0,051	(125)					
80.1185,271	85,317	+0,046	4.84113138	4.84113103	—35	69363,561	69363,505	—0,056	(126)					
57.3443,880	43,834	—0,046	4.75686914	4.75686876	—38	57130,647	57130,597	—0,050	(127)					
62.5370,849	70,849	0,000	4.78267847	4.78267811	—36	60628,729	60628,679	—0,050	(128)					
60.0895,039	95,093	+0,054	4.75686914	4.75686876	—38	57130,647	57130,597	—0,050	(127)					
65.6333,400	33,346	—0,054	4.78185252	4.78185210	—42	60513,535	60513,476	—0,059	(130)					
74.2771,561	71,561	0,000	4.81200842	4.81200802	—40	64864,701	64864,641	—0,060	(131)					
66.6045,833	45,898	+0,065	4.78185252	4.78185210	—42	60513,535	60513,476	—0,059	(130)					
50.1294,719	94,654	—0,065	4.69493314	4.69493264	—50	49537,392	49537,335	—0,057	(133)					
83.2659,448	59,448	0,000	4.82938703	4.82938658	—45	67512,941	67512,871	—0,070	(132)					

RENOIS aux stations (t. III, fasc. I.,	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.			
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
61 59 58	21 [105]	<sup>G</sup> A. Erco..... B. Los Pozos..... C. La Masa.....	64.8908",204 39.1626,868 95.9477,313	+0",2247 +0",2247 +0",2246	+0",3080 +0",1414 +0",2246	<sup>G</sup> 64.8908",4287 39.1627,0927 95.9477,5376	08",5120 27,0094 77,5376	+0",0833 -0",0833 0,0000
		200.0012,385	-0,674	-0,674	13,059	13,059		
	22 [106]	A. El Buitre.... B. La Masa..... C. Erco.....	43.7287,266 45.7013,701 110.5709,901	-0,5993 -0,5993 -0,5994	-0,5024 -0,6962 -0,5994	43.7286,6667 45.7013,1017 110.5709,3016	86,7636 13,0048 09,3016	+0,0969 -0,0969 0,0000
65 61 60	23 [107]	A. Punta Arena..... B. Erco..... C. El Buitre.....	81.5703,360 59.0561,337 59.3747,851	-2,7954 -1,6773 -1,6773	-2,7525 -1,7202 -1,6773	81.5700,5646 59.0559,6597 59.3746,1737	00,6075 59,6168 46,1737	+0,0429 -0,0429 0,0000
		200.0012,548	+6,150	+6,150	6,398	6,398		
	24 [108]	A. El Ahorcado..... B. Punta Arena..... C. El Buitre.....	50.4573,129 97.9766,604 51.5661,486	+1,5112 +2,5186 +1,5112	+1,5529 +2,4769 +1,5112	50.4574,6402 97.9769,1226 51.5662,9972	74,6819 69,0809 62,9972	+0,0417 -0,0417 0,0000
63 60 69	25 [109]	A. Terme est..... B. El Buitre..... C. El Ahorcado.....	92.5031,446 47.9307,196 59.5668,859	-0,0804 -0,0803 -0,0803	-0,0318 -0,1289 -0,0803	92.5031,3656 47.9307,1157 59.5668,7787	31,4142 07,0671 68,7787	+0,0486 -0,0486 0,0000
		200.0001,219	-5,541	-5,541	6,760	6,760		
	26 [110]	A. Terme ouest..... B. El Ahorcado..... C. Terme est.....	73.5662,695 17.2575,524 109.1766,054	+0,0705 -2,1434 -0,4021	+0,2361 -2,3090 -0,4021	73.5662,7655 17.2573,3806 109.1765,6519	62,9311 73,2150 65,6519	+0,1656 -0,1656 0,0000
		200.0004,273	+2,475	+2,475	1,798	1,798		

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS.											
			Logarithmes.			Longueurs.			NUMÉROS.					
Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.						
<sup>G</sup> 64.8904",076 39.1622,740 95.9473,184	04",159 22,657 73,184	+0",083 -0",083 0,000	4.69493314 4.52586907 4.76374580	4.69493264 4.52586845 4.76374526	10 <sup>-8</sup> × - 50 - 62 - 54	49537 <sup>m</sup> ,392 33563,641 58042,459	49537 <sup>m</sup> ,335 33563,594 58042,386	-0,057 <sup>m</sup> -0,047 -0,073	(133) (134) (135)					
43.7283,643 45.7010,079 110.5706,278	83,740 09,982 06,278	+0,097 -0,097 0,000	4.52586907 4.54177215 4.71767587	4.52586845 4.54177138 4.71767517	- 62 - 77 - 70	33563,641 34815,461 52200,645	33563,594 34815,399 52200,561	-0,047 -0,062 -0,084	(134) (137) (136)					
81.5698,432 59.0557,527 59.3744,041	98,475 57,484 41,041	+0,043 -0,043 0,000	4.54177215 4.46343546 4.46505614	4.54177138 4.46343465 4.46505536	- 77 - 81 - 78	34815,461 29069,359 29178,042	34815,399 29069,305 29177,989	-0,062 -0,054 -0,053	(137) (138) (139)					
50.4572,387 97.9766,869 51.5660,744	72,429 66,827 60,744	+0,042 -0,042 0,000	4.46343546 4.61063415 4.47076350	4.46343465 4.61063331 4.47076266	- 81 - 84 - 84	29069,359 40797,556 29564,021	29069,305 40797,477 29563,964	-0,054 -0,079 -0,057	(138) (140) (141)					
92.5028,945 47.9304,696 59.5666,359	28,994 04,647 66,359	+0,049 -0,049 0,000	4.61063415 4.44855031 4.51944693	4.61063331 4.44854942 4.51944608	- 84 - 89 - 85	40797,556 28089,908 33070,970	40797,477 28089,850 33070,905	-0,079 -0,058 -0,065	(140) (143) (142)					
73.5662,166 17.2572,781 109.1765,053	62,332 72,615 65,053	+0,166 -0,166 0,000	4.44855031 3.91487653 4.48258879	4.44854942 3.91487518 4.48258785	- 89 -135 - 94	28089,908 8220,089 30380,071	28089,850 8220,064 30380,006	-0,058 -0,025 -0,065	(143) (144) (145)					

## IV. — CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

103. Au terme de la longue suite de calculs et de discussions, dont le présent fascicule, si étendu qu'il puisse être, ne saurait donner qu'un résumé, il convient d'en préciser la portée et les résultats, en écartant toute considération étrangère à la triangulation primordiale <sup>(1)</sup> qui assure l'enchaînement entre les deux stations astronomiques extrêmes, Tulcan et Payta.

Tout d'abord, il a été fait choix de la surface de niveau à étudier et de l'ellipsoïde de référence auquel elle sera comparée, choix dans lequel une large part est forcément abandonnée à l'arbitraire. La surface de niveau a été définie comme passant par un point déterminé. L'ellipsoïde de référence a été fixé en position et en dimensions <sup>(2)</sup>.

Dès lors, l'objet essentiel des calculs et des discussions ultérieurs était de parvenir à la connaissance des angles et des côtés d'un réseau géodésique, constitué par des lignes géodésiques de l'ellipsoïde, reliant les pieds des normales menées à celui-ci par les sommets de la triangulation.

Le problème n'a pas été complètement résolu. En effet, les déviations des verticales, par rapport aux normales à l'ellipsoïde, ne sont point connues, même approximativement, tant qu'on n'a pu procéder à quelque comparaison des coordonnées des sommets du réseau, calculées sur l'ellipsoïde, avec les coordonnées correspondantes observées astronomiquement aux stations de la triangulation. Il en résulte que les bases et les angles qu'on déduit, par le calcul, des bases et des angles azimutaux mesurés sur la surface géographique terrestre, et que l'on considère comme bases et angles mesurés du réseau précédemment défini, ne correspondent pas en toute rigueur à ce dernier <sup>(3)</sup>. Une compensation du réseau ainsi obtenu a bien pour effet de le rendre géométrique, c'est-à-dire exactement applicable sur l'ellipsoïde, mais ce réseau géodésique n'est point réellement le réseau cherché. Pour les applications courantes d'une triangulation de premier ordre, cette différence, minime, ne vaut point la peine d'être prise en considération. En revanche, pour toutes les recherches de haute Géodésie relatives à la surface de niveau, aux longueurs et amplitudes des arcs de méridien, total ou partiels, qui doivent intervenir ultérieurement dans la détermination de l'ellipsoïde terrestre général, tous les calculs relatifs à la projection du réseau de l'espace sur l'ellipsoïde doivent être repris,

---

<sup>(1)</sup> 63 sommets, 152 côtés et 115 triangles.

<sup>(2)</sup> § 65, p. 77 à 81.

<sup>(3)</sup> § 52, p. 51.

dès qu'il aura été possible d'obtenir des valeurs suffisamment approchées des déviations. Cette nouvelle réduction est particulièrement essentielle pour une triangulation parcourant une contrée aussi accidentée que la région andine, de Tulcan à Payta, où les déviations peuvent être parfois considérables. Il faut donc regarder le réseau obtenu comme devant être soumis à une revision ultérieure, susceptible de le déformer, mais évidemment dans de très étroites limites.

Sous cette réserve, comment a été effectuée sa compensation et quelles conclusions en dégager?

En ne tenant aucun compte des deux bases de vérification mesurées aux extrémités nord et sud de la triangulation, en considérant la base centrale de Riobamba comme fondamentale et mesurée sans erreur, on a fait porter les corrections, nécessaires pour rendre le réseau géométrique, uniquement sur les éléments de ce réseau déduits des observations azimutales. Ces éléments ont été les angles et non les directions, à cause de la possibilité qu'on se créait ainsi, étant donnée la configuration spéciale du réseau, de le décomposer en figures plus faciles à compenser séparément, tout en obtenant, par ces compensations partielles, les mêmes corrections qu'eût données une compensation d'ensemble, autrement plus pénible <sup>(1)</sup>. Les corrections aux angles ont été ainsi déterminées par les conditions géométriques du réseau et par la condition que la somme de leurs carrés soit minima.

*L'erreur moyenne d'un angle final observé, déduite des calculs de compensation, a une valeur absolue plus faible dans la section nord du réseau que dans la section sud (différence des deux valeurs : 0",257, soit 0",083).* Ce résultat peut être attribué, avec quelque vraisemblance, au fait que les observations du Sud ont été effectuées dans les dernières années de la Mission, avec plus de nervosité, par des observateurs pour la plupart déjà éprouvés par le climat ou les fatigues de l'expédition.

*Pour l'ensemble du réseau, la valeur absolue de l'erreur moyenne d'un angle final observé, déduite des calculs de compensation, est égale à 3",051; soit 0",988.* Cette valeur est environ le double de la valeur absolue calculée pour la même erreur d'après les seules observations azimutales. Il fallait s'y attendre, en raison des erreurs systématiques qui subsistent forcément dans celles-ci <sup>(2)</sup>.

Les erreurs moyennes des logarithmes d'un certain nombre de côtés du réseau, calculés en partant de la base fondamentale, toujours supposée mesurée sans erreur, ont été obtenues par une méthode spéciale et au prix de calculs qui ne laissent pas d'être assez laborieux, mais dont les résultats méritent de retenir un instant l'attention.

*En premier lieu, il faut remarquer combien la précision, en réalité non infinie, mais*

<sup>(1)</sup> § 55, p. 55 et 56 et § 73, p. 97.

<sup>(2)</sup> § 38, p. 36 et 37.

considérable grâce à la mesure directe, avec laquelle est connue la longueur de la base fondamentale, s'abaisse déjà brusquement pour les longueurs calculées des côtés extrêmes (vers le Nord et vers le Sud) de la figure de rattachement. Tandis que la longueur de la base fondamentale, par suite des erreurs de la mesure, n'est affectée que d'une erreur relative estimée  $\frac{\pm 1}{507241}$ , ces longueurs calculées des côtés extrêmes sont, du seul fait des erreurs des observations azimutales, affectées d'erreurs moyennes relatives  $\frac{\pm 1}{196915}$  et  $\frac{\pm 1}{172276}$ . Et cependant, l'erreur moyenne d'un angle final observé a, dans la figure de rattachement, une valeur absolue plus faible que dans la plupart des figures du réseau (2", 195, soit 0", 711). On trouve ici une confirmation de la nécessité d'apporter tous les soins possibles au rattachement d'une base mesurée avec une haute précision, si l'on ne veut point perdre tout le bénéfice de celle-ci.

En ne tenant point compte des erreurs commises dans la mesure de la base fondamentale, erreurs dont l'influence est des plus faibles, les erreurs moyennes relatives des longueurs calculées pour les bases de vérification nord et sud, obtenues par le calcul des erreurs précité, sont  $\pm \frac{1}{45144}$  et  $\pm \frac{1}{42974}$ , fractions qui correspondent à des erreurs moyennes  $\pm 0^m,146$  et  $\pm 0^m,191$ . Or, les longueurs, comptées suivant l'axe de la triangulation, qui séparent ces bases de la base centrale et fondamentale, sont respectivement 270 et 465 kilomètres environ. On aurait donc pu s'attendre à un plus grand écart entre les deux erreurs moyennes relatives précédentes. La conclusion qui s'impose est l'excellence de l'enchaînement dans la section sud. Bien que l'erreur moyenne d'un angle final observé y soit supérieure à la même erreur dans la section nord, bien que la distance de la base de vérification à la base fondamentale y dépasse de 195 kilomètres la distance correspondante de l'autre section, l'erreur moyenne relative de la longueur calculée pour la base de vérification est à peine plus forte qu'au Nord. En particulier, l'enchaînement extrême sud, composé presque uniquement de triangles, est tel que la précision avec laquelle les longueurs des côtés sont connues, dans l'hypothèse où la base fondamentale serait mesurée sans erreur, tombe seulement du  $\frac{1}{49659}$  au  $\frac{1}{42974}$  entre le côté (127) (Guachanama-Colambo) et la base de Viviate, sur 170 kilomètres environ, comptés le long de l'axe de la triangulation.

Les fermetures sur les bases de vérification nord et sud sont  $\frac{-1}{89764}$  et  $\frac{+1}{320470}$ , fractions qui correspondent à des différences, longueur calculée moins longueur mesurée, égales à  $-0^m,07358$  et  $+0^m,02565$  (1).

(1) L'importance à attacher réellement à une fermeture dépend évidemment de la précision avec laquelle est connue l'altitude moyenne  $H_m$  des portées de la base de vérification correspondante, par rapport à l'ellipsoïde de référence. Cette précision sera étudiée, pour les deux bases de vérification de San Gabriel et de Viviate, dans le fascicule 5 du Tome III : *Nivellement trigonométrique*

Les valeurs absolues de ces différences expérimentales sont inférieures à celles des erreurs moyennes calculées correspondantes, 0<sup>m</sup>,146 et 0<sup>m</sup>,191, mais les unes et les autres peuvent, en somme, être considérées comme du même ordre de grandeur. Néanmoins, une anomalie est à signaler. Les erreurs moyennes relatives calculées,  $\pm \frac{1}{45\,144}$  et  $\pm \frac{1}{42\,974}$ , qui sont, en réalité, fonctions de l'erreur moyenne d'un angle final observé, de la distance comprise entre la base de vérification et la base fondamentale, enfin de la configuration de l'enchaînement qui les unit, sont de nature à faire prévoir une fermeture plus forte pour la base sud que pour la base nord; or, c'est le contraire qui a lieu. La faible valeur de la fermeture sur la base sud est remarquable. Au Nord, en donnant encore toute satisfaction, la fermeture est telle que la longueur mesurée de la base de vérification surpasse de 0<sup>m</sup>,07 environ sa longueur calculée.

Faut-il incriminer la première de ces longueurs, qui résulte de deux mesures seulement, exécutées dans des circonstances particulièrement difficiles <sup>(1)</sup>, à l'aide d'un appareil Jaderin du modèle le plus ancien, comportant un fil de laiton et un fil en acier invar, métal récemment découvert, peut-être encore incomplètement étudié et connu à l'époque de l'opération (décembre 1901-janvier 1902)? Faut-il, au contraire, incriminer la triangulation de la section nord, où cependant l'erreur moyenne d'un angle final observé est plus faible que dans la section sud? Dans le premier cas, doit-on se féliciter de n'avoir pas introduit dans la compensation générale du réseau les équations de condition qui expriment l'accord des bases? Dans le second cas, doit-on le regretter? Questions certainement à peu près impossibles à résoudre.

*Mais, quoi qu'il en soit, l'erreur moyenne d'un angle final observé, les erreurs moyennes relatives théoriques des longueurs calculées des bases de vérification et les fermetures expérimentales sur celles-ci ont des valeurs suffisamment faibles pour permettre d'affirmer que, sous le rapport de la précision, la triangulation du nouvel arc équatorial est comparable aux meilleures triangulations modernes.*

D'ailleurs, en raison même des faibles valeurs des fermetures, et comme le montre la comparaison de l'enchaînement simple de triangles pour lesquels l'accord des bases a été réalisé à titre d'indication, avec l'enchaînement correspondant extrait du réseau compensé sans accord des bases <sup>(2)</sup>, les valeurs absolues des différences entre les logarithmes d'un même côté dans les deux enchaînements ne sauraient dépasser :

10<sup>-8</sup> × 484 pour la chaîne I (du côté Aupate-Yana Ashpa à la base de San Gabriel),  
 10<sup>-8</sup> × 27 pour la chaîne II (du côté Aupate-Yana Ashpa à la base de Riobamba),  
 10<sup>-8</sup> × 135 pour la chaîne III (du côté Aupate-Yana Ashpa à la base de Viviate).

(1) Voir t. I : *Historique de la Mission*, et t. II, fasc. 2 : *Bases*.

(2) § 102, p. C. 24 et suiv.

Par suite, les valeurs absolues des différences entre les longueurs d'un même côté dans les deux enchaînements, rapportées à ce côté même, ne sauraient dépasser :

$$10^{-8} \times 484 \times \frac{1}{M} = \frac{1}{89730} \text{ pour la chaîne I,}$$

$$10^{-8} \times 27 \times \frac{1}{M} = \frac{1}{1608498} \text{ pour la chaîne II,}$$

$$10^{-8} \times 135 \times \frac{1}{M} = \frac{1}{321700} \text{ pour la chaîne III.}$$

*Tout en se réservant d'introduire plus tard, s'il y a lieu, les conditions de l'accord des bases dans une nouvelle compensation générale du réseau, au cours de sa révision après obtention des déviations de la verticale, il est donc permis de n'attribuer à cet accord qu'une importance secondaire dans la comparaison finale de la surface de niveau avec l'ellipsoïde de référence et dans le calcul des longueurs des arcs, total ou partiels, à utiliser pour la détermination de l'ellipsoïde terrestre général.*

De l'ensemble des résultats qui viennent d'être exposés, le géodésien appelé à dresser un plan général pour la partie purement géodésique d'une mesure d'arc, peut retirer quelques enseignements. Il n'oubliera surtout point l'importance d'une judicieuse répartition des bases dans la triangulation. Connaissant les erreurs moyennes relatives des longueurs mesurées, et des angles finals observés dans un réseau normalement conformé, susceptibles d'être obtenues par les instruments et méthodes qu'on se propose d'employer, il est à même de pouvoir, par des comparaisons avec les opérations déjà exécutées et par des calculs provisoires approchés, se faire une idée des erreurs moyennes relatives à craindre sur les logarithmes des côtés calculés et de la loi suivant laquelle elles augmentent à mesure qu'on s'éloigne d'une base de départ. Il fixera alors la répartition des bases de manière que ces erreurs ne dépassent pas, d'une base à la suivante, la limite préalablement assignée. Inversement, si la répartition des bases est à peu près imposée par la configuration du réseau et les exigences du terrain, les instruments et méthodes seront choisis en conséquence, de manière à atteindre néanmoins dans le calcul des côtés la précision requise.

*C'est sous la condition absolue d'une semblable étude préliminaire et si l'exécution du travail répond ensuite à sa conception, que la triangulation sera, pour ainsi dire, bien équilibrée. Alors, dans tout enchaînement reliant entre elles deux bases consécutives, la fermeture expérimentale obtenue sera minime et l'accord des bases n'apportera que de faibles changements au réseau déjà compensé sans se préoccuper de cet accord.*

*Ces résultats sont obtenus dans les deux sections que comprennent entre elles les trois bases de la triangulation du nouvel arc équatorial.*

Capitaine GEORGES PERRIER,  
Du Service géographique de l'Armée.

---

# TABLE DES MATIÈRES <sup>(1)</sup>.

---

## INTRODUCTION (1 à 94).

### PREMIÈRE SECTION (1 à 63).

#### COMPENSATION D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE, CALCUL DES TRIANGLES GÉODÉSIQUES. (RAPPEL DE THÉORIES ET NOTATIONS).

	Pages.
I. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES (1 à 3) .....	1
1. Problème de la compensation d'un réseau géodésique envisagé dans toute sa généralité (4) .....	1
2. Simplification du problème obtenue en le limitant à la compensation des angles (ou directions) (2) ....	2
3. Deux manières d'envisager le rôle des bases, suivant qu'on réalise ou non leur accord par la compensation (3) .....	3
II. COMPENSATION DES ANGLES (OU DIRECTIONS) SANS ACCORD DES BASES ET CALCUL DES CÔTÉS DES TRIANGLES D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE (4 à 51) .....	5
1. Équations de condition en général. Équations aux angles et équations aux côtés, leur nature et leur nombre (4) .....	5
2. Formation des équations de condition (5 à 18) .....	7
a. Calcul des excès des triangles géodésiques (6 à 12) .....	7
Théorème de Legendre généralisé (7) .....	8
Notations (8) .....	8
Formules fondamentales (9) .....	9
Calcul des excès par approximations successives (10 à 12) .....	10
Première approximation (10) .....	10
Deuxième approximation (11) .....	12
Nombre de décimales à employer dans le calcul (12) .....	12
b. Notations (13) .....	13
c. Formation des équations aux angles (14) .....	13
d. Formation des équations aux côtés (15 à 18) .....	13
Forme générale non linéaire des équations aux côtés (15) .....	13
Forme générale linéaire des équations aux côtés (16) .....	15
Exemple : Équation aux côtés d'un quadrilatère (17) .....	16
Remarque : On a le droit de multiplier ou de diviser les équations aux côtés linéaires par un nombre quelconque, ce qui facilite les calculs (18) .....	19
3. Traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés (19 à 28) .....	19
a. Problème général de la compensation de quantités observées assujetties à des équations de condition (19) .....	19
b. Théorème fondamental sur le minimum d'une fonction de variables assujetties à des équations de condition (20) .....	21

---

<sup>(1)</sup> Les numéros entre parenthèses sont ceux des paragraphes du texte.



	Pages.
c. Méthode des quantités corrélatives (21) .....	22
d. Simplification des calculs par la formation immédiate des équations de condition auxquelles doivent satisfaire les corrections cherchées (22) .....	23
e. Cas où les poids des quantités observées sont inégaux (23) .....	24
f. Résumé : Systèmes d'équations à considérer dans tous les cas (24) .....	25
g. Résolution des équations normales (25 à 27) .....	26
Méthode des éliminations successives (26) .....	27
Méthode des coefficients indéterminés (27) .....	27
h. Différence des résultats de la compensation des angles et de la compensation des directions (28) ....	29
4. Calcul des côtés des triangles géodésiques (29) .....	30
5. Critériums de la précision des observations (30 à 48) .....	30
a. Erreur moyenne de l'unité de poids (31 à 38) .....	31
Considérations générales (31) .....	31
Calcul de $\Sigma$ (32 à 35) .....	32
Premier procédé (32) .....	32
Deuxième procédé (33) .....	32
Troisième procédé (34) .....	32
Quatrième procédé (35) .....	33
Formule approchée de l'Association géodésique internationale (36) .....	34
Exemple numérique (37) .....	36
Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids, calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau (38) .....	36
b. Erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées (39 à 47) .....	37
Théorie générale (39) .....	37
Calcul de $[\Phi\Phi]$ (40 à 43) .....	40
Premier procédé (40) .....	40
Deuxième procédé (41) .....	40
Troisième procédé (42) .....	40
Exemple numérique (43) .....	41
Lois de formation des erreurs des côtés dans une triangulation (44 à 47) .....	41
Rappel de formules fondamentales (44) .....	41
Cas d'un seul réseau géodésique compensé (45) .....	42
Cas d'un réseau géodésique divisé en réseaux partiels compensés séparément (46) .....	42
Cas d'une chaîne de triangles (47) .....	43
c. Fermetures sur les bases de vérification (48) .....	45
6. Pratique des calculs (49 à 51) .....	46
a. Exemple numérique. Compensation des angles et calcul des triangles d'un pentagone (49) .....	46
b. Vérifications à effectuer au cours des calculs (50) .....	47
c. Nombre de décimales à employer dans les calculs (51) .....	49
 III. COMPENSATION D'UN RÉSEAU ÉTENDU ET COMPLEXE PAR DIVISION EN RÉSEaux PARTIELS COMPENSÉS SÉPARÉMENT (52 à 55) .....	 50
1. Impossibilité et illégitimité d'une compensation d'ensemble d'un réseau étendu et complexe (52) ....	50
2. Équations de condition supplémentaires exprimant que les divers réseaux partiels se raccordent (53) ..	53
3. Équations de condition supplémentaires dans le cas d'un réseau s'appuyant sur un ou plusieurs côtés d'une triangulation déjà compensée (54) .....	55
4. Cas d'un réseau décomposable en réseaux partiels accolés, dont chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun (55) .....	55
 IV. COMPENSATIONS À EFFECTUER DANS LES DÉTERMINATIONS D'AZIMUTS ASTRONOMIQUES DE DÉPART (56 à 59) .....	 56

	Pages.
1. Considérations générales (56) .....	56
2. Premier cas (57) .....	59
3. Deuxième cas (58) .....	59
4. Troisième cas (59) .....	62
V. CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES DÉJÀ COMPENSÉS D'UNE CHAÎNE DE TRIANGLES, POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES (60 à 63) .....	63
1. Historique (60) .....	63
2. Cas d'une chaîne de triangles dont les deux côtés extrêmes sont des bases mesurées (61 et 62) .....	64
a. On corrige les trois angles de chaque triangle. Formules de Laplace et Puissant (61) .....	64
b. On ne corrige que deux angles de chaque triangle. Formules simplifiées (62) .....	70
3. Cas d'une chaîne de triangles comportant plusieurs bases mesurées, rattachées chacune par une chaîne spéciale (63) .....	70

## DEUXIÈME SECTION (64 à 94).

### APPLICATION DES THÉORIES EXPOSÉES DANS LA PREMIÈRE SECTION AU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

I. VÉRITABLE IMPORTANCE DE LA COMPENSATION DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE CORRESPONDANT, SUR UN ELLIPSOÏDE DE RÉFÉRENCE CHOISI A PRIORI, A LA TRIANGULATION DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL (64) .....	75
II. SURFACE DE NIVEAU ET ELLIPSOÏDE DE RÉFÉRENCE CONSIDÉRÉS (65) .....	77
III. QUANTITÉS OBSERVÉES INTERVENANT COMME DONNÉES DANS LA COMPENSATION DES ANGLES ET LE CALCUL DES TRIANGLES DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL (66 et 67) .....	82
1. Bases (66) .....	82
2. Angles géodésiques (67) .....	85
IV. MÉTHODE GÉNÉRALE SUIVIE DANS LA COMPENSATION DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL (68 et 69) .....	86
1. Pas de corrections aux bases (68) .....	86
2. Pas d'accord des bases (69) .....	86
V. CONFIGURATION GÉNÉRALE DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL; SES RAISONS (70 et 71) .....	87
1. Inclinaison du réseau par rapport à la direction Nord-Sud (70) .....	87
2. Allongement des côtés du réseau aux extrémités nord et sud (71) .....	88
VI. FIGURES CONSTITUANT LE RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL. POIDS DES OBSERVATIONS AZIMUTALES, UNITÉ DE POIDS ADOPTÉE DANS LES CALCULS DE COMPENSATION DU RÉSEAU (72 à 89) .....	93
1. Division du réseau en réseau primordial et figures supplémentaires (72) .....	93
2. Réseau primordial (73) .....	96
3. Figures supplémentaires (74 à 89) .....	99
a. Ensemble des figures supplémentaires (74) .....	99
b. Figures I, II et triangle [124] : Rattachement des mires méridiennes des stations astronomiques 1 Tulcan et 9 Pinllar (75 à 82) .....	101
Coup d'œil d'ensemble sur les observations d'azimuts astronomiques effectuées au cours des opérations du nouvel arc équatorial et sur les observations géodésiques relatives aux signaux dont l'azimut astronomique a été déterminé (75) .....	101
Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au grand cercle méridien (76) .....	101

	Pages.
Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au cercle azimutal à quatre microscopes ou au théodolite à microscopes (77 et 78) .....	107
Azimuts astronomiques observés (80).....	110
Azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau (81).....	114
Signaux auxiliaires dont l'azimut astronomique a été déterminé et qui sont rattachés à la triangulation (82) .....	116
c. Figure III : Rattachement de Padre Urcu (83) .....	116
d. Triangles [125], [126], [127] et [128] : Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi (84).....	119
e. Figure IV : Rattachement de Sincholagua nord (85) .....	130
f. Figure V : Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu (86) .....	130
g. Figure VI : Rattachement de Chujuj (87).....	133
h. Triangle [143] : Rattachement de 53 Machala (88).....	134
i. Figure VII : Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate (89) .....	134
VII. PARTICULARITÉS RELATIVES AUX CALCULS EFFECTUÉS ET AUX TABLEAUX NUMÉRIQUES PUBLIÉS (90 à 93).....	135
a. Particularités relatives aux calculs effectués (91).....	135
b. Tableaux numériques de la première Partie : Compensation des angles (92).....	137
c. Tableaux numériques de la deuxième Partie : Triangles (93).....	138

## PREMIÈRE PARTIE.

## COMPENSATION DES ANGLES.

## RÉSEAU PRIMORDIAL.

Figure 1. [Tulcan — Troya — El Pelado — Machines — Mirador — Terme nord de la base de San Gabriel — Terme sud de la base de San Gabriel — El Redondo].....	A.3
Figure 2. [El Pelado — Yana Urcu — Pinllar — El Redondo] .....	A.9
Figure 3. [Yana Urcu — El Redondo — Pusag Cocha — Culungal — Pambamarca — Pichincha — Panecillo — Corazon — Sincholagua sud].....	A.11
Figure 4. [Corazon — Cerro Ami Grande — Milin — Latacunga — Huangotasin — Sagoatoa — Huicotango].....	A.17
Figure 5. [Sagoatoa — Huicotango — Cahuito — Mulmul].....	A.22
Figure 6. [Chimborazo — Igualata — Terme ouest de la base de Riobamba — Loma de Quito — Terme est de la base de Riobamba — Aupate — Yana Ashpa — Zagrun — Lanlanguso].....	A.24
Figure 7. [Shiniguallay — Danas — Tio Loma — Ñaupán] .....	A.30
Figure 8. [Bueran — Yausai — Namurelte — Cuenca — Soldados — Borma — Tinajillas].....	A.32
Figure 9. [Minas — Ñarihuiña — Tinajillas — Chilla Cocha — Fierro Urcu] .....	A.36
Figure 10. [Chilla Cocha — Fierro Urcu — Guachanama — Colambo].....	A.39
Figure 11. [Terme est de la base de Viviate — Terme ouest de la base de Viviate — El Ahorcado — Chocan].....	A.41

## FIGURES SUPPLÉMENTAIRES.

Figure I. Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo) ....	A.45
Figure II. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada) ..	A.47
Figure III. Rattachement de Padre Urcu .....	A.49
Figure IV. Rattachement de Sincholagua nord.....	A.51
Figure V. Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu.....	A.56
Figure VI. Rattachement de Chujuj .....	A.59
Figure VII. Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate .....	A.62

## DEUXIÈME PARTIE.

## TRIANGLES.

## TRIANGLES DU RÉSEAU PRIMORDIAL.

	Pages.
I. Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito. Figure 6.....	B.5
II. Section nord. Triangles [16] et [17].....	B.7
Figure 5.....	B.7
Figure 4.....	B.8
Triangle [35].....	B.9
Figure 3.....	B.9
Figure 2.....	B.11
Figure 1.....	B.12
III. Section sud. Triangles [71] et [72].....	B.14
Figure 7.....	B.14
Triangles [77] à [79].....	B.14
Figure 8.....	B.15
Triangle [91].....	B.16
Figure 9.....	B.16
Figure 10.....	B.17
Triangles [103] à [109].....	B.18
Figure 11.....	B.19
Triangles [114] et [115].....	B.19

## TRIANGLES SUPPLÉMENTAIRES.

Figure I. Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo) ..	B.23
Figure II. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada).	B.23
Figure III. Rattachement de Padre Urcu .....	B.24
Triangle [124]. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunro) ..	B.24
Triangles [125], [126], [127] et [128]. Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi .....	B.24
Figure IV. Rattachement de Sincholagua nord.....	B.25
Figure V. Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu .....	B.26
Figure VI. Rattachement de Chujuj .....	B.26
Triangle [143]. Rattachement de Machala.....	B.27
Figure VII. Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate.....	B.27

## CONCLUSIONS (95 à 103).

I. ERREUR MOYENNE DE L'UNITÉ DE POIDS (96 à 98) .....	C.3
1. Calcul par formules rigoureuses d'après la compensation du réseau (96).....	C.3
2. Calcul par la formule approchée de l'Association géodésique internationale (97) .....	C.5
3. Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé), calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau (98).....	C.6
II. ERREURS RELATIVES DES LONGUEURS DES BASES DE VÉRIFICATION DE SAN GABRIEL ET VIVIATE, CALCULÉES PAR LA TRIANGULATION, EN PARTANT DE LA LONGUEUR MESURÉE DE LA BASE FONDAMENTALE DE RIOBAMBA (99 à 101) .....	C.8
1. Calcul par les fermetures sur les bases de vérification (100).....	C.8
2. Calcul par la compensation du réseau (101).....	C.9

*Arc de méridien équatorial, t. III, (2).*

C.7

	Pages.
III. CORRECTIONS À APPORTER, POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES, AUX ANGLES DÉJÀ COMPENSÉS D'UN ENCHAÎNEMENT SIMPLE DE TRIANGLES EXTRAITS DU RÉSEAU PRIMORDIAL (102) .....	C.13
IV. CONCLUSIONS GÉNÉRALES (103) .....	C.40

## TABLEAUX ET PLANCHES.

## TABLEAUX HORS TEXTE.

EXTRAIT DES REGISTRES DE CALCUL. — COMPENSATION DES ANGLES DU POLYGONE  
[MINAS — NARIHUIÑA — TINAJILLAS — CHILLA COCHA — FIERRO URCU].

TABLEAU I. — Préparation des équations de condition <sup>(1)</sup>.

TABLEAU II. — Formation des équations de condition.

TABLEAU III. — Récapitulation des équations de condition.

TABLEAU IV. — Formation des équations normales.

TABLEAU V. — Résolution des équations normales : 1<sup>o</sup> Méthode des éliminations successives;  
2<sup>o</sup> Méthode des coefficients indéterminés.

TABLEAU VI. — Calcul des corrections aux angles par substitution des quantités corrélatives dans les équations corrélatives.

TABLEAU VII. — Calcul des angles des triangles géodésiques.

TABLEAU VIII. — Calcul définitif des triangles <sup>(1)</sup>.

TABLEAU IX. — Calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids.

TABLEAU X. — Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.

Premier exemple : Calcul de l'erreur moyenne de l'angle J compensé.

TABLEAU X bis. — Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.

Deuxième exemple : Calcul de l'erreur moyenne du logarithme du côté (124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) compensé et déduit du côté (116) (Minas-Tinajillas) supposé exactement connu.

## PLANCHES

(Dans une enveloppe à la fin du fascicule).

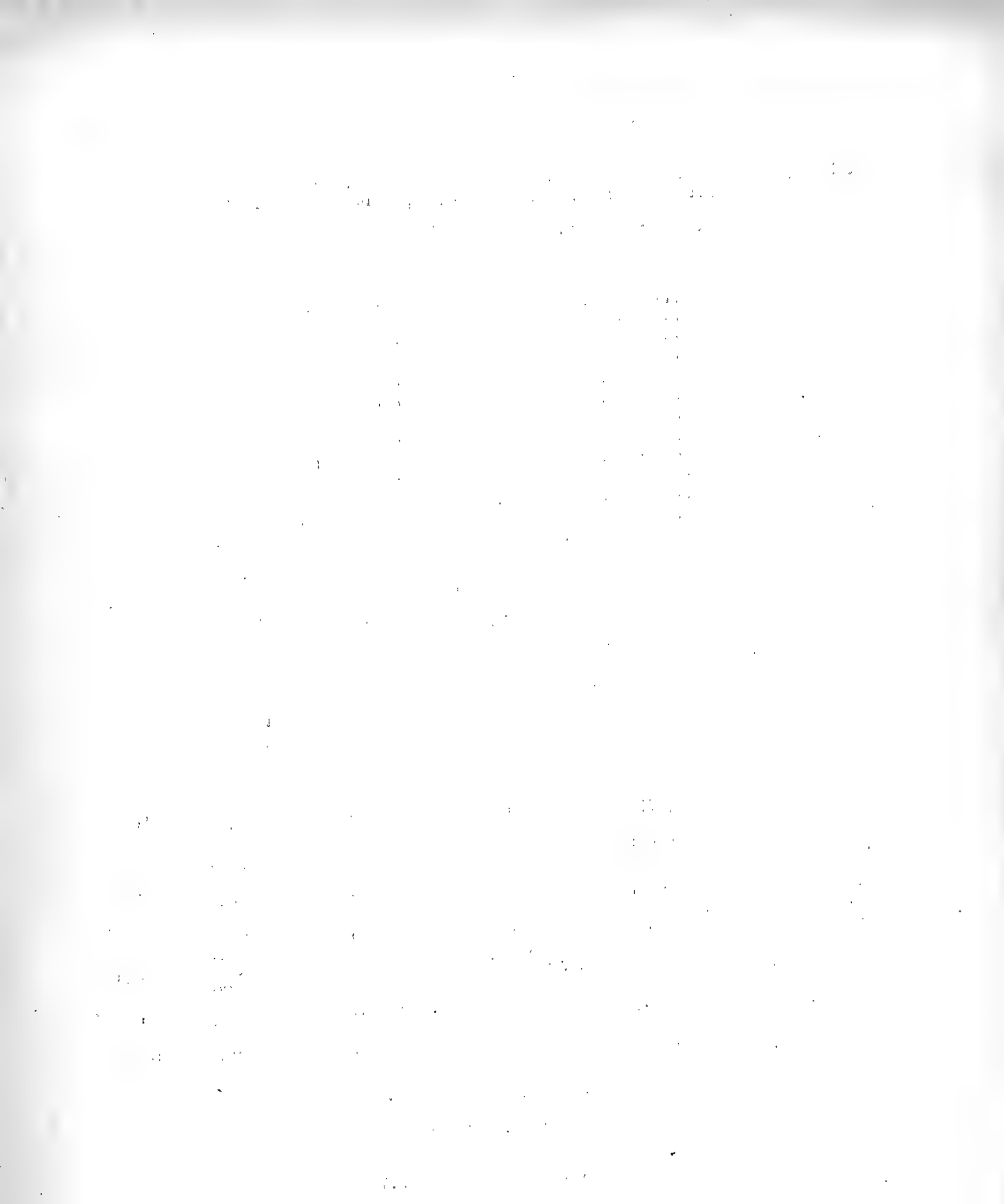
PLANCHE I. — Arc de méridien équatorial. Ensemble des figures du réseau primordial et des figures supplémentaires.

PLANCHE II. — Arc de méridien équatorial. Chaînes de triangles pour lesquels l'accord des bases a été réalisé.

---

<sup>(1)</sup> Il est commode d'accoler les Tableaux I et VIII; c'est ce qui a été fait.





## EXTRAIT DES REGISTRES DE CALCUL.

---

### COMPENSATION DES ANGLES DU POLYGONE

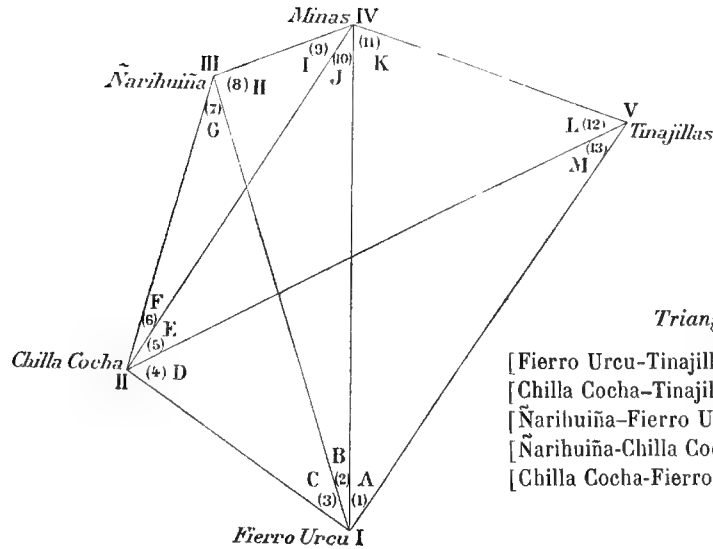
[MINAS-ÑARIHUIÑA-TINAJILLAS-CHILLA. COCHA-FIERRO URCU].

(FIGURE 9, PAGES A.36 À A.38.)





## II. — FORMATION DES ÉQUATIONS DE CONDITION.



### 1° ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Triangles.		Équations.
[Fierro Urcu-Tinajillas-Minas]	(1) (1) + (11) + (12) + (13)	$-2,074 = 0$
[Chilla Cocha-Tinajillas-Minas]	(2) (5) + (10) + (11) + (12)	$-0,047 = 0$
[Narihuiña-Fierro Urcu-Minas]	(3) (2) + (8) + (9) + (10)	$+0,073 = 0$
[Narihuiña-Chilla Cocha-Minas]	(4) (6) + (7) + (8) + (9)	$+2,488 = 0$
[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Minas]	(5) (2) + (3) + (4) + (5) + (10) + 3,810	$= 0$

### 2° ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.I.V} \sin \text{II.V.IV} \sin \text{I.IV.II}}{\sin \text{I.V.II} \sin \text{II.IV.V} \sin \text{II.I.IV}}$$

$\text{II.I.V} = 98.1634^{\text{G}}.390 + (1) + (2) + (3)$ $\text{II.V.IV} = 50.0290,354 + (12)$ $\text{I.IV.II} = 37.2460,197 + (10)$	$\log \sin = \bar{1}.99981926 + 2,0 [(1) + (2) + (3)]$ $\quad = \bar{1}.84968299 + 68,1 (12)$ $\quad = \bar{1}.74213467 + 103,0 (10)$ <hr style="width: 100%;"/> $\bar{1}.59163692$
--	--

$\text{I.V.II} = 33.0653^{\text{G}}.724 + (13)$ $\text{II.IV.V} = 116.5406,080 + (10) + (11)$ $\text{II.I.IV} = 60.5519,772 + (2) + (3)$	$\log \sin = \bar{1}.69578835 + 119,3 (13)$ $\quad = \bar{1}.98517329 - 18,1 [(10) + (11)]$ $\quad = \bar{1}.91066862 + 48,7 [(2) + (3)]$ <hr style="width: 100%;"/> $\bar{1}.59163026$
--	--

$$(6) + 0,020 (1) - 0,467 (2) - 0,467 (3) + 1,211 (10) + 0,181 (11) + 0,681 (12) - 1,193 (13) + 6,66 = 0$$

$$1 = \frac{\sin \text{I.II.III} \sin \text{I.III.IV} \sin \text{I.IV.II}}{\sin \text{I.III.II} \sin \text{I.IV.III} \sin \text{I.II.IV}}$$

$\text{I.II.III} = 121.5139^{\text{G}}.873 + (4) + (5) + (6)$ $\text{I.III.IV} = 102.2799,794 + (8)$ $\text{I.IV.II} = 37.2460,197 + (10)$	$\log \sin = \bar{1}.97471398 - 24,0 [(4) + (5) + (6)]$ $\quad = \bar{1}.99972142 - 2,5 (8)$ $\quad = \bar{1}.74213467 + 103,0 (10)$ <hr style="width: 100%;"/> $\bar{1}.71657007$
--	---

$\text{I.III.II} = 37.2665^{\text{G}}.962 + (7)$ $\text{I.IV.III} = 78.3882,682 + (9) + (10)$ $\text{I.II.IV} = 102.2023,841 + (4) + (5)$	$\log \sin = \bar{1}.74234650 + 102,9 (7)$ $\quad = \bar{1}.97447908 + 24,1 [(9) + (10)]$ $\quad = \bar{1}.99974006 - 2,3 [(4) + (5)]$ <hr style="width: 100%;"/> $\bar{1}.71656564$
---	---

$$(7) - 0,217 (4) - 0,217 (5) - 0,240 (6) - 1,029 (7) - 0,025 (8) - 0,241 (9) + 0,789 (10) + 4,43 = 0$$

10

10

10

10

10

10

### III. — RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS DE CONDITION.

	(1).	(2).	(3).	(4).	(5).	(6).	(7).	(8).	(9).	(10).	(11).	(12).	(13).	$w$ .	FERMETURES
	-1,81857	+3,53700	-2,87109	-2,19877	+1,92946	-5,13527	+2,05072	-0,68534	+1,28193	-4,20644	+1,86008	+0,46387	+1,56864		
(1) a.	+1,										+1,	+1,	+1,	-2,074	+0,00002
(2) b.					+1,					+1,	+1,	+1,		-0,047	-0,00003
(3) c.		+1,						+1,	+1,	+1,				+0,073	+0,00015
(4) d.						+1,	+1,	+1,	+1,					+2,488	+0,00006
(5) e.		+1,	+1,	+1,	+1,					+1,				+3,810	+0,00016
(6) f.	+0,020	-0,467	-0,467							+1,211	+0,181	+0,681	-1,193	+6,660	-0,00017
(7) g.				-0,217	-0,217	-0,240	-1,029	-0,025	-0,241	+0,789				+4,430	+0,00002

### IV. — FORMATION DES ÉQUATIONS NORMALES.

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.		FERMETURES
	$\lambda_1$ -1,76272	$\lambda_2$ +4,12823	$\lambda_3$ +6,40809	$\lambda_4$ -7,32112	$\lambda_5$ -4,17515	$\lambda_6$ -2,79242	$\lambda_7$ -9,10772	$w$ .	
(I) a.	+1, +1, +1, +1, <u>+4,</u>	+1, +1, <u>+2,</u>				+0,020 +0,181 +0,681 -1,193 <u>-0,311</u>		-2,074	+0,00002
(II) b.	+1, +1, <u>+2,</u>	+1, +1, +1, <u>+4,</u>	+1, <u>+1,</u>		+1, +1, <u>+2,</u>	+1,211 +0,181 +0,681 <u>+2,073</u>	-0,217 +0,789 <u>+0,572</u>	-0,047	-0,00003
(III) c.		+1, <u>+1,</u>	+1, +1, +1, <u>+4,</u>	+1, +1, <u>+2,</u>	+1, <u>+1,</u>	-0,467 <u>+1,211</u> <u>+0,744</u>	-0,025 -0,241 +0,789 <u>+0,523</u>	+0,073	+0,00015
(IV) d.			+1, +1, <u>+2,</u>	+1, +1, <u>+4,</u>			-0,240 -1,029 -0,025 -0,241 <u>-1,535</u>	+2,488	+0,00005
(V) e.		+1, +1, <u>+2,</u>	+1, <u>+1,</u>		+1, +1, +1, <u>+5,</u>	-0,467 -0,467 <u>+1,211</u> <u>+0,277</u>	-0,217 -0,217 +0,789 <u>+0,355</u>	+3,810	+0,00015
(VI) f.	+0,020  +0,181 +0,681 -1,193 <u>-0,311</u>	+1,211 +0,181 +0,681 <u>+2,073</u>	-0,467 +1,211 <u>+0,744</u>		-0,467 -0,467 +1,211 <u>+0,277</u>	+0,000400 +0,218089 +0,218089 +1,466521 +0,032761 +0,463761 +1,423419 <u>+3,82287</u>	+0,95548 <u>+0,95548</u>	+6,660	-0,00017
(VII) g.		-0,217  <u>+0,789</u> <u>+0,572</u>		-0,240 -1,029 -0,025 -0,241 <u>-1,535</u>	-0,217 -0,217 <u>+0,789</u> <u>+0,355</u>		+0,047089 +0,047089 +0,057600 +1,058841 +0,000625 +0,058081 +0,622521 <u>+1,89185</u>	+4,430	-0,00002



(<sup>1</sup>) Pour bien faire saisir le marche du calcul et la loi de formation des coefficients des systèmes successifs, on a ajouté ici les expressions de ces coefficients d'après les notations de Gauss, expressions qu'un calculateur exercé n'a pas besoin d'écrire.

### Acknowledgements

$a$		$b$		$c$		$d$		$e$		$f$		$g$		$h$		$i$		$j$		$k$		$l$		$m$		$n$		$o$		$p$		$q$		$r$		$s$		$t$		$u$		$v$		$w$		$x$		$y$		$z$		$aa$		$ab$		$ac$		$ad$		$ae$		$af$		$ag$		$ah$		$ai$		$aj$		$ak$		$al$		$am$		$an$		$ao$		$ap$		$aq$		$ar$		$as$		$at$		$au$		$av$		$aw$		$ax$		$ay$		$az$		$ba$		$bb$		$bc$		$bd$		$be$		$bf$		$bg$		$bh$		$bi$		$bj$		$bk$		$bl$		$bm$		$bn$		$bo$		$bp$		$bq$		$br$		$bs$		$bt$		$bu$		$bv$		$bw$		$bx$		$by$		$bz$		$ca$		$cb$		$cc$		$cd$		$ce$		$cf$		$cg$		$ch$		$ci$		$cj$		$ck$		$cl$		$cm$		$cn$		$co$		$cp$		$cq$		$cr$		$cs$		$ct$		$cu$		$cv$		$cw$		$cx$		$cy$		$cz$		$da$		$db$		$dc$		$dd$		$de$		$df$		$dg$		$dh$		$di$		$dj$		$dk$		$dl$		$dm$		$dn$		$do$		$dp$		$dq$		$dr$		$ds$		$dt$		$du$		$dv$		$dw$		$dx$		$dy$		$dz$		$ea$		$eb$		$ec$		$ed$		$ee$		$ef$		$eg$		$eh$		$ei$		$ej$		$ek$		$el$		$em$		$en$		$eo$		$ep$
-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------	--	------

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$
9.10778	1.136 6 -1.036 4	-1.30857 1.7614 1.1155	0.90315 -1.3738 0.00000 1.01759	0.07069 -0.82 2 -1.00000 -1.5485 -3.09334	-0.33000 1.756 1 -0.1172 -0.27313 0.00000 0.00000 1.1365	-0.5453 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000
9.10778	9.7948	-1.12513	7.29113	-0.16809	-1.1843	-1.7657

*u* — *Elimination*

FORMER EVIDENCE			FORMER EVIDENCE		
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
-1.00000	[x]	4.00000	0.00000		
0.00000	[y]	11.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000	0.00000		
0.00000	[f]	0.00000	0.00000		
0.00000	[e]	0.00000	0.00000		
0.00000	[d]	0.00000	0.00000		
0.00000	[c]	0.00000	0.00000		
0.00000	[b]	0.00000	0.00000		
0.00000	[a]	0.00000	0.00000		
0.00000	[z]	0.00000	0.00000		
0.00000	[y]	0.00000	0.00000		
0.00000	[x]	0.00000	0.00000		
0.00000	[w]	0.00000	0.00000		
0.00000	[v]	0.00000	0.00000		
0.00000	[u]	0.00000	0.00000		
0.00000	[t]	0.00000	0.00000		
0.00000	[s]	0.00000	0.00000		
0.00000	[r]	0.00000	0.00000		
0.00000	[q]	0.00000	0.00000		
0.00000	[p]	0.00000	0.00000		
0.00000	[o]	0.00000	0.00000		
0.00000	[n]	0.00000	0.00000		
0.00000	[m]	0.00000	0.00000		
0.00000	[l]	0.00000	0.00000		
0.00000	[k]	0.00000	0.00000		
0.00000	[j]	0.00000	0.00000		
0.00000	[i]	0.00000	0.00000		
0.00000	[h]	0.00000	0.00000		
0.00000	[g]	0.00000			

#### A. Resolution des équations aux coefficients et détermination

[illegible]

*Beauveria* s. str.)

$\langle \sigma \rangle$	$\langle \pi \rangle$	$\langle \mu \rangle$	$\langle \rho \rangle$	$\tau$	$\langle \eta \rangle$	$\langle \pi \pi \rangle$
$\pi \pi \pi \pi$	$0.1288$ $+0.0004$	$0.0811$ $0.0004$	$0.0711$ $0.0038$	$0.0004$	$0.1556$ $+0.0004$	$0.2400$
		$0.0000$ $+0.1369$	$0.0000$ $0.0530$	$0.0000$	$-0.1530$	$0.0941$
					$-0.1113$	
					$+0.0077$	
					$-0.1414$	$+0.1781$
$0.1111$	$0.1461$	$0.0000$	$0.0000$			$0.1412$

$$D_{\text{eff}} = 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$133$	$\beta_{\text{cr}}$	$\beta_1$	$\alpha$	$\beta_2$	$I$
$\alpha = 0.1$	$0.5, 0.03$ $0.00613$	$0.16$ $0.0003$	$\alpha =$ $\alpha =$	$0.00001$ $0.00324$ $-0.00023$	$0.1157$ $0.00007$ $0.24$
		$\alpha =$	$\alpha = 0.0001$	$+0.1163$ $+0.00076$	$0.1$ $0.00000$
$\alpha = 0.2$	$0.2, 0.03$	$0.16$	$\alpha =$	$0.00001$	$0.1157$

*Proc.*

[illegible]

*Uq. rivierei* n. sp.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1

[illegible]

Trial	Control (%)	Experimental (%)
1	85	85
2	80	80
3	78	75
4	75	70
5	75	70

1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 26

[illegible]
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{J}^T \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{y}} + \mathbf{J}_0^T \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{y}_0}$$
[illegible][illegible][illegible]



VI. — CALCUL DES CORRECTIONS AUX ANGLES PAR SUBSTITUTION DES QUANTITÉS CORRÉLATIVES DANS LES ÉQUATIONS CORRÉLATIVES.

	(1).	(2).	(3).	(4).	(5).	(6).	(7).	(8).	(9).	(10).	(11).	(12).	(13).
$\lambda_1$ .	-1,76272										-1,76272	-1,76272	-1,76272
$\lambda_2$ .					+4,12823					+4,12823	+4,12823	+4,12823	
$\lambda_3$ .		+6,40809						+6,40809	+6,40809	+6,40809			
$\lambda_4$ .						-7,32112	-7,32112	-7,32112	-7,32112				
$\lambda_5$ .		-4,17515	-4,17515	-4,17515	-4,17515					-4,17515			
$\lambda_6$ .	-0,05585	+1,30406	+1,30406							-3,38162	-0,50543	-1,90164	+3,33136
$\lambda_7$ .				+1,97638	+1,97638	+2,18585	+9,37184	+0,22769	+2,19496	-7,18599			
	-1,81857	+3,53700	-2,87109	-2,19877	+1,92946	-5,13527	+2,05072	-0,68534	+1,28193	-4,20644	+1,86008	+0,46387	+1,56864

VII. — CALCUL DES ANGLES DES TRIANGLES GÉODÉSIQUES.

	Angles observés.	Corrections.	Angles compensés.
Fierro Urcu.....	$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = 37.6115,744 \\ B_1 = 19.3321,029 \\ C_1 = 41.2204,215 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} (1) = -1,8186 \\ (2) = +3,5370 \\ (3) = -2,8711 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} A = 37.6113,9254 \\ B = 19.3324,5660 \\ C = 41.2201,3439 \end{array} \right.$
Chilla Cocha.....	$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = 68.7720,267 \\ E_1 = 33.4309,046 \\ F_1 = 19.3114,385 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} (4) = -2,1988 \\ (5) = +1,9295 \\ (6) = -5,1353 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} D = 68.7718,0682 \\ E = 33.4310,9755 \\ F = 19.3109,2497 \end{array} \right.$
Ñarihuña.....	$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = 37.2669,787 \\ H_1 = 102.2803,226 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} (7) = +2,0507 \\ (8) = -0,6854 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} G = 37.2671,8377 \\ H = 102.2802,5406 \end{array} \right.$
Minas.....	$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = 41.1420,446 \\ J_1 = 37.2465,668 \\ K_1 = 79.2945,940 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} (9) = +1,2819 \\ (10) = -4,2065 \\ (11) = +1,8601 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} I = 41.1421,7279 \\ J = 37.2461,4615 \\ K = 79.2947,8001 \end{array} \right.$
Tinajillas.....	$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = 50.0295,882 \\ M_1 = 33.0660,321 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} (12) = +0,4639 \\ (13) = +1,5686 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} L = 50.0296,3459 \\ M = 33.0661,8896 \end{array} \right.$

SOMMETS (1), latitudes pour autres corrections aux angles.	ANGLES OBSERVES des triangles géodésiques (2).	CALCUL DEFINITIF (3) des angles $\epsilon$ et des erreurs $K$ .	ANGLES OBSERVES diminues de $\frac{\epsilon}{3}$ .	LOG SIN (4).	VARIATIONS de log sin pour 1" (5).	CORRECTIONS aux angles	ANGLES COMPENSES des triangles géodésiques sur l'ellipsoïde de référence	ANGLES COMPENSES des triangles plans correspondants aux triangles géodésiques.	CALCUL DES CÔTÉS.
<b>S Fierro Urcu</b> ..... L — 36°. 10' (1)	S <sub>1</sub> 37.6115,744	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896011$ $\log s \quad 4^{\circ} 594451$ $\log d \quad 4^{\circ} 833089$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 37.6109,091	.....	.....	— 1,8186	S 37.6115,9254	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 37.6107,272	$\log s \quad 4^{\circ} 5944661$ colog sin S' 0° 25413266 log sin D' 1° 98450516 $\log d \quad 4^{\circ} 83308443$ log s + colog sin S' 4° 84857927 log sin G' 1° 97661210 log g 4° 82519137
<b>D Tinajillas</b> ..... L — 36°. 54' (12) + (13)	D <sub>1</sub> 83.0956,203	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 976612$ $\log \epsilon \quad 1^{\circ} 300163$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 83.0949,549	.....	.....	+ 2,0325	D 83.0958,2355	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 83.0951,582	
<b>G Minas</b> ..... L — 36°. 42' (11)	G <sub>1</sub> 79.2945,940	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 17,887 $\frac{\epsilon}{3} = 6,6537 \quad \epsilon \quad - 19,961$ K — 2,074	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 79.2939,286	.....	.....	+ 1,8601	G 79.2947,8001	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 79.2941,146	
L <sub>m</sub> — 36°. 69'	200.0017,887		199.9997,926			— 2,074	200.0019,961	200.0000,000	
<b>S Chilla Cocha</b> ..... L — 36°. 89' (5)	S <sub>1</sub> 33.4309,046	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896012$ $\log s \quad 4^{\circ} 594451$ $\log d \quad 4^{\circ} 744018$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 33.4303,519	.....	.....	+ 1,9295	S 33.4310,9755	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 33.4305,448	$\log s \quad 4^{\circ} 5944661$ colog sin S' 0° 29988338 log sin D' 1° 84968351 $\log d \quad 4^{\circ} 74401330$ log s + colog sin S' 4° 89452999 log sin G' 1° 98517371 log g 4° 879505370
<b>D Tinajillas</b> ..... L — 36°. 54' (12)	D <sub>1</sub> 50.0295,882	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 985173$ $\log \epsilon \quad 1^{\circ} 219654$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 50.0290,354	.....	.....	+ 0,4639	D 50.0296,3459	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 50.0290,818	
<b>G Minas</b> ..... L — 36°. 42' (10) + (11)	G <sub>1</sub> 116.5411,608	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 16,536 $\frac{\epsilon}{3} = 5,5277 \quad \epsilon \quad - 16,583$ K — 0,047	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 116.5406,080	.....	.....	— 18,1	G 116.5409,2616	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 116.5403,734	
L <sub>m</sub> — 36°. 62'	200.0016,536		199.9999,953			— 0,047	200.0016,583	200.0000,000	
<b>S Narihuina</b> ..... L — 36°. 49' (8)	S <sub>1</sub> 102.2803,226	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896011$ $\log s \quad 4^{\circ} 833089$ $\log d \quad 4^{\circ} 309075$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 102.2799,794	.....	.....	— 2,5	S 102.2802,5406	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 102.2799,109	$\log s \quad 4^{\circ} 83308443$ colog sin S' 0° 00027856 log sin D' 1° 47570388 $\log d \quad 4^{\circ} 30906687$ log s + colog sin S' 4° 83336299 log sin G' 1° 97447837 log g 4° 80784136
<b>D Fierro Urcu</b> ..... L — 36°. 10' (2)	D <sub>1</sub> 19.3321,029	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 974479$ $\log \epsilon \quad 1^{\circ} 012654$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 19.3317,597	.....	.....	+ 3,5370	D 19.3324,5660	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 19.3321,134	
<b>G Minas</b> ..... L — 36°. 42' (9) + (10)	G <sub>1</sub> 78.3886,114	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 10,369 $\frac{\epsilon}{3} = 3,4320 \quad \epsilon \quad - 10,296$ K + 0,073	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 78.3882,682	.....	.....	— 2,9246	G 78.3883,1894	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 78.3879,757	
L <sub>m</sub> — 36°. 67'	200.0010,369		200.0000,073			+ 0,073	200.0010,296	200.0000,000	
<b>S Narihuina</b> ..... L — 36°. 49' (7) + (8)	S <sub>1</sub> 139.5473,013	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896012$ $\log s \quad 4^{\circ} 744018$ $\log d \quad 4^{\circ} 309075$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 139.5471,227	.....	.....	+ 1,3654	S 139.5474,3784	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 139.5472,593	$\log s \quad 4^{\circ} 74401330$ colog sin S' 0° 08981512 log sin D' 1° 47523844 $\log d \quad 4^{\circ} 30906686$ log s + colog sin S' 4° 83382844 log sin G' 1° 77974246 log g 4° 61357088
<b>D Chilla Cocha</b> ..... L — 36°. 89' (6)	D <sub>1</sub> 19.3114,385	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 779741$ $\log \epsilon \quad 0^{\circ} 728846$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 19.3112,600	.....	.....	— 5,1353	D 19.3109,2497	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 19.3107,464	
<b>G Minas</b> ..... L — 36°. 42' (9)	G <sub>1</sub> 41.1420,446	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 7,844 $\frac{\epsilon}{3} = 1,7853 \quad \epsilon \quad - 5,356$ K + 2,488	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 41.1418,661	.....	.....	+ 1,2819	G 41.1421,7279	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 41.1419,943	
L <sub>m</sub> — 36°. 60'	200.0007,844		200.0002,488			+ 2,488	200.0005,356	200.0000,000	
<b>S Chilla Cocha</b> ..... L — 36°. 89' (4) + (5)	S <sub>1</sub> 102.2029,313	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896010$ $\log s \quad 4^{\circ} 833089$ $\log d \quad 4^{\circ} 744018$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 102.2023,841	.....	.....	— 0,2693	S 102.2029,0437	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 102.2023,572	$\log s \quad 4^{\circ} 83308443$ colog sin S' 0° 00025993 log sin D' 1° 91066894 $\log d \quad 4^{\circ} 74401330$ log s + colog sin S' 4° 83354436 log sin G' 1° 74213034 log g 4° 57547470
<b>D Fierro Urcu</b> ..... L — 36°. 10' (2) + (3)	D <sub>1</sub> 60.5525,244	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 742135$ $\log \epsilon \quad 1^{\circ} 215252$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 60.5519,772	.....	.....	+ 48,7	D 60.5525,9098	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 60.5520,438	
<b>G Minas</b> ..... L — 36°. 42' (10)	G <sub>1</sub> 37.2465,668	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 20,225 $\frac{\epsilon}{3} = 5,4717 \quad \epsilon \quad - 16,415$ K + 3,810	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 37.2460,197	.....	.....	— 4,2065	G 37.2461,4615	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 37.2455,990	
L <sub>m</sub> — 36°. 80'	200.0020,225		200.0003,810			+ 3,810	200.0016,415	200.0000,000	
<b>S Fierro Urcu</b> ..... L — 36°. 10' (1) + (2) + (3)	S <sub>1</sub> 98.1640,988	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896010$ $\log s \quad 4^{\circ} 879508$ $\log d \quad 4^{\circ} 575480$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 98.1634,390	.....	.....	+ 2,0	S 98.1639,8352	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 98.1633,238	$\log s \quad 4^{\circ} 87950370$ colog sin S' 0° 00018077 log sin D' 1° 69579023 $\log d \quad 4^{\circ} 57547470$ log s + colog sin S' 4° 87968447 log sin G' 1° 94550690 log g 4° 82519137
<b>D Tinajillas</b> ..... L — 36°. 54' (13)	D <sub>1</sub> 33.0660,321	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 945508$ $\log \epsilon \quad 1^{\circ} 296506$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 33.0653,724	.....	.....	+ 119,3	D 33.0661,8896	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 33.0655,292	
<b>G Chilla Cocha</b> ..... L — 36°. 89' (4)	G <sub>1</sub> 68.7720,267	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 21,576 $\frac{\epsilon}{3} = 6,5977 \quad \epsilon \quad - 19,793$ K + 1,783	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 68.7713,669	.....	.....	— 2,1988	G 68.7718,0682	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 68.7711,470	
L <sub>m</sub> — 36°. 84'	200.0021,576		200.0001,783			+ 1,783	200.0019,793	200.0000,000	
<b>S Chilla Cocha</b> ..... L — 36°. 89' (4) + (5) + (6)	S <sub>1</sub> 121.5143,698	$\log \frac{1}{2 \sin \frac{1}{2} R_d} \bar{9}^{\circ} 896010$ $\log s \quad 4^{\circ} 807842$ $\log d \quad 4^{\circ} 613571$	S <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 121.5139,873	.....	.....	— 24,0	S 121.5138,2934	S' = S — $\frac{\epsilon}{3}$ 121.5134,468	$\log s \quad 4^{\circ} 80784136$ colog sin S' 0° 02528472 log sin D' 1° 78044480 $\log d \quad 4^{\circ} 61357088$ log s + colog sin S' 4° 83312608 log sin G' 1° 74234862 log g 4° 57547470
<b>D Fierro Urcu</b> ..... L — 36°. 10' (3)	D <sub>1</sub> 41.2204,215	$\log \sin \left( G_1 - \frac{\epsilon}{3} \right) \bar{7}^{\circ} 742347$ $\log \epsilon \quad 1^{\circ} 059770$	D <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 41.2200,390	.....	.....	— 2,8711	D 41.2201,3439	D' = D — $\frac{\epsilon}{3}$ 41.2197,519	
<b>G Narihuina</b> ..... L — 36°. 49' (7)	G <sub>1</sub> 37.2669,787	(S <sub>1</sub> + D <sub>1</sub> + G <sub>1</sub> ) — 200° + 17,700 $\frac{\epsilon}{3} = 3,8250 \quad \epsilon \quad - 11,475$ K + 6,225	G <sub>1</sub> — $\frac{\epsilon}{3}$ 37.2665,962	.....	.....	+ 102,9	G 37.2671,8377	G' = G — $\frac{\epsilon}{3}$ 37.2668,013	
L <sub>m</sub> — 36°. 83'	200.0017,700		200.0006,225			+ 6,225	200.0011,475	200.0000,000	

Vérification des excès :

$$19,961 + 16,415 = 16,583 + 19,793$$

$$5,356 + 16,415 = 10,296 + 11,475$$

(1) S designe le sommet du triangle oppose au côté connu DG, D le sommet vu à droite par l'observateur placé en S et regardant DG, G le sommet vu à gauche par le même observateur.

(2) Formes par les différences des directions correspondantes compensées en la station et affectées des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique.

(3) Logarithmes des côtés pris dans le deuxième calcul provisoire des triangles (par logarithmes à sept décimales).

(4) Ne pas inscrire ces valeurs pour les angles qui n'interviennent pas dans les équations aux côtés.



# IX. — CALCUL DE L'ERREUR MOYENNE DE L'UNITÉ DE POIDS.

Unité de poids : Poids d'un angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : 0<sup>m</sup>, 42), par 10 couples ou 20 répétitions.

$$M^* = \text{Erreur moyenne de l'unité de poids} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma}{7}}.$$

## PREMIÈRE MÉTHODE.

(1) = − 1,81857	(1) <sup>2</sup> = + 3,30720
(2) = + 3,53700	(2) <sup>2</sup> = 12,51037
(3) = − 2,87109	(3) <sup>2</sup> = 8,24316
(4) = − 2,19877	(4) <sup>2</sup> = 4,83459
(5) = + 1,92946	(5) <sup>2</sup> = 3,72282
(6) = − 5,13527	(6) <sup>2</sup> = 26,37100
(7) = + 2,05072	(7) <sup>2</sup> = 4,20545
(8) = − 0,68534	(8) <sup>2</sup> = 0,46969
(9) = + 1,28193	(9) <sup>2</sup> = 1,64335
(10) = − 4,20644	(10) <sup>2</sup> = 17,69414
(11) = + 1,86008	(11) <sup>2</sup> = 3,45990
(12) = + 0,46387	(12) <sup>2</sup> = 0,21518
(13) = + 1,56864	(13) <sup>2</sup> = 2,46063
	$\Sigma = + 89,13748$

## DEUXIÈME MÉTHODE.

$\omega_1 = -2,074$	$\lambda_1 = -1,76272$	$-\omega_1\lambda_1 = -3,65588$
$\omega_2 = -0,047$	$\lambda_2 = +4,12823$	$-\omega_2\lambda_2 = +0,19403$
$\omega_3 = +0,073$	$\lambda_3 = +6,40809$	$-\omega_3\lambda_3 = -0,46779$
$\omega_4 = +2,488$	$\lambda_4 = -7,32112$	$-\omega_4\lambda_4 = +18,21495$
$\omega_5 = +3,810$	$\lambda_5 = -4,17515$	$-\omega_5\lambda_5 = +15,90732$
$\omega_6 = +6,660$	$\lambda_6 = -2,79242$	$-\omega_6\lambda_6 = +18,59752$
$\omega_7 = +4,430$	$\lambda_7 = -9,10772$	$-\omega_7\lambda_7 = +40,34720$
		$\Sigma = +89,13735$

## TROISIÈME MÉTHODE.

$[al] = -2,07400$	$[al]^2 = +4,301476$	$[aa] = +4,$	$\frac{[al]^2}{[aa]} = +1,07537$
$[bl.1] = +0,99000$	$[bl.1]^2 = 0,980100$	$[bb.1] = +3,$	$\frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} = +0,32670$
$[cl.2] = -0,25700$	$[cl.2]^2 = 0,066049$	$[cc.2] = +3,66667$	$\frac{[cl.2]^2}{[cc.2]} = +0,01801$
$[dl.3] = +2,62818$	$[dl.3]^2 = 6,907330$	$[dd.3] = +2,90909$	$\frac{[dl.3]^2}{[dd.3]} = +2,37439$
$[el.4] = +3,90050$	$[el.4]^2 = 15,213900$	$[ee.4] = +3,$	$\frac{[el.4]^2}{[ee.4]} = +5,07130$
$[fl.5] = +7,33623$	$[fl.5]^2 = 53,820271$	$[ff.5] = +1,65586$	$\frac{[fl.5]^2}{[ff.5]} = +32,50291$
$[gl.6] = +5,24487$	$[gl.6]^2 = 27,508661$	$[gg.6] = +0,57587$	$\frac{[gl.6]^2}{[gg.6]} = +47,76887$
			$\Sigma = +89,13755$

## QUATRIÈME MÉTHODE <sup>(1)</sup>.

$$\Sigma = -[ll.7] = +89,13752$$

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{89,1375}{7}} = \pm 3'',568$$



Formule approchée de l'Association géodésique internationale.

	E	E <sup>2</sup>
Triangle [92] [Fierro Urcu — Tinajillas — Minas]	− 2,074	+ 4,30148
[93] [Chilla Cocha — Tinajillas — Minas]	− 0,047	0,00221
[94] [Ñarihuiña — Fierro Urcu — Minas]	+ 0,073	0,00533
[95] [Ñarihuiña — Chilla Cocha — Minas]	+ 2,488	6,19014
[96] [Chilla Cocha — Fierro Urcu — Minas]	+ 3,810	14,51610
[97] [Fierro Urcu — Tinajillas — Chilla Cocha]	+ 1,783	3,17909
[98] [Chilla Cocha — Fierro Urcu — Ñarihuiña]	+ 6,225	38,75062
		$\Sigma E^2 = 66,94497$

$$M_1^* = \pm \sqrt{\frac{\Sigma E^2}{21}} = \pm 1'',785$$

(<sup>1</sup>) Voir Tableau V.

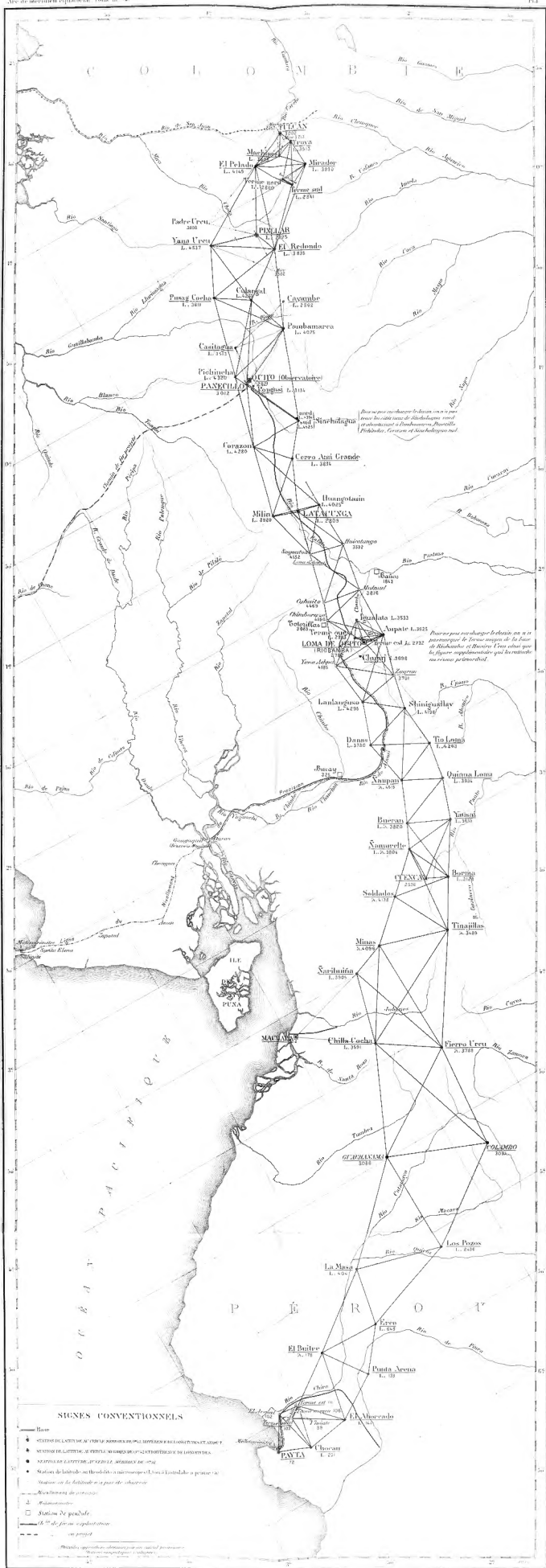




## ENSEMBLE DES FIGURES DU RÉSEAU PRIMORDIAL ET DES FIGURES SUPPLÉMENTAIRES

Arc de méridien équatorial. Tome III. 12

19.1


$$\|v_n\|_C \leq \frac{1}{\ln(1) + \ln(1) + \ln(1) + \ln(1)}$$

1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 26

# ARC DE MÉRIDIEEN ÉQUATORIAL

CHÂÎNES DE TRIANGLES POUR LESQUELS L'ACCORD DES BASES A ÉTÉ RÉALISÉ

Arc de méridien équatorial, Tome III, (2),

19.11

